

# Geometria de presas<sup>(\*)</sup>

JOAQUIM LAGINHA SERAFIM

*Profesor de la Facultad de Ciencias y Tecnologia  
Universidad de Coimbra, Portugal*

1 — Las presas como cualquier otra construcción han de definirse tanto en sus materiales como en sus formas, es decir en su volumen y en el contorno que encierra ese volumen. Dichas formas están relacionadas fundamentalmente con los métodos de cálculo estructural que se utilicen.

2 — Una presa de tierra tendrá que ser definida en sus límites exteriores de acuerdo con los taludes que el cálculo muestra ser necesarios. Dado que casi siempre ese cálculo es bidimensional, los taludes se definen de una manera continua y única a lo largo de toda la presa. Son pocas las presas de tierra que cambian longitudinalmente de perfil, y también casi siempre esas mismas presas tienen un perfil rectilíneo o cortado del lado de aguas abajo por bermas horizontales lo que les da una cierta belleza, necesaria en toda obra de ingeniería. En general todas las superficies de las presas de tierra son planas.

3 — Las presas de tierra con perfil de inclinaciones variables y curvas en planta son raras. Lo mismo puede decirse de las presas de escollera y casi lo mismo de las presas macizas de gravedad. Lo que es corriente son los perfiles rectilíneos en ambos paramentos encabezados por una coronación. La geometría de todas esas presas rectilíneas es por lo tanto a nuestro modo de ver pobre. Tenemos que recalcar sin embargo que incluso en valles largos y aun en el caso de presas de tierra, la curvatura en planta contribuye a la seguridad.

4 — Las presas que a continuación nos aparecen con definiciones más elaboradas son las presas de contrafuertes independientes o de cabeza maciza. Estas se

estudian en su sección horizontal con un criterio que no puede calificarse de rico, dado que lo que pretende es evitar las tensiones de tracción en la cabeza. La consideración de las presiones intersticiales representa un avance enorme sobre este concepto. Las cabezas en diamante corresponden a evitar las tracciones secundarias en el plano horizontal. La cabeza curva no es más que una pretensión formal que obliga a encofrados más costosos. Lo mismo puede decirse de los perfiles habituales en las presas de contrafuertes. Los contrafuertes se consideran ya como un sólido tridimensional que ahorra volumen al perfil plano de la presa de gravedad maciza. Incluso así la estructura real es pobre ya que las presas de contrafuertes, aunque ricas en formas (a veces exageradamente ricas) son pobres en su concepción basada en la estática plana que sirve solo para determinar las inclinaciones de ambos paramentos y el peso total para conseguir la estabilidad del conjunto. El hecho es que la presa de contrafuertes, tradicional y pretenciosa, siendo escolásticamente correcta, supone una equivocación técnica. No conocemos ninguna presa tradicional de contrafuertes que no tenga importantes fisuras e incluso graves problemas de supervivencia. Estas presas no consideran ni las condiciones asimétricas de la cimentación ni la forma de trabajar tridimensionalmente que se presenta sobre todo en los contrafuertes de las laderas. Lo mismo puede decirse de las presas de contrafuertes dobles.

5 — Menos pobres son las presas del tipo del dique lateral de Almendra ya que no pretendiendo en sus formas definir el contrafuerte es más simple de construcción. No lo es porque a lo que tiende este tipo de contrafuertes (fig. 1) es a facilitar el trabajo del contratista y como este es al fin y al cabo el que hace la obra no es necesario continuar con el argumento. Todavía lo sería en cambio en el concepto de Gaudí.

(\*) Trabalho apresentado à reunião sobre a Geometria da Engenharia Civil, realizada no Colégio de Ingenieros C.C.P. em Madrid, em Novembro de 1974.

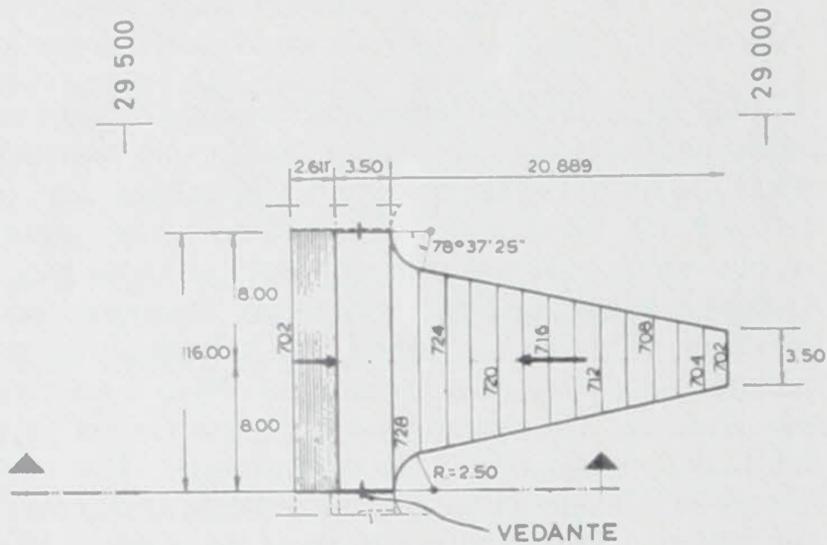
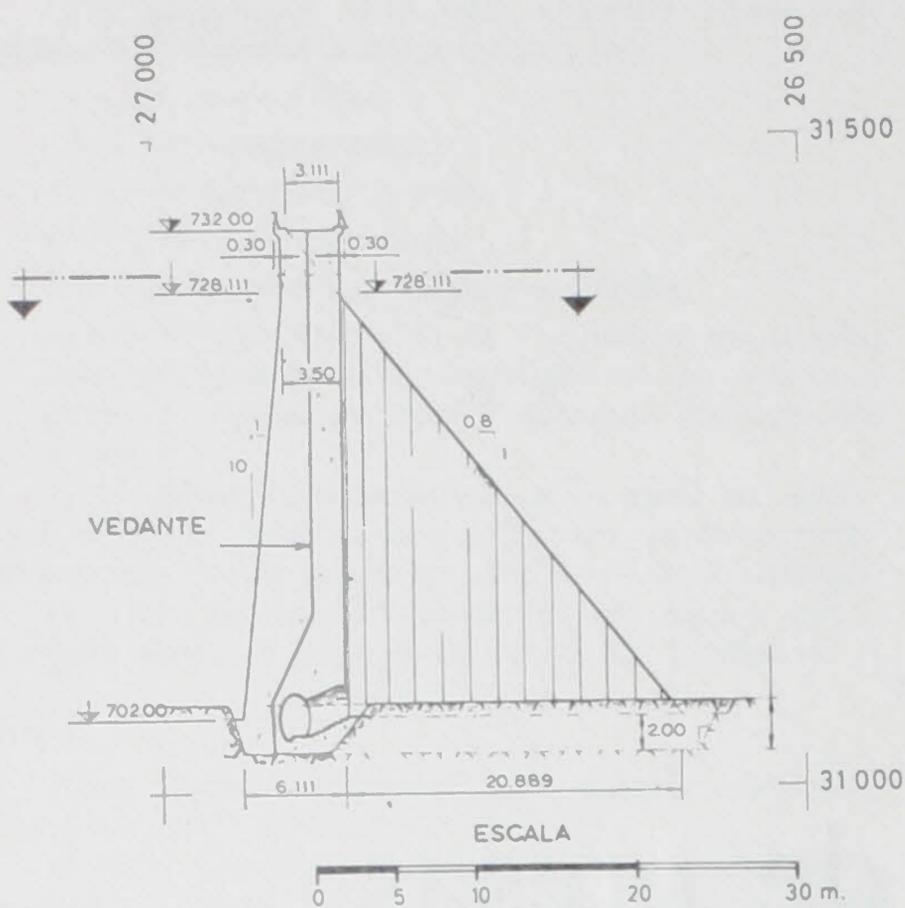


Fig. 1- Contraforte de formas simples

6 — La presa de bóvedas múltiples, si se considerase en su concepto tridimensional sería muy rica. Nosotros quisimos hacer una presa de este tipo en

una cerrada sin buenas condiciones de cimentación y perdimos la partida, la obra no se hizo (fig. 2). Los estudios de membranas a los que más adelante nos referiremos muestran que los arcos laterales de estas presas tienen curvas con radios de curvatura progresivamente crecientes hacia los arranques. Cuanto menor es la altura mayor es el radio de curvatura de los arcos; ésto es lo que muestra la membrana (fig. 3).

7 — La presa arco tradicional fué descubierta por quien descubrió la forma tridimensional de construir obras. Parece que fueron los romanos. Los romanos pusieron horizontal el arco para hacer las presas. Según el libro «Saltos de agua y presas de embalse» además de las dos presas romanas en servicio en España, aun habría otra de abastecimiento de agua en Aden. Cuando Zola, padre, proyectó la presa que lleva su nombre ya se sabía bastante estática y se sabía calcular arcos por la fórmula de los anillos. Al calcular arcos y al usar la estática no tuvo otro remedio más que poner un arco sobre otro cada vez más grueso a medida que el valle se ensanchaba. Dió así a la presa, aún hoy existente en Francia, una forma que no puede dejar de considerarse bella.

8 — Mientras tanto llega el momento en que la mecánica de los sólidos deformables entra en el cálculo de las presas y entra con buen pie. La presa de Furens de gravedad tiene una geometría mucho más racional. También se aprovecha de la tercera dimensión, su planta es curva como también lo es la de Washussetts, cerca de Boston, en los Estados Unidos, como también la tendrán muchas otras presas (la última y más célebre de las cuales es la presa de Boulder (Hoover). Estas presas de perfil gravedad formado por curvas, usaron para la vertical el concepto bidimensional resultante de las fórmulas de flexión compuesta de la resistencia de materiales y para la horizontal el concepto del arco que les aumentaba la resistencia. Estas presas subsisten y subsistirán por muchos años, incluso si las cimentaciones perdieran su enorme resistencia. El hecho es que presas arco que hayan fallado solo hay una y fué por la cimentación.

9 — Las presas bóvedas iniciales tuvieron casi siempre paramentos de formas cilíndricas o cónicas. En plan-

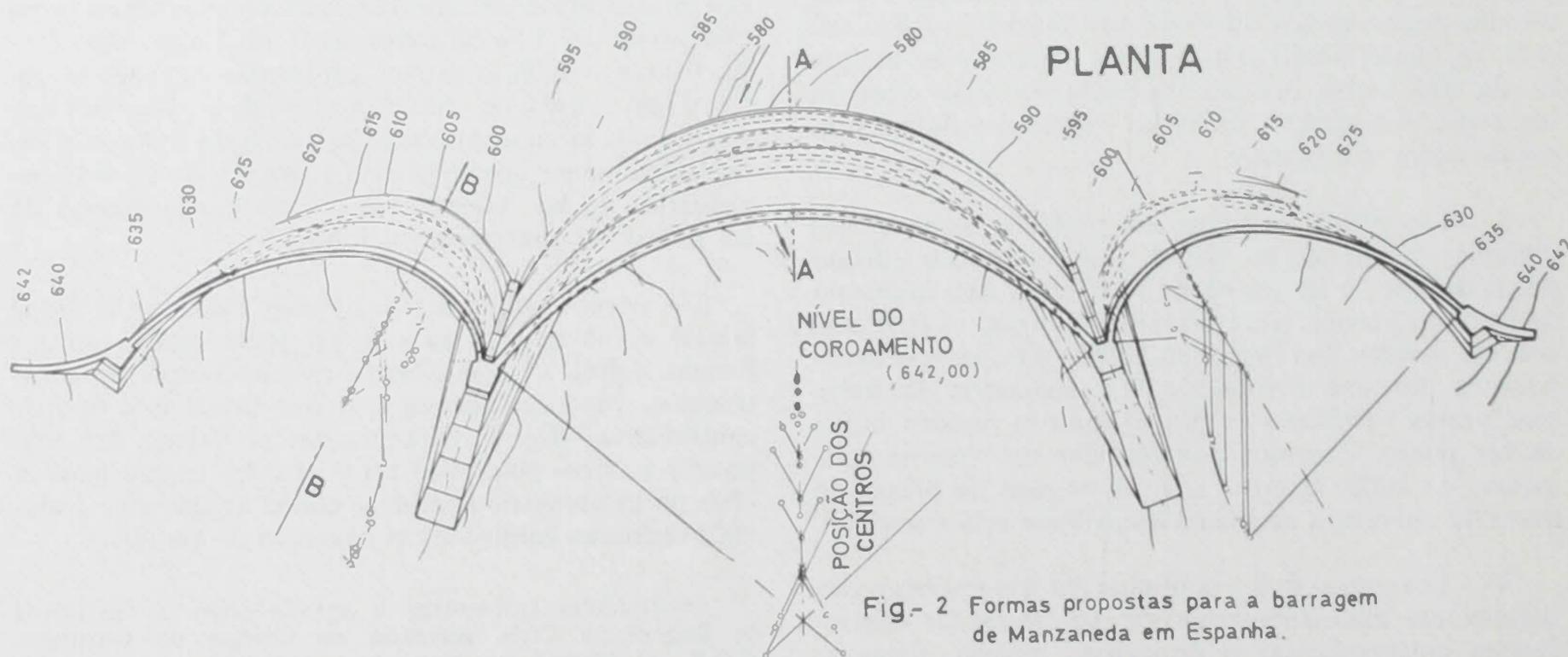


Fig. 2 Formas propostas para a barragem de Manzaneda em Espanha.

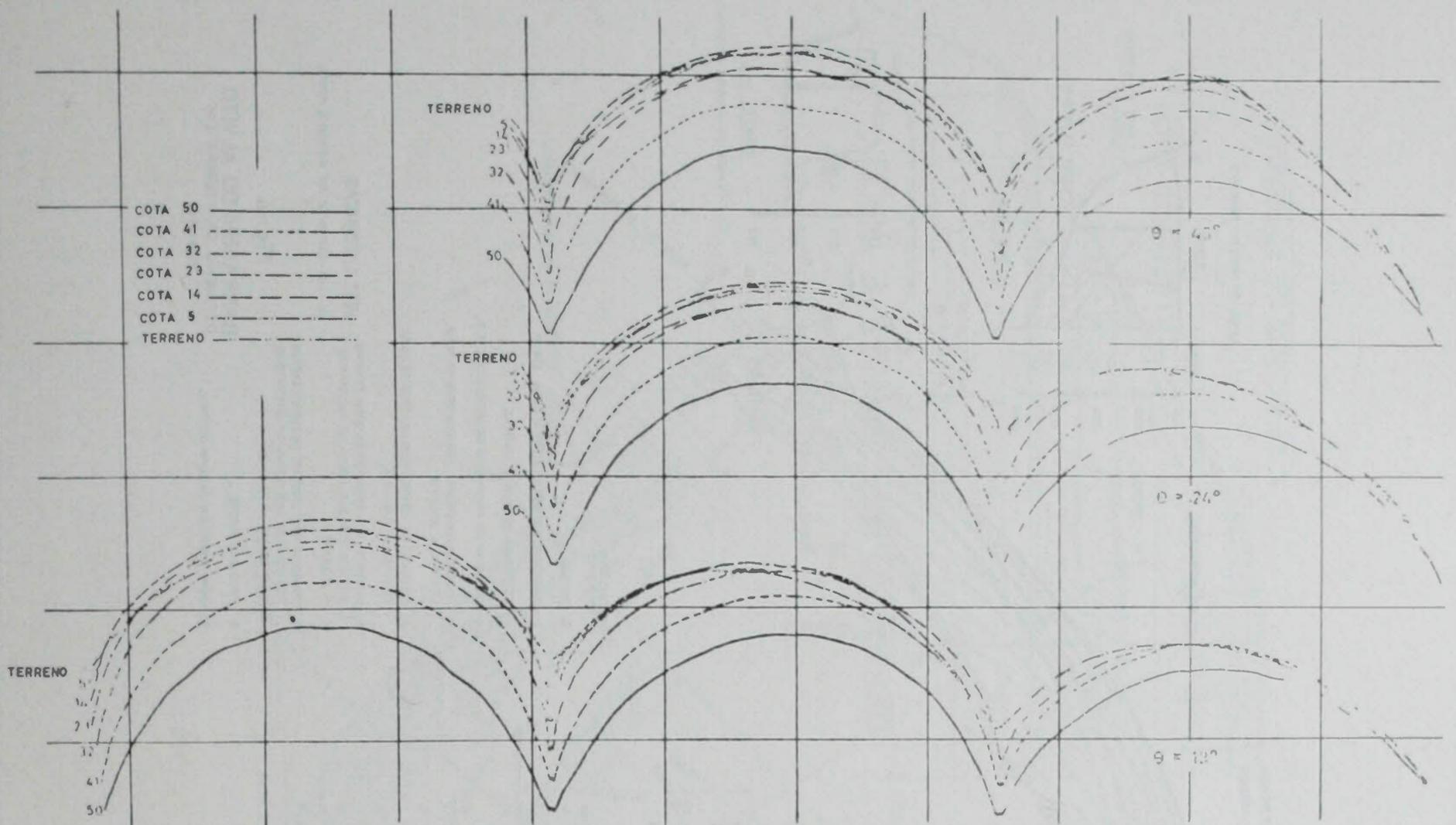


Fig. 3 - BARRAGENS DE ABÓBADAS MÚLTIPLAS.  
CURVAS DE NÍVEL DAS FORMAS OBTIDAS POR MEMBRANAS  
INSERIDAS EM TERRENOS (margens) COM DIFERENTES INCLINAÇÕES  
COM A HORIZONTAL.  
(NOTAR A ASSIMÉTRIA DOS ARCOS LATERAIS)

ta, los centros de los arcos del paramento de aguas arriba se mantenían constantes en toda la altura y muchas veces también en el paramento de aguas abajo. Mientras tanto, al calcular los arcos con exactitud, se reconoció la ventaja de aumentar los espesores hacia los arranques, modificando la posición de los centros de los arcos. Esa posición fué durante muchos años definida exclusivamente sobre el papel, en un dibujo rigurosamente hecho. Así se definieron las presas italianas, correspondientes a un notable progreso en la postguerra, y así como las presas americanas de los mejores proyectistas. Las formas no se daban con el rigor que permite la geometría analítica. A pesar de todo se continuó en varios países la tradición de las presas de centro constante (o de radio constante) y la de las de ángulo constante. No iremos a discutir las razones de estas dos formas, únicamente queremos señalar que hasta época reciente ni en los países de Europa ni en los de América se dió una definición analítica a la superficie de los paramentos.

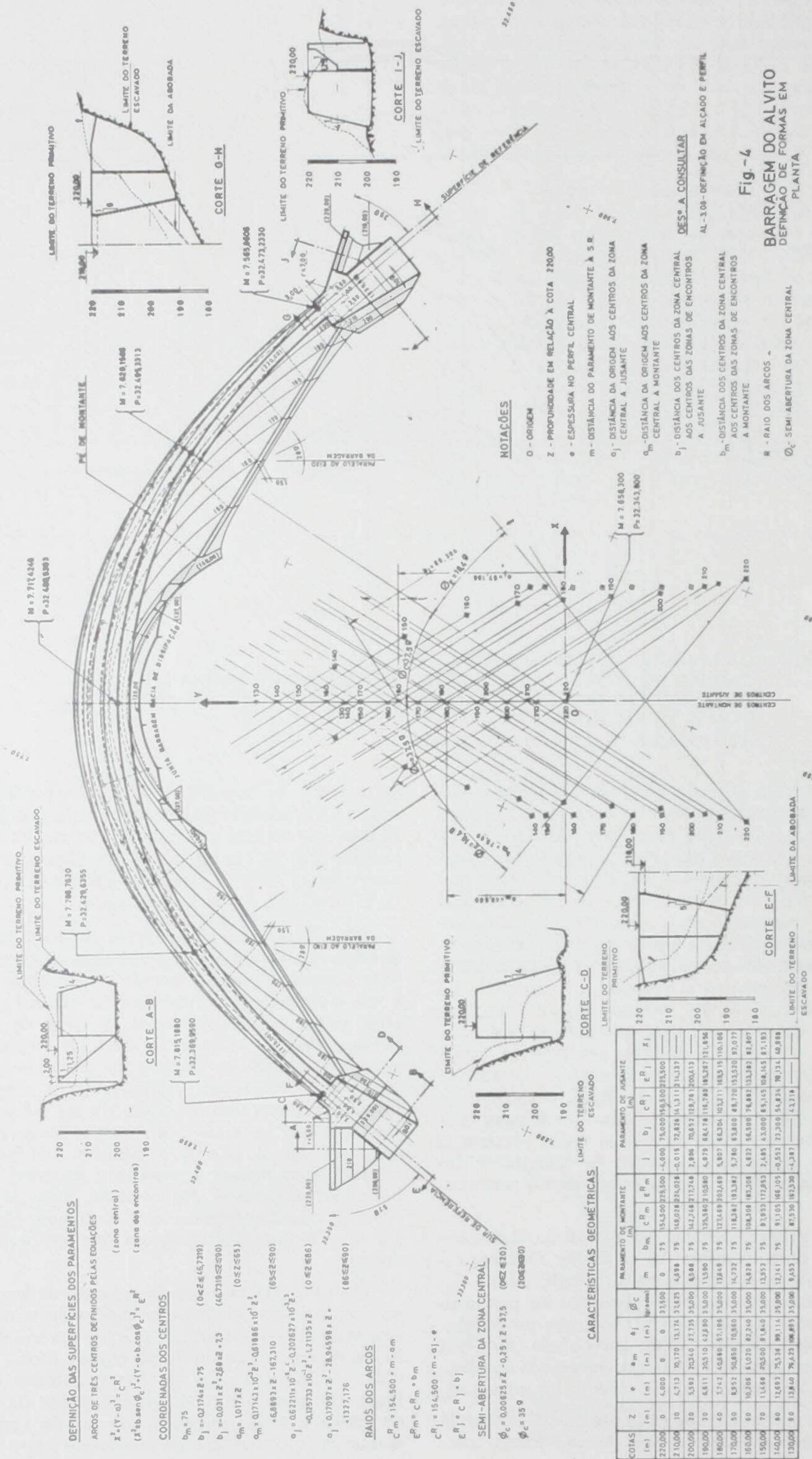
10 — La primera entidad en dar dicha definición analítica fué probablemente André Coyne. Durante varios años a raíz de la experiencia de l'Aigle, pasó a definir en términos absolutamente rigurosos los paramentos de sus presas; el de aguas arriba como un cilindro de generatrices verticales y el de aguas abajo como una sucesión de caracoles de Pascal, que daban una disminución sensible del radio desde la clave a los arranques.

11 — Nos parece que fué en la presa de Cabril en la primera en que se buscó definir de una forma com-

pleta todas las superficies de ambos paramentos por medio de ecuaciones paramétricas de la altura, o sea, de la distancia vertical a la cota de coronación. Se usaron todavía, en esa presa, arcos circulares de un solo centro aguas arriba y compuestos aguas abajo en que el radio disminuía hacia los arranques.

12 — Es necesario hacer notar que hasta entonces no se había reconocido la enorme ventaja, desde el punto de vista económico, de dar curvaturas variables en planta y una acentuada doble curvatura en vertical para adaptarse mejor a las condiciones de carga de las presas bóvedas insertas en valles de distintas formas. Esto se comprobó cuando se hicieron los primeros ensayos de membrana. Varios intentos tendentes a adaptar a las formas de membrana los arcos de las presas bóvedas revelaron que los arcos con forma elíptica (con mayor curvatura en el centro) constituían las formas más adaptables en planta, preferibles a los arcos circulares únicos o parabólicos. No obstante, tanto la parábola como el círculo continuaron y continúan siendo todavía muy usados. Quizá menos que los arcos de tres centros.

13 — Por una cuestión de proyecto de la presa y de su propia implantación se prefirió más tarde la utilización de arcos circulares de tres centros (como muestra la fig. 4), en sustitución de las elipses. Dicha figura indica que los arcos de las zonas laterales del paramento de aguas abajo van disminuyendo de curvatura de arriba a abajo mientras que los de aguas arriba mantienen la diferencia de curvaturas entre las zonas



**DEFINIÇÃO DAS SUPERFÍCIES DOS PARAMENTOS**

ARCOS DE TRÊS CENTROS DEFINIDOS PELAS EQUAÇÕES

$x^2 + (y-a)^2 = c^2$  (zona central)  
 $(x^2 + b \sin \phi_c)^2 + (y - a + b \cos \phi_c)^2 = R^2$  (zona dos encontros)

**COORDENADAS DOS CENTROS**  
 $b_m = 75$   
 $b_j = -0.2174x + 2.75$  ( $0 < x < 46.7119$ )  
 $b_j = -0.031x + 2.268x + 2.3$  ( $46.7119 < x < 90$ )  
 $a_m = 1017x + 2$  ( $0 < x < 65$ )  
 $a_m = 0.17143x + 10^3x^2 - 0.51086x + 10^3x^3$  ( $65 < x < 90$ )  
 $a_j = 0.62211x + 10^3x^2 - 0.202627x + 10^3x^3$  ( $0 < x < 46.6$ )  
 $a_j = -0.125733x + 10^3x^2 - 1.21135x + 2$  ( $46.6 < x < 66$ )  
 $a_j = 0.17097x + 2x^2 - 28.94598x + 2$  ( $66 < x < 90$ )  
 $+ 1327.176$

**RAIOS DOS ARCOS**

$R_m = 154.500 \cdot m - a_m$   
 $R^m = C \cdot R_m \cdot b_m$   
 $R_j = 154.500 \cdot m - a_j - e$   
 $R^j = C \cdot R_j \cdot b_j$

**SEMI-ABERTURA DA ZONA CENTRAL**

$\phi_c = 0.00825x + 0.35x + 37.5$  ( $0 < x < 60$ )  
 $\phi_c = 35.0$  ( $60 < x < 90$ )

**CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS**

COTAS (m)	PARAMENTO DE MONTANTE (m)		PARAMENTO DE JUSANTE (m)		j	b <sub>j</sub>	C <sub>R</sub>	e <sub>R</sub>	R <sub>m</sub>	R <sub>j</sub>	e <sub>R</sub>	e <sub>j</sub>	β <sub>c</sub>
	z	e	z	e									
220,00	0	4,000	0	0	0	75	154,500	225,500	-4,000	75,000	156,500	225,500	—
210,00	10	4,713	10,170	13,174	5,623	4,698	75	149,028	224,028	-0,015	72,826	14,131	21,437
200,00	20	5,592	20,540	27,735	35,000	8,908	75	143,748	212,748	2,898	70,852	119,781	100,619
190,00	30	6,611	30,510	43,880	35,000	13,590	75	135,580	202,800	4,979	68,478	116,780	83,287
180,00	40	7,742	40,880	57,186	35,000	18,649	75	124,689	202,689	5,907	63,304	103,211	68,519
170,00	50	8,952	50,850	70,860	35,000	24,732	75	111,849	202,689	5,780	63,800	88,770	53,520
160,00	60	10,205	60,820	82,240	35,000	31,828	75	102,308	202,689	4,822	56,500	76,882	33,282
150,00	70	11,468	70,500	91,840	35,000	39,933	75	91,033	172,953	2,485	43,000	65,145	18,145
140,00	80	12,653	75,336	99,114	35,000	48,141	75	81,051	146,105	-0,552	23,300	54,834	70,134
130,00	90	13,760	78,723	104,853	35,000	56,453	—	87,530	122,530	-4,287	—	—	—

**Fig-4**  
**BARRAGEM DO ALVITO**  
**DEFINIÇÃO DE FORMAS EM PLANTA**

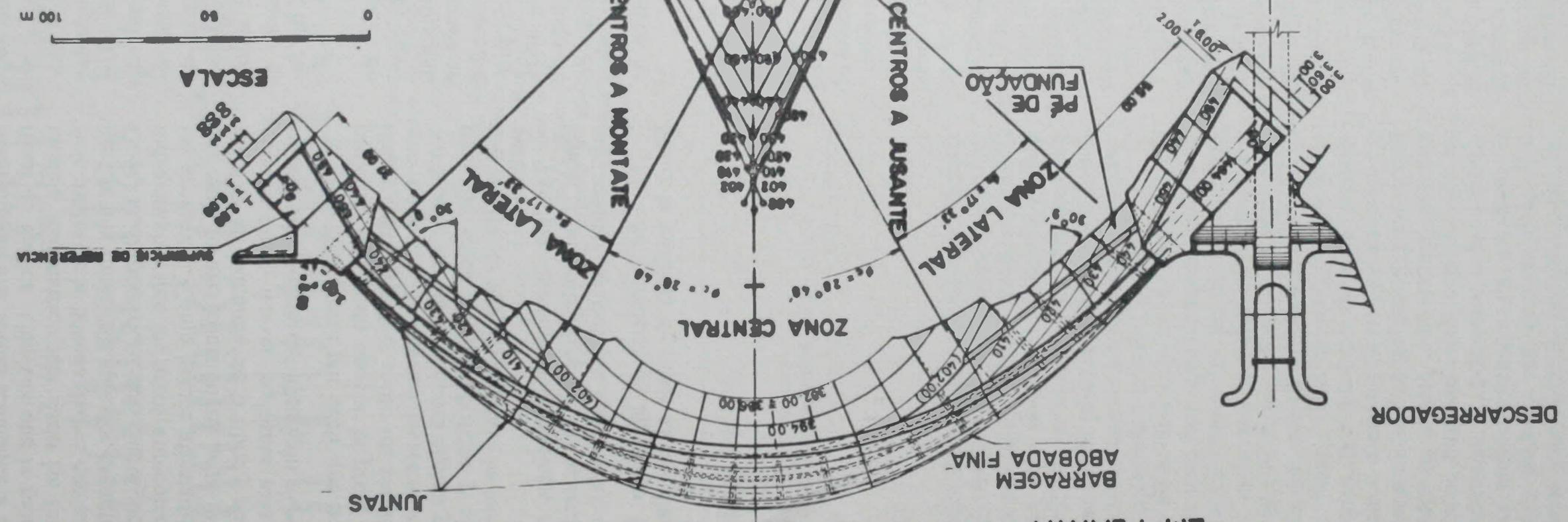
DES- A CONSULTAR

AL-3.04- DEFINIÇÃO EM ALÇADO E PERFIL

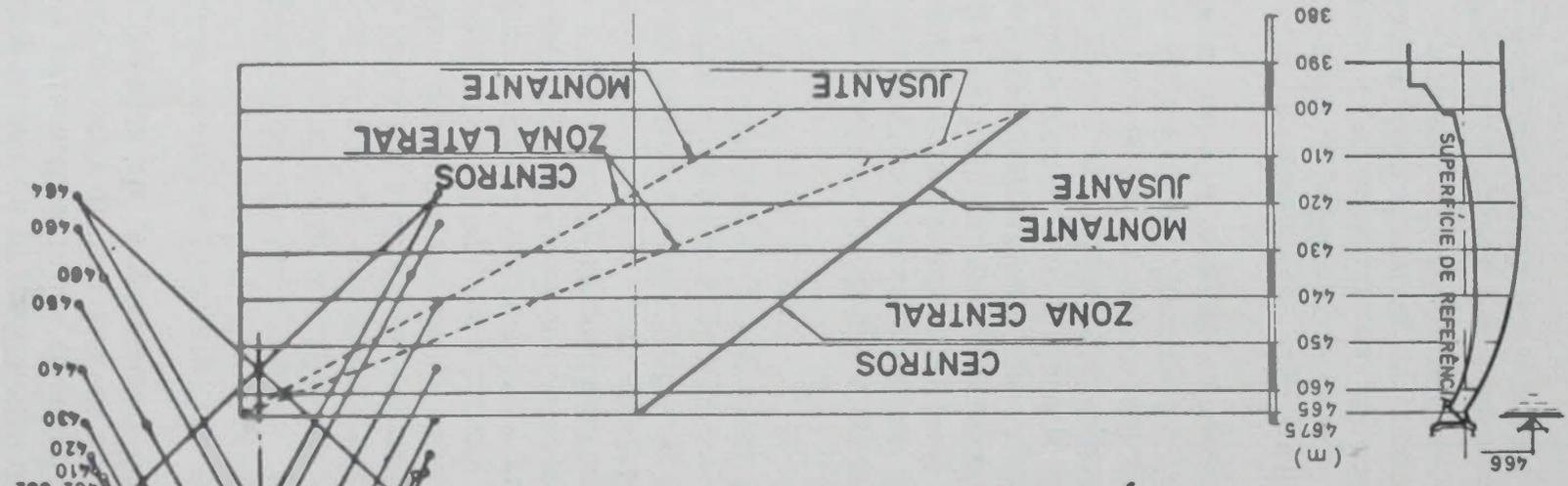
**NOTAÇÕES**

- O - ORIGEM
- Z - PROFUNDIDADE EM RELAÇÃO À COTA 220,00
- e - ESPESURA NO PERFIL CENTRAL
- m - DISTÂNCIA DO PARAMENTO DE MONTANTE À S.R.
- o<sub>j</sub> - DISTÂNCIA DA ORIGEM AOS CENTROS DA ZONA CENTRAL A JUSANTE
- o<sub>m</sub> - DISTÂNCIA DA ORIGEM AOS CENTROS DA ZONA CENTRAL A MONTANTE
- b<sub>j</sub> - DISTÂNCIA DOS CENTROS DA ZONA CENTRAL AOS CENTROS DAS ZONAS DE ENCONTROS A JUSANTE
- b<sub>m</sub> - DISTÂNCIA DOS CENTROS DA ZONA CENTRAL AOS CENTROS DAS ZONAS DE ENCONTROS A MONTANTE
- R - RAIO DOS ARCOS
- φ<sub>c</sub> - SEMI-ABERTURA DA ZONA CENTRAL

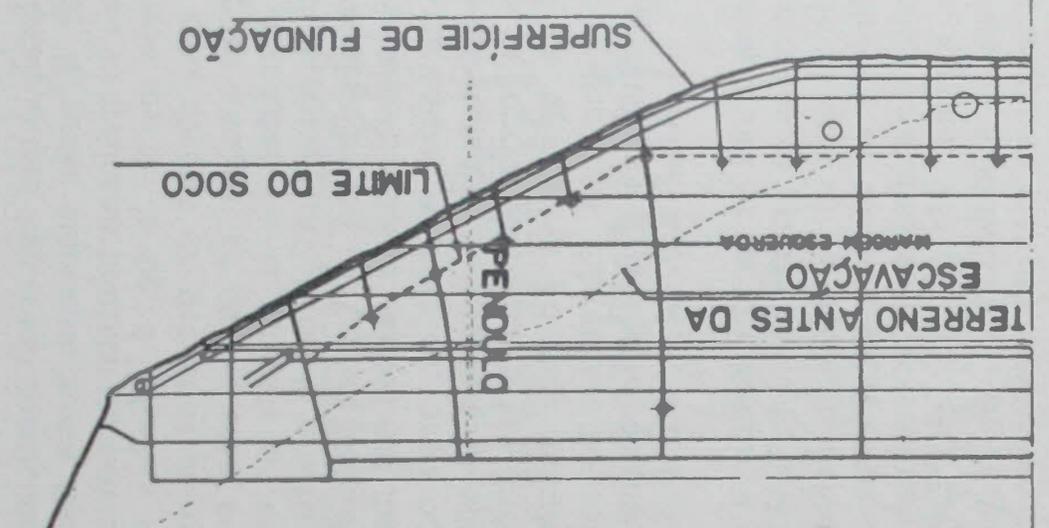
DEFINIÇÃO DE FORMAS EM PLANTA



DEFINIÇÃO DE FORMAS EM PERFIL



DEFINIÇÃO DAS JUNTAS E SOCO



SUPERFÍCIE DE FUNDAÇÃO

LIMITE DO SOCO

TERRENO ANTES DA ESCAVAÇÃO

PENSOLO

MANEJO ESQUERDA

ESCALA 100 m

ESCALA

SUPERFÍCIE DE REFERÊNCIA

DESCARREGADOR

BARRAGEM ABÓBADA FINA

JUNTAS

EM PLANTA

DEFINIÇÃO DE FORMAS

(m) 380 390 400 410 420 430 440 450 460 465 467.5 469 470 475 480 484

966

central y lateral, lo que trae como consecuencia que los espesores de la presa aumentan hacia los arranques. Estas formas se traducen también en ecuaciones paramétricas como las de la fig. 4. Muchas veces se ha acusado a estas formas de presentar ciertas discontinuidades, pues aunque las curvas sean continuas no lo son sus derivadas. En la práctica no es así. Cualquiera de los oyentes puede hacer la prueba de intentar señalar en cualquiera de las presas de este tipo existentes en España, donde se encuentran los puntos de cambio de curvatura. Además en varias ocasiones hemos tenido oportunidad de transformar estos arcos de tres centros en curvas elípticas y las diferencias son mínimas. Para una presa de cien metros de altura puede decirse que tales diferencias no sobrepasan el orden de magnitud de los errores de replanteo de los encofrados.

14 — Hasta ahora se ha ido siempre a trazados de presas proyectadas «a priori» sobre la base de la experiencia y de lo que se ha dado en llamar intuición, que en definitiva es también experiencia. Después se hace el cálculo, verificándose si las tensiones obedecen a los criterios vigentes. No obstante esta forma de proceder ha sufrido modificaciones en los últimos años. En 1967 presentamos por primera vez en el Centro de Estudios Hidrográficos un procedimiento de buscar directamente los parámetros de las ecuaciones anteriores (fig. 4) por un proceso directo a través de métodos de optimización basados en programación lineal.

15 — Esta forma de proceder no tuvo gran éxito y en la Universidad de California, en Berkeley, en un trabajo dirigido por Ed. Wilson se intentó, hace algún tiempo, otro procedimiento que consiguió obtener matemáticamente una forma semejante a la de la membrana física de Lisboa. Una vez que la membrana física o el modelo matemático han dado las formas de la superficie media de la bóveda, habrá que adaptarlas a las formas de una presa real, que por lo tanto tiene un espesor. Dada la importancia del empotramiento es siempre indispensable que los arcos aumenten su espesor hacia los arranques. Como hemos afirmado en varias ocasiones estas formas contribuyen a un incremento notabilísimo de la economía de la obra y por eso representa a nuestro modo de ver la forma más evolucionada del trazado de presas de hormigón.

16 — Solo queda por decir que por una cuestión de principio nos gusta apoyar la presa (con formas analíticas bien definidas) sobre un zócalo bien delimitado, que transmite al terreno las tensiones de la bóveda. No hemos encontrado razón alguna para hacer una separación física entre la bóveda y el zócalo (pulvino) por medio de una junta como lo han hecho otros proyectistas.

También las juntas se definen hoy por una presencia totalmente rigurosa de acuerdo con ecuaciones por resultar de normas expresadas en la figura 5.

17 — Se agradece al ingeniero Fernando Ridruejo Sáenz la molestia de pasar al castellano el original.