

A observação do comportamento das barragens de betão*

1 — A observação do comportamento das barragens de betão foi um dos mais importantes assuntos tratados no último Congresso das Grandes Barragens (1964) e deverá certamente continuar a ser objecto de particular atenção dos engenheiros especialistas. Na verdade, essa observação tem-se mostrado indispensável, quer para o progresso da técnica dos tipos estruturais das barragens, quer para o «controle» da segurança do seu funcionamento. Esta segunda finalidade está a merecer cada vez maior atenção, pois os tipos das estruturas são, como é natural, cada vez mais apurados e as fundações vão-se tornando cada vez mais delicadas por se esgotarem os melhores locais de implantação.

Já é bastante elevado, em todo o mundo, o número de resultados de medição das grandezas escolhidas para a observação das barragens, pelo menos no que se refere à estrutura propriamente dita, e por isso se justifica que se dedique particular atenção à análise e interpretação desses resultados. Só assim se poderá tirar o necessário partido da actividade até agora desenvolvida, em que já foram dispendidas avultadas importâncias que continuam em justificado crescimento.

As conclusões dessa interpretação são também indispensáveis para escolha da melhor orientação no futuro, relativamente à aparelhagem e métodos de observação, de molde a atingir-se, com eficiência, a dupla finalidade atrás referida, do projectista por um lado e do responsável pela segurança, por outro. E dentro dessa melhor orientação, aponta-se, em primeiro lugar, que a observação deverá incidir, cada vez mais nas fundações, considerando-se o comportamento global da unidade estrutural barragem-rocha de fundação. Também o «controle» da segurança

não poderá ser abrandado ao longo da vida da barragem, antes pelo contrário, pois é necessário atender ao contínuo envelhecimento do betão e da rocha de fundação, após muitos ciclos alternados de aplicação das solicitações, quer resultantes do enchimento e esvaziamento das albufeiras, quer da variação da temperatura do ar. E, no campo da interpretação dos resultados, é indispensável que se recorra, embora com justo equilíbrio, aos métodos da estatística matemática e se aproveitem também as enormes possibilidades do cálculo electrónico.

A análise dos relatórios apresentados ao Congresso leva-nos a concluir que é necessário avançar mais na via da interpretação dos resultados. Na verdade, muitos dos trabalhos apresentados, embora de muito real valor, dão-nos a impressão de estudos isolados, cada um conduzido dentro de bases próprias. É evidente que as dificuldades do problema são enormes, especialmente no que se refere à separação dos efeitos das várias solicitações actuates.

A existência de uma Subcomissão de trabalho dentro da Comissão Internacional das Grandes Barragens, especialmente dirigida a este assunto, mostra em primeiro lugar a importância que se lhe vem dedicando e também a conveniência de uniformizar e sistematizar os métodos de trabalho, no campo internacional.

2 — Feitas estas considerações de ordem geral, vejamos os aspectos mais salientes das conclusões do Congresso, mas, em primeiro lugar, importa lembrar quais as condições mais convenientes de aplicação dos equipamentos,

* Palestra proferida pelo Engenheiro A. de Carvalho Xerez, em Dezembro de 1964, e integrada no ciclo de palestras promovido pela Comissão Nacional Portuguesa das Grandes Barragens.

dos métodos de observação e de interpretação, conforme as finalidades a atingir.

Estas finalidades são, como já se disse, a do engenheiro projectista que pretende analisar profundamente as condições do comportamento das estruturas e das fundações, de molde a estabelecer doutrina nos projectos futuros, e a do engenheiro responsável pela segurança que deseja conhecer, em condições de rapidez e de eficiência, o comportamento global da unidade barragem-rocha de fundação.

Com vista à primeira finalidade, importa conhecer os estados de deformação e de temperatura em grande número de pontos da estrutura e da rocha de fundação, além dos deslocamentos também em grande conjunto de pontos, ao passo que a segunda finalidade, a da segurança, se satisfaz com o conhecimento de uma situação global definida pela observação limitada de deslocamentos.

Não tem sido suficientemente marcada, no campo internacional, a distinção entre estas duas finalidades e, portanto, entre os respectivos processos de trabalho, principalmente no que se refere aos métodos de interpretação dos resultados que, no primeiro caso, poderão ter um maior grau de elaboração, ao passo que, no segundo caso, convém que sigam os princípios de rapidez e eficiência que o «controle» da segurança exige.

Não se deve também esquecer que, algumas vezes, não é o projectista o responsável directo pelo «controle» da segurança da obra e então mais se justifica a distinção entre aquelas finalidades e a conveniência, portanto, de facultar ao responsável condições de eficiente «controle», sem, por isso, se perderem os elementos pormenorizados de estudo que o projectista está interessado em analisar, mas em época posterior.

As preocupações que acabamos de manifestar também estiveram presentes durante as sessões do Congresso e nesse sentido desejamos referir que o eng. WILM, um dos mais importantes responsáveis pelo «controle» da segurança das barragens dentro da ELECTRICITE DE FRANCE e um dos principais intervenientes na discussão, não escondeu as suas preocupações ao lembrar, precisamente nos seguintes termos: todas as medições e todas as análises são absolutamente necessárias na óptica, que parece ter sido um pouco descurada pelos relatores da questão 29, do «controle» da segurança das obras em curso de exploração.

3 — Retomemos agora a análise dos aspectos mais salientes das conclusões do Congresso. Assim, no campo da aparelhagem de observação, algumas tendências dignas de referência foram apresentadas nos relatórios do Congresso.

Quanto à medição de extensões, refere-se, em primeiro lugar, o extensómetro de corda vibrante e grande base (60 cm) em ensaio pelo NOSSO LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL para ser aplicado no betão, sem necessidade de se retirar a brita de maiores dimensões. Outro extensómetro, também apresentado pelo Laboratório, des-

tina-se a aplicar nas fundações das barragens, como já o foi em Cambambe e no Alto Rabagão, e é caracterizado por uma longa base (2 m) com o fim de se obterem valores significativos de extensões em face da usual fracturação da rocha, utilizando como elementos de medição um medidor de juntas do tipo Carlson.

Esta tendência para extensómetros de grande base, principalmente aplicados na rocha de fundação, parece-nos bastante defensável, dadas, na realidade, as condições em que esses extensómetros têm de ser instalados.

Outra tendência, quanto à montagem dos extensómetros, foi apresentada por relatores italianos e ingleses, e consiste em incorporar os aparelhos em cubos de betão e proceder aos respectivos ensaios de aferição de laboratório antes da introdução desses cubos no betão da barragem. Embora seja, de certo modo, delicada a técnica de dar continuidade à massa do cubo dentro do betão da barragem, esta tendência deve merecer a nossa atenção.

A medição directa de tensões, que tão desejável seria, continua a não ser objecto de qualquer progresso digno de nota.

Em conclusão desta análise da medição de extensões, friza-se que a medição de extensões, quer no betão quer na rocha, a simultânea medição da temperatura e o conhecimento de outras características físicas do betão, constituem dados indispensáveis para o estudo pormenorizado do comportamento da estrutura e da fundação, no ponto de vista fundamentalmente do engenheiro projectista e, por isso, se lhes deve continuar a prestar toda a atenção.

4 — Quanto à observação dos deslocamentos, o relator geral, Prof. OBERTI, refere que está universalmente reconhecido que o sistema mais rápido, mais simples e mais preciso, é o do fio de prumo, e menciona o interesse da utilização mais recente do fio de prumo invertido, o que permite referir os deslocamentos da estrutura e da fundação à rocha profunda considerada estável, acrescentando que poderão assim ser dispensadas, em grande parte, as medições geodésicas.

Verifica-se, na verdade, que este método está a ser objecto de uma cada vez mais extensa aplicação, e os relatórios portugueses também fazem referência especial à sua utilização em Cambambe, no Alto Rabagão, na Bemposta e no Cabril.

A poligonação de precisão através das galerias foi ainda apresentada pelo relator geral, embora referindo que ela é delicada e lenta como a triangulação geodésica.

O nivelamento geométrico de precisão ao longo do coroa-mento e das galerias da barragem e da fundação constitui um valioso complemento da triangulação e dos fios de prumo, para mais perfeito esclarecimento do comportamento global da estrutura, principalmente no caso de barragens abóbada finas, bastante deformáveis com a temperatura. No campo da medição de deslocamentos verticais, é de salientar também a tendência para a utilização

dos fios de prumo, o que confere a este equipamento a possibilidade de medição completa das três componentes dos deslocamentos.

Dada a fundamental importância da observação dos deslocamentos, todo o progresso no sentido do aperfeiçoamento dos métodos é digno de nota. Por isso se menciona o aparelho em ensaio, em Inglaterra, pelo Laboratório Nacional de Física e apresentado no relatório daquele país. Esse aparelho, conhecido pela designação de «Mekometer», pertence ao grupo dos instrumentos modernamente usados na geodesia, para medição de distâncias com base no princípio do «Laser», isto é, dos feixes luminosos modulados. Julga-se ser possível fabricar comercialmente aparelhos com as condições de precisão necessária à medição de deslocamentos, mas regista-se a dificuldade da aplicação das miras especiais reflectoras, embora se esteja certo que os progressos da técnica tudo poderão conseguir.

Em conclusão da análise da observação de deslocamentos, diremos que esta observação, quando efectuada por métodos simples e rápidos, como os fios de prumo directos combinados com fios invertidos, é um excelente método de «controle» do comportamento da estrutura da barragem e da sua fundação, do ponto de vista do engenheiro responsável pela segurança da obra.

Menciona-se ainda a tendência para se generalizar a adopção de aparelhos registadores, que em Itália, em França e mesmo entre nós já estavam a ser utilizados, o que nos parece do maior interesse, dado o valor dos resultados das observações em face da sua utilização e análise futuras. Na Suíça, estão actualmente a ser montados sistemas muito completos de observação a distância, em que são registados, na casa do guarda da barragem ou na central, os valores observados, como as extensões, as temperaturas, a abertura das juntas e os deslocamentos dados pelos fios de prumo.

5 — Finalmente, vamos tratar do problema da interpretação dos resultados das observações, tal como se conclui da análise dos relatórios apresentados ao Congresso. Não iremos fazer referência de pormenor aos estudos constantes de cada relatório, aliás muito valiosos mas de carácter disperso, conforme já se disse, e naturalmente por isso é que o relator geral não fez uma análise dos métodos, como teria sido desejável para efeitos de uma necessária sistematização, tendo-se limitado a resumir os relatórios apresentados. Confia-se que a Subcomissão internacional atrás referida se ocupará insistentemente desta importante questão.

Pelo nosso lado, e como temos menores responsabilidades que o relator geral, vamos tentar uma sistematização das tendências nos métodos de interpretação apresentados no conjunto dos relatórios.

Em primeiro lugar, lembraremos que a primeira fase da interpretação consiste em separar os efeitos das diferentes

solicitações sobre as grandezas observadas. As grandezas em causa são, por um lado, as extensões no betão ou na rocha de fundação e, por outro, os deslocamentos lineares de pontos da barragem ou da fundação, ou angulares de planos da estrutura ou da fundação.

As solicitações principais cujos efeitos interessa separar são a pressão hidrostática e a temperatura, esta última apresentando as conhecidas dificuldades da fixação de um parâmetro ou parâmetros significativos. Há ainda outros pequenos efeitos a considerar, resultantes de causas diversas e mal definidas, umas função do tempo de serviço da obra e outras de natureza accidental.

Conseguida a separação desses efeitos, está-se então em condições de fazer a interpretação propriamente dita dos resultados, procurando-se estudar as condições do comportamento elástico da estrutura e das fundações e analisando-se quaisquer fenómenos accidentais e irreversíveis que influam no comportamento global da obra.

As várias tendências apresentadas nos relatórios incidem, essencialmente, nos métodos usados na separação dos efeitos das solicitações, que podemos classificar em dois grandes grupos.

Um primeiro grupo é caracterizado por um estudo analítico muito desenvolvido, procurando-se definir vários parâmetros térmicos deduzidos do estado térmico geral da barragem, e diferentes de método para método, além de se estabelecerem hipóteses quanto ao efeito tempo, também diferentes nos vários métodos. O estudo conduz à necessidade de resolver, pelos mínimos quadrados, sistemas de muitas equações, recorrendo-se para esse efeito ao cálculo electrónico. Vários estudos foram apresentados por este método, entre os quais figura um do nosso Laboratório e em todos eles se procura estabelecer o valor das extensões, dos deslocamentos horizontais ou de outras grandezas, como função polinomial do tempo de serviço da obra, da pressão hidrostática e de vários parâmetros térmicos deduzidos do estado térmico geral da barragem, parâmetros que, repete-se, são diferentes de autor para autor.

Trata-se de estudos muito elaborados que requerem um intensivo trabalho de cálculo, actualmente bastante simplificado com o emprego do cálculo electrónico. Consideramos esses estudos de particular interesse do engenheiro projectista, que deverá, em primeiro lugar, fazer uma comparação dos resultados com os cálculos analíticos e com os ensaios sobre modelo que serviram de base ao projecto, de molde a aferir os métodos usados no estudo do dimensionamento da estrutura. Os relatórios apresentados no Congresso são férteis nesta comparação de resultados, embora em certos casos ela não seja perfeitamente válida, em especial quando não se tenha procedido a uma separação correcta dos efeitos das solicitações.

Esta comparação pode, logicamente, conduzir à revisão das constantes elásticas adoptadas nos estudos e à conveniência de construir novos modelos onde se reproduzam mais fielmente essas constantes, assim como todos os aci-

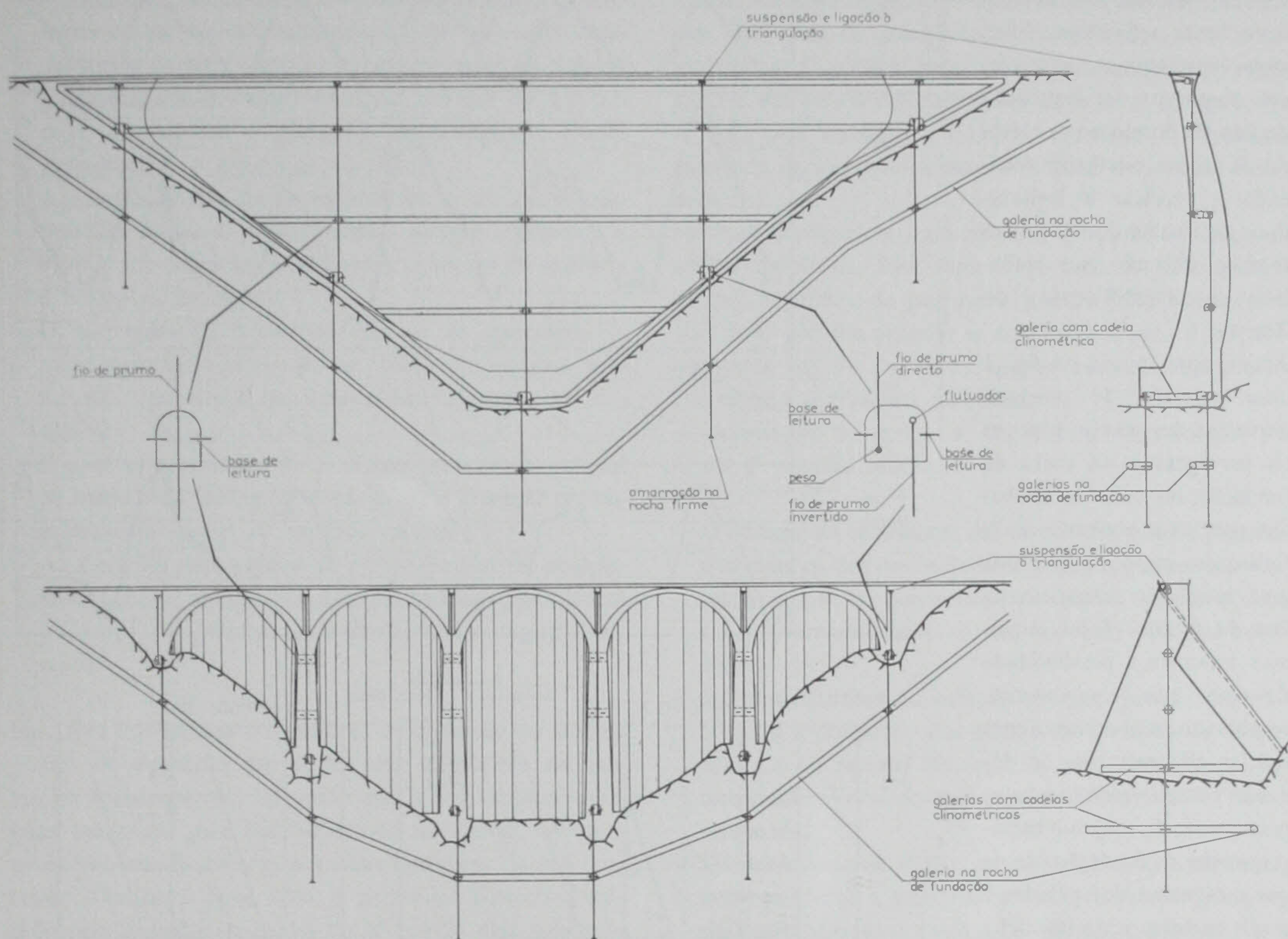


Fig. 1 — Esquemas tipo de montagem de fios de prumo

dentes do terreno de fundação que tenham sido detectados durante a construção, fazendo-se finalmente uma análise exaustiva dos estudos analíticos e dos experimentais. Feita esta análise, deve o projectista procurar tirar conclusões com vista ao progresso mais conveniente no tipo de estruturas, quer quanto ao seu melhor comportamento perante as solicitações principais, quer em relação ao comportamento das fundações. Esta a finalidade última de todo este trabalho e a que fundamentalmente o justifica.

6 — Voltando aos métodos usados na separação dos efeitos das solicitações, resta referir o segundo grupo de métodos, que consiste numa análise estatística apoiada fundamentalmente em estudos gráficos, em que se procura fixar parâmetros térmicos simples e de fácil definição. Estes métodos foram expostos em relatórios apresentados pela ELECTRICITE DE FRANCE e também num trabalho da HIDRO-ELÉCTRICA DO ZEZERE⁽¹⁾, ambos tratando da análise de deslocamentos, embora diferindo nos parâmetros térmicos utilizados.

Nos relatórios da ELECTRICITE DE FRANCE, o parâmetro térmico é definido por coeficientes simples deduzidos de temperaturas do betão junto aos parâmetros da barragem

e no trabalho dos autores portugueses, recorreu-se às temperaturas definidoras do estado térmico atmosférico no período dos 28 dias anteriores ao momento das observações. Acrescenta-se que uma publicação⁽²⁾ recente do departamento oficial austríaco, que tem a seu cargo as barragens, refere que estão a ser aplicados métodos análogos aos dos autores portugueses, incluindo a adopção do mesmo parâmetro térmico.

Em todos estes trabalhos se obtêm, por métodos gráficos, as linhas que definem as leis de variação dos deslocamentos com o parâmetro térmico e com a pressão hidrostática, bem como se podem detectar deslocamentos devidos a causas accidentais.

Os métodos deste grupo, acabados de referir, baseados em princípios simples e usando processos gráficos de análise de rápida aplicação, estão particularmente indicados para serem utilizados na segunda finalidade da observação, que é a do «controle» da segurança das barragens.

(1) Apresenta-se em anexo, uma tradução do relatório apresentado pela Hidro-Eléctrica do Zêzere, ao Congresso das Grandes Barragens (1964)

(2) Die Talsperren Österreichs — Heft 14, Neuere Beobachtungen — Wien, 1964.

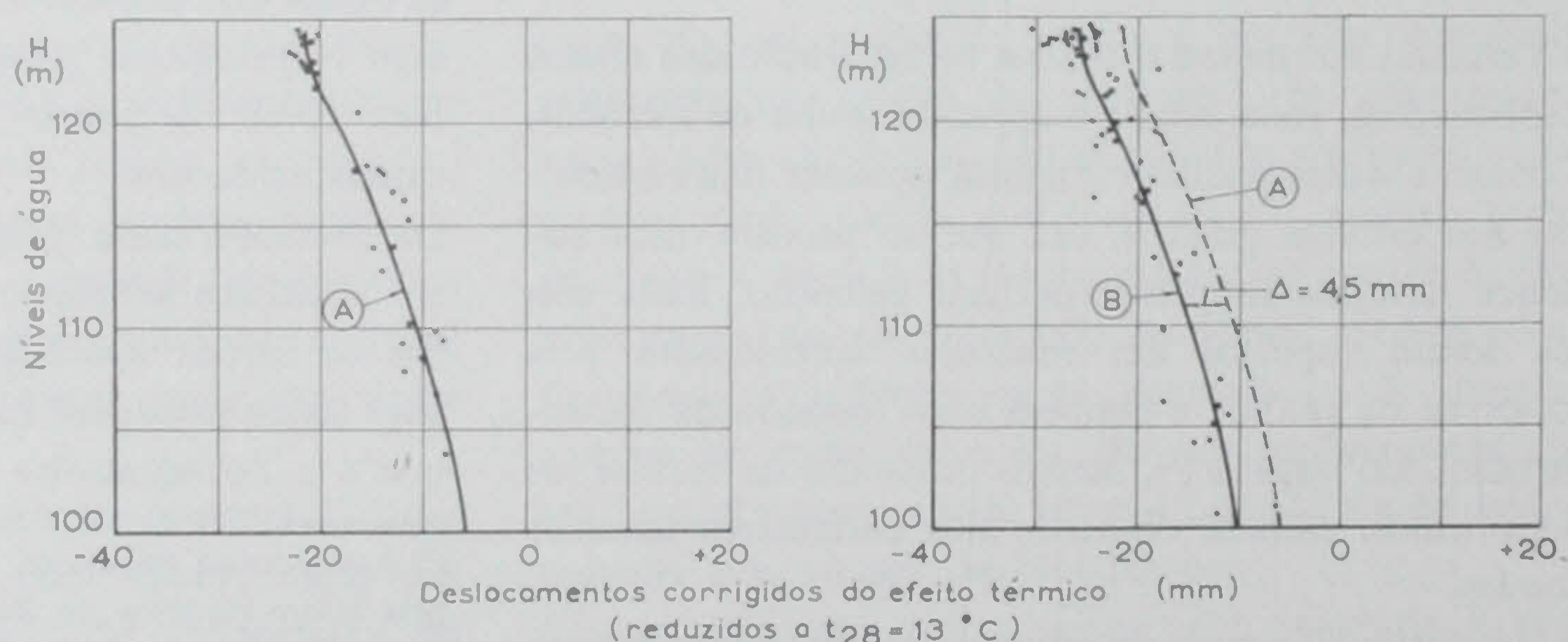
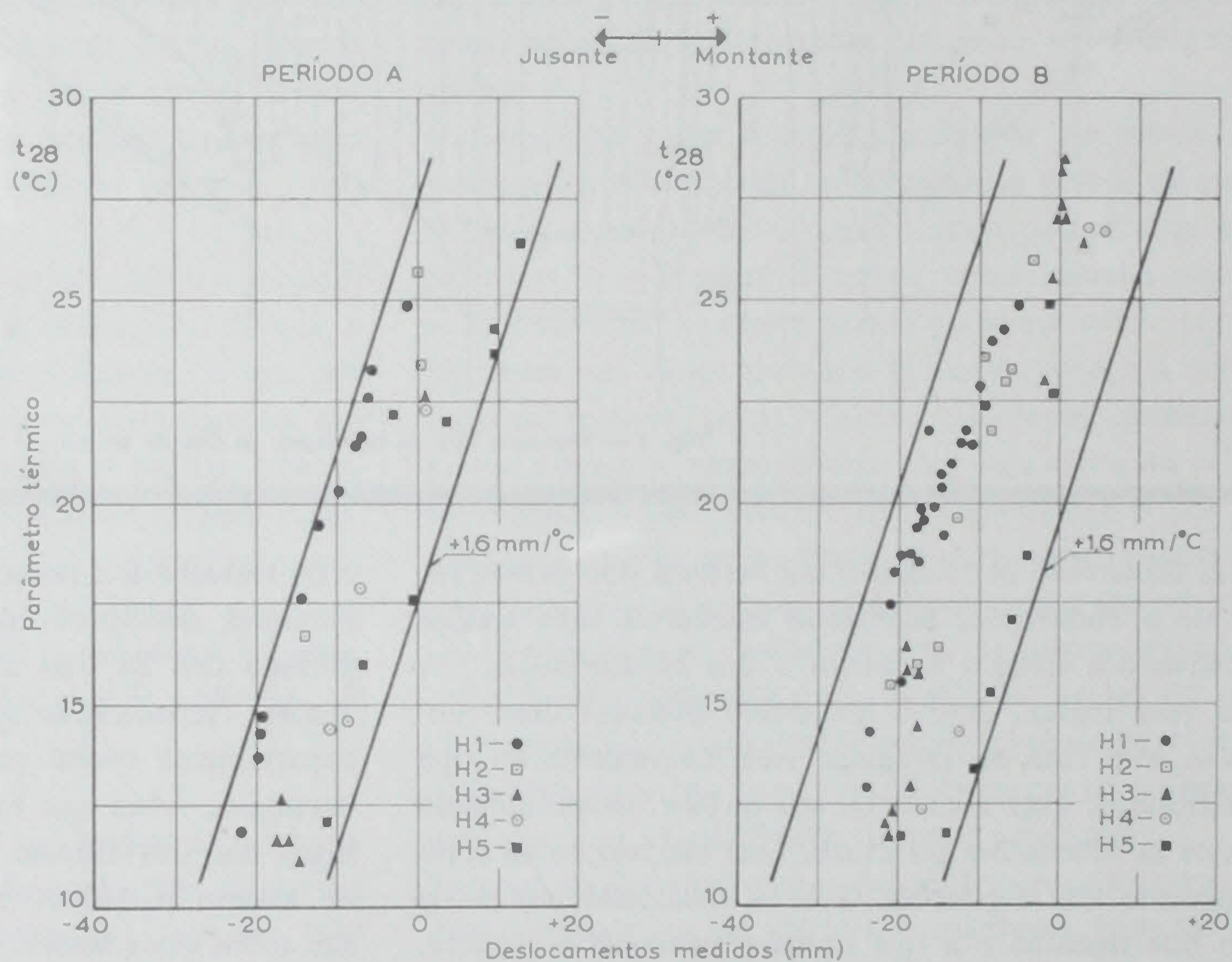
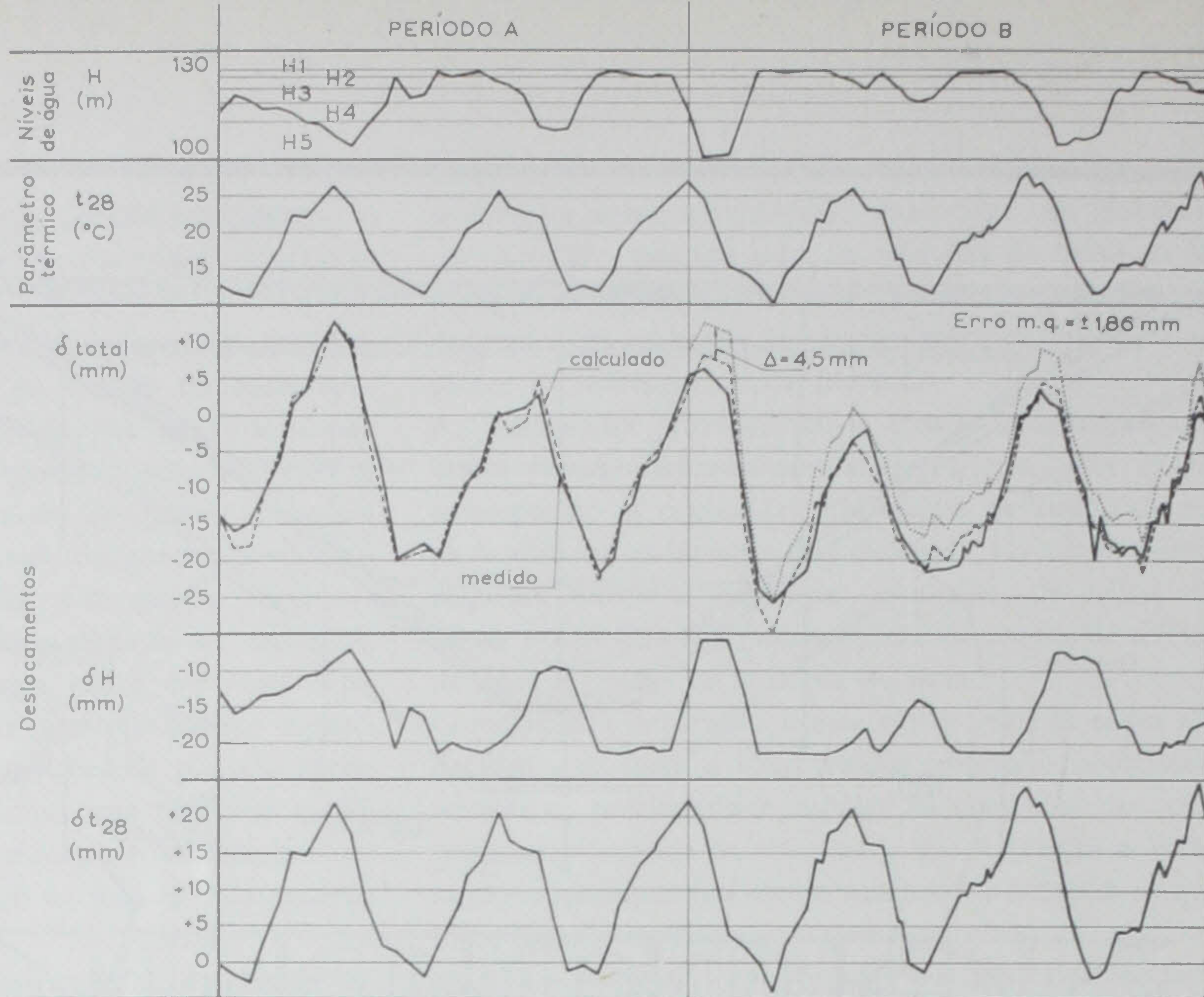
7—No sentido de concretizar certas referências feitas atrás, apresenta-se, a seguir, um esquema de instalação de fios de prumo e um método de análise estatística destinada a verificar a legitimidade da escolha do parâmetro térmico utilizado nos trabalhos da Hidro-Eléctrica do Zêzere.

Assim, apresenta-se na fig. 1 uma sugestão de possíveis esquemas de galerias e poços na barragem e na rocha de fundação, no caso de abóbadas simples e abóbadas múltiplas, de molde a permitir uma instalação completa de fios de prumo. Estes esquemas mostram a possibilidade de com esse equipamento, combinado eventualmente com cadeias clinométricas, se dominar completamente o comportamento do conjunto barragem-rocha de fundação, desde que o esquema das galerias e poços na barragem e na rocha seja estabelecido em consequência. A garantia de que os deslocamentos medidos possam ser considerados absolutos reside em aceitar que a amarração dos pêndulos invertidos se faz em rocha firme, o que pode ser periodicamente controlado por triangulação exterior ligada aos pontos de amarração dos fios de prumo directos.

Nessa figura é de notar:

— O traçado das galerias na fundação com duas galerias longitudinais, na abóbada simples; uma longitudinal a montante e outras transversais, ao longo dos contrafortes, nas abóbadas múltiplas;

Fig. 2 — Interpretação da medição de deslocamentos pelo método gráfico e análise estatística do parâmetro térmico (t_{28})



ANÁLISE ESTATÍSTICA DO PARÂMETRO TÉRMICO

Parâmetro térmico- t_{28} (temperatura média do ar dos 28 dias anteriores à medição considerada)

Período considerado-Período A

Coefficiente de correlação-0,99

Coefficiente de regressão- $+1,63 \text{ mm}/^{\circ}\text{C}$ (valor obtido pelo método gráfico- $+1,6 \text{ mm}/^{\circ}\text{C}$)

- O esquema dos fios de prumo domina o conjunto barragem-rocha. Na abóbada simples, os fios estão localizados na consola central e em quatro consolas laterais simétricas; nas abóbadas múltiplas, um par de fios em cada um dos contrafortes, dos quais depende, fundamentalmente, a segurança da obra;
- A amarração dos fios invertidos faz-se em rocha considerada firme, a profundidades, sempre superiores a 30 m, e de valor variável com a natureza da rocha e a altura da barragem;
- O «controle» da fixidez dos pontos de amarração na rocha pode fazer-se através da observação exterior, pelo método topográfico, das amarrações superiores dos fios directos;
- É possível a execução de medições em todas as galerias da rocha e da barragem, o que permite dominar o comportamento global da unidade estrutural;
- As medições com os fios de prumo podem ser completadas com as obtidas por meio de cadeias clinométricas ao longo de galerias transversais, na barragem e na rocha.

Na figura 2 mostra-se um exemplo de aplicação do método gráfico de separação dos efeitos das solicitações na análise de deslocamentos, tal como está a ser adoptado com bons resultados pela Hidro-Eléctrica do Zêzere no «controle» sistemático da segurança das barragens da sua concessão. Conforme já se disse, o parâmetro térmico é definido pela temperatura média do ar nos 28 dias anteriores à observação em causa, tendo-se verificado, por uma análise estatística, a existência de uma forte correlação entre os deslocamentos e esse parâmetro. Para os casos até agora analisados o valor do coeficiente de correlação tem sido sempre superior a 0,90.

Nesta figura vão representados, em cima, os diagramas de variação, com o tempo, dos níveis de água (H), do parâmetro térmico escolhido (t_{28}) e dos deslocamentos em duas épocas (A e B) consecutivas e correspondentes a períodos de 2,5 e 3 anos, respectivamente. Nos diagramas de deslocamentos vão representados, não só os deslocamentos totais (δ total) medidos e calculados, como os devidos à variação da pressão hidrostática (δH) e do parâmetro térmico (δt_{28}), obtidos por separação dos respectivos efeitos por meio dos gráficos inferiores da figura.

Destes gráficos, os superiores relacionam os deslocamentos medidos nos períodos A e B com o parâmetro térmico, para valores do nível de água compreendidos entre limites previamente escolhidos. Verifica-se nesses gráficos que as famílias de pontos correspondentes a cada nível definem rectas aproximadamente paralelas, traduzindo, portanto, no seu conjunto, uma lei linear de coeficiente constante. A partir de tal coeficiente, idêntico para os dois períodos, é possível corrigir os deslocamentos medidos do efeito térmico, reduzindo-os a um valor constante do respectivo parâmetro ($t_{28} = 13^{\circ} \text{C}$), e determinar a lei de variação dos desloca-

mentos assim corrigidos com os níveis de água, determinação essa que, para os dois períodos considerados, está representada nos gráficos inferiores. Observando a posição relativa das curvas representativas daquela lei nos períodos A e B, cujo andamento é idêntico, verifica-se a possível existência de um deslocamento atribuível a qualquer causa accidental.

Na base da figura 2, apresentam-se os resultados finais da análise estatística, feita para o período A (vide quadro da pág. seguinte), do parâmetro térmico (t_{28}) adoptado, a qual teve por fim apreciar se aquele parâmetro é ou não representativo do fenómeno que se pretende interpretar, em relação à grandeza analisada.

A apreciação de conjunto dos diferentes elementos da figura 2 permite salientar:

- O andamento semelhante das curvas dos valores medidos e calculados dos deslocamentos totais, a que corresponde um valor médio quadrático dos desvios bastante baixo ($\pm 1,86 \text{ mm}$ para o conjunto dos dois períodos analisados);
- As possibilidades do método gráfico apresentado, não só para a separação dos efeitos da variação da temperatura e da pressão hidrostática, mas ainda para a determinação de deslocamentos eventuais devidos a causas accidentais;
- O elevado valor (0,99) do coeficiente de correlação, correspondente a uma muito forte correlação entre os deslocamentos e o parâmetro térmico adoptado, e a quase igualdade entre os valores do coeficiente de regressão ($+ 1,63 \text{ mm}/^{\circ} \text{C}$) e do coeficiente representativo da lei linear de variação dos deslocamentos com o parâmetro térmico determinado pelo método gráfico ($+ 1,6 \text{ mm}/^{\circ} \text{C}$), o que legitima a aplicação do método e a adopção daquele parâmetro.

8 — Como conclusão do atrás exposto, formulam-se três votos relacionados com o «controle» da segurança do comportamento das barragens de betão:

- 1.º — Que nos projectos se considere sempre o estabelecimento de galerias na rocha de fundação, quer para reconhecimento, injeções e drenagem, quer para inspecção directa e possibilidade de «controle» do seu comportamento.
- 2.º — Que se prevejam as melhores condições possíveis de esquema de instalação de fios de prumo para efeitos de «controle» do comportamento da unidade estrutural barragem-rocha de fundação, projectando nesse sentido a rede de galerias e poços na estrutura da barragem e na rocha.
- 3.º — Que se adoptem métodos simples e rápidos de análise dos deslocamentos, de molde a obter-se um «controle» eficiente da segurança do comportamento das barragens.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DA CORRELAÇÃO ENTRE OS DESLOCAMENTOS RADIAIS δ_r E AS TEMPERATURAS t_{20}

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
X_i (Δt_{20})	Y_i ($\Delta \delta_r$)	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	(3) $\times$ (4)
— 12.0	— 19.8	— 9.303	— 15.777	+ 146.7734
— 11.2	— 18.5	— 8.503	— 14.477	+ 123.0979
— 10.9	— 16.9	— 8.203	— 12.877	+ 105.6300
— 10.6	— 18.1	— 7.903	— 14.077	+ 111.2505
— 9.6	— 14.1	— 6.903	— 10.077	+ 69.5615
— 9.0	— 13.7	— 6.303	— 9.077	+ 60.9941
— 8.9	— 13.8	— 6.203	— 9.777	+ 60.6407
— 7.7	— 12.4	— 5.003	— 8.377	+ 41.9101
— 7.3	— 12.5	— 4.603	— 8.477	+ 39.0196
— 6.6	— 10.1	— 3.903	— 6.077	+ 23.7185
— 6.0	— 9.7	— 3.303	— 5.677	+ 18.7511
— 5.8	— 7.6	— 3.103	— 3.577	+ 11.0994
— 5.4	— 6.9	— 2.703	— 2.877	+ 7.7765
— 5.2	— 7.2	— 2.503	— 3.177	+ 7.9520
— 3.5	— 6.1	— 0.803	— 2.077	+ 1.6678
— 3.4	— 5.2	— 0.703	— 1.177	+ 0.8274
— 3.0	— 5.7	— 0.303	— 1.677	+ 0.5081
— 2.3	— 6.0	+ 0.397	— 1.977	— 0.7849
— 1.9	— 3.0	+ 0.797	+ 1.023	+ 0.8153
— 1.0	+ 0.9	+ 1.697	+ 4.923	+ 8.3543
— 0.4	— 0.3	+ 2.297	+ 3.723	+ 8.5517
— 0.2	+ 0.5	+ 2.497	+ 4.523	+ 11.2939
0.0	+ 1.6	+ 2.697	+ 5.623	+ 15.1652
+ 1.8	+ 2.0	+ 4.497	+ 6.023	+ 27.0854
+ 1.9	+ 4.2	+ 4.597	+ 8.223	+ 37.8011
+ 2.4	+ 2.4	+ 5.097	+ 6.423	+ 32.7380
+ 3.1	+ 6.0	+ 5.797	+ 10.023	+ 58.1023
+ 4.2	+ 7.4	+ 6.997	+ 11.423	+ 79.9267
+ 10.1	+ 14.2	+ 12.797	+ 18.223	+ 233.1997
+ 10.4	+ 19.6	+ 13.097	+ 23.623	+ 309.3904
+ 14.3	+ 24.1	+ 16.997	+ 28.123	+ 478.0066
$\Sigma X_i =$ = — 83.6	$\Sigma Y_i =$ = — 124.7	$\Sigma (X_i - \bar{X})^2 =$ = + 1307.7897	$\Sigma (Y_i - \bar{Y})^2 =$ = + 3516.3742	$\Sigma (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y}) =$ = + 2130.8313

— X_i e Y_i — Diferenças entre temperaturas e deslocamentos radiais, respectivamente, relativos a duas observações com o mesmo nível de água, a mais ou menos 0,50 metros.

— Números de pares de valores de Δt_{20} e $\Delta \delta_r$ considerados: $n = 31$

— Média dos valores de Δt_{20} : $\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{-83,6}{31} = -2,697$

— Variância dos valores de Δt_{20} : $s_x^2 = \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1307,7897}{31-1} = 43,59299$
 $s_x = 6,602$

— Média dos valores de $\Delta \delta_r$: $\bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n} = \frac{-124,7}{31} = -4,023$

— Variância dos valores de $\Delta \delta_r$: $s_y^2 = \frac{\Sigma (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1} = \frac{3516,3742}{31-1} = 117,21247$
 $s_y = 10,826$

— Coeficiente de correlação entre os valores de $\Delta \delta_r$ e Δt_{20} :

$$r = \frac{\Sigma (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y})}{(n-1) s_x s_y} = \frac{2130,8313}{(31-1) \times 6,602 \times 10,829} = 0,99$$

— Coeficiente de regressão linear entre $\Delta \delta_r$ e Δt_{20} :

$$b = r \frac{s_y}{s_x} = 0,99 \times \frac{10,826}{6,602} = 1,630$$

— Equação de regressão: $\delta_r = a + b t_{20}$

$$a = \bar{Y} - b \bar{X} = -4,023 + 1,630 \times 2,697 = 0,374$$

$$\delta_r = 0,37 + 1,63 t_{20}$$

ANTÓNIO DE CARVALHO XEREZ
Engenheiro Civil (I. S. T.)