

F. Sardinha
Eng. Electrotécnico (I.S.T)

Transmissão Térmica nos fenómenos Transitórios ou em Regime Periódico e sua Equivalência com os das Redes Eléctricas

III - Reflexão Térmica

resumo

Nesta parte do artigo que temos vindo a publicar, o Autor analisa o fenómeno da reflexão térmica sobre uma impedância indutiva, pela variação da resistência característica de duas camadas justapostas, numa fonte térmica e com a mudança da impedância característica.

III - Thermal Reflection

summary

In this section of the study we are publishing on thermal transmission effects, the Author analyses the thermal reflection in several conditions such as on inductive impedance, characteristic resistance change on two layers, thermal source, and characteristic impedance.

1 - Reflexão térmica sobre uma impedância indutiva

Pela expressão (19) do artigo já publicado na revista ELECTRICIDADE [1], uma resistência de contacto pode ser assimilada perfeitamente a uma resistência em série com uma indutância. Igual comportamento físico se verificará entre uma zona de transição intermédia ou a zona de transição intermédia ou a zona de transição da última camada da superfície considerada (face de saída do sinal) e o ar (estamos a tratar de instalações de climatização e refrigeração) do ambiente interior.

A parte resistiva pura da impedância térmica será definida por

$$R_t = (1 + \lambda_l \sqrt{\frac{\pi}{D T_l}}) R_c \quad (33)$$

com $R_c = 1/h_p$ e a parte indutiva térmica representar-se-á por

$$L_t = \lambda_l \sqrt{\frac{\pi}{D T_l}} R_c \quad (34)$$

A expressão simbólica da impedância de contacto, equivalente (como já se viu) a uma indutância, que fisicamente significará uma inércia térmica, expressar-se-á com a forma

$$R + Lp$$

O coeficiente de reflexão escrever-se-á sob a forma

$$b = \frac{L_t p + R - Z_0}{L_t p + R + Z_0} = -[1 - \frac{2Z_0}{L_t} \cdot \frac{1}{p + (R + Z_0)/L_t}] \quad (35)$$

A onda de temperatura, após a reflexão, tem então a seguinte expressão simbólica:

$$T_t(p) = -b \frac{T_0}{p} = T_0 \left[\frac{1}{p} - 2 \frac{Z_0}{L_t} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p + (R + Z_0)/L_t} \right] \quad (36)$$

A transformada de Laplace inversa virá então

$$T_t(t) = T_0 \left\{ 1 + \frac{2Z_0}{R + Z_0} (\exp [-(R + Z_0)/L_t] t - 1) \right\} \quad (37)$$

Por esta última expressão constata-se que a reflexão sobre uma resistência de contacto, que se comportará como aplicada a uma "indutância térmica não pura" ⁽¹⁾ (o coeficiente resistivo térmico não poderá nunca, contrariamente ao que se verifica nas redes eléctricas, ser considerado em valor absoluto desprezável com o da parte indutiva térmica), dará origem a diferenciais de temperatura da mesma ordem de grandeza como se a indutância fosse pura, mas amortecidos mais rapidamente. Pode-se ver facilmente que também a amplitude do fluxo através da zona de transição não é modificada nos instantes iniciais pela existência da resistência de contacto, mas logo que o tempo aumenta indefinidamente o fluxo fica limitado a T_0/R_c .

Conclui-se neste caso que as temperaturas e os fluxos térmicos na zona de transição de qualquer camada variam exponencialmente e a resistência térmica de transição na sua forma complexa (correspondendo exactamente a uma indutância não pura das redes eléctricas) ficará submetida a uma temperatura $T_{AB}(t)$ segundo as duas expressões (38) seguintes

$$T_{AB}(t) = T_0 + T_i = \quad (38a)$$

$$= 2T_0 \left\{ 1 + \frac{Z_0}{R + Z_0} (\exp [-(R + Z_0) / L_i] t - 1) \right\}$$

$$q_{AB}(t) = q_0 + q_i = \quad (38b)$$

$$= \frac{2T_0}{R + Z_0} \{ 1 - \exp [-(R + Z_0) / L_i] t \}$$

2 - Reflexão térmica atendendo-se exclusivamente à variação da resistência característica de duas camadas justapostas (com resistência de contacto $R_c = 0$)

Pode-se afirmar com um certo rigor que este capítulo não é mais que a aplicação do capítulo não é mais que a aplicação do capítulo anterior, com a única diferença que essa resistência intermédia, que denominamos de contacto, é nula.

Na generalidade dos casos, pode-se afirmar que uma onda térmica transmitida atravessando uma impedância térmica obedece à relação

$$T_i(p) = Z_i(p) \cdot q_i(p) \quad (39)$$

Se na face de entrada duma determinada superfície existirem várias fontes térmicas sobrepostas (contínuas-permanentes; periódicas - forçadas - e transitórias) a onda poderá reflectir-se obedecendo a certos condicionamentos.

As fontes de temperatura onde a temperatura $T_c(p)$ é imposta no exterior e ligada eventualmente por uma impedância da fonte Z_c - vide matriz T_i em [1] - conduz a

$$T(p) = T_c(p) + Z_c(p) \cdot q(p) \quad (40)$$

A fonte do fluxo onde este fluxo térmico é imposto conduz então a

$$q(p) = q_c(p) \quad (41)$$

No ponto de descontinuidade material há continuidade da temperatura e do fluxo térmico. Dum lado, a temperatura e o fluxo resultam da sobreposição da onda incidente assinalada com índice i e da onda reflectida indicada com índice r . No outro lado têm-se a onda transmitida, assinalada com o índice t . Por isso

$$\begin{cases} T_i + T_r = T_t \\ q_i + q_r = q_t \end{cases} \quad (42)$$

Pela aplicação da expressão (39) e das fórmulas (17) obtemos

$$Z_0(q_i - q_r) = Z_0(q_i + q_r) \quad (43)$$

O coeficiente de reflexão b dos fluxos térmicos será, por definição, a relação entre o fluxo reflectido e o fluxo incidente q_i

$$\frac{q_r}{q_i} = b \quad (44)$$

O coeficiente de reflexão das temperaturas é definido como a relação da temperatura reflectida T_r e a temperatura incidente T_i ; pelo que as relações (17) mostram

$$\frac{T_r}{T_i} = -b \quad (45)$$

resultando daqui

$$b = \frac{Z_0 - Z_i}{Z_0 + Z_i} \quad (46)$$

Conforme já definido a partir doutro tipo de dedução na expressão (35-b) de [1].

3 - Reflexão sobre uma fonte térmica

Será preciso agora definir a reflexão sobre uma fonte f a partir da indicação que o sinal do fluxo q na expressão (39) é oposto aquele do fluxo $q(0,p)$ da expressão (19); com efeito, neste último sentido dos x positivos parte-se do ponto da superfície onde se faz a observação (que é a sua origem), enquanto que na expressão (40) o sentido positivo é dirigido para o ponto onde se faz a observação (que é considerado como um ponto de reflexão). Isto implica que a expressão (40) se modifique para

$$T_i + T_r = T_f + Z_f(q_i + q_r) \quad (47)$$

ou ainda

$$T_i(Z_0 - Z_f) + T_r(Z_0 + Z_f) = Z_0 T_f$$

ou seja

$$T_r = T_i \frac{Z_f - Z_0}{Z_f + Z_0} + T_f \frac{Z_0}{Z_f + Z_0} \quad (48)$$

⁽¹⁾ Definição e designação introduzida pelo autor à semelhança com os fenómenos das redes eléctricas de transmissão.

Esta fórmula considera que a onda "2" é a sobreposição da onda reflectida sobre a impedância Z_p , considerada como passiva, e a onda da temperatura imposta pela fonte.

Neste caso, a reflexão sobre uma fonte de fluxo térmico, o fenómeno toma um aspecto diferente da onda reflectida, sendo dada pelas fórmulas

$$\begin{cases} q_r = q_i - q_t \\ T_r = - (Z_0 q_i - T_0) \end{cases} \quad (49)$$

O fluxo q_t será então a soma dum fluxo térmico q_r , tal como se se reflectisse sobre uma impedância infinita, e do fluxo térmico imposto q_i .

4 - Reflexão sobre uma mudança de impedância característica

Estamos convictos de sermos responsáveis, por analogia com os fenómenos eléctricos, insiste-se, da introdução da definição de "impedância característica nos fenómenos térmicos".

Já se discutiu e definiu anteriormente neste artigo, e com um certo pormenor, a reflexão térmica sobre uma impedância indutiva (resistência de contacto entre duas camadas diferentes de zero). Esta resistência poderá, no entanto, ser nula sem que tal implique que $1/\sqrt{\lambda_1 \beta_1 C_1}$ da camada 1 seja igual a $1/\sqrt{\lambda_2 \beta_2 C_2}$ da camada 2. Verifica-se portanto uma desigualdade do inverso de cada coeficiente de penetração de Gröbber e tal implicará:

1º) que cada camada considerada terá uma impedância característica distinta;

2º) o coeficiente de reflexão, devido à diferença das impedâncias características, não será nunca igual a zero.

Chamemos agora Z_{01} e Z_{02} as impedâncias características das camadas 1 e 2. O coeficiente de reflexão dos fluxos sobre a primeira camada será

$$b_r = \frac{Z_{01} - Z_{02}}{Z_{01} + Z_{02}} \quad (50)$$

As ondas reflectidas serão idênticas às obtidas pela reflexão sobre uma impedância $Z_b = Z_{02}$.

As ondas reflectidas e transmitidas serão proporcionais à onda incidente, qualquer que seja a forma desta. Em particular, no caso de ser imposta uma temperatura brusca na camada 1, a temperatura e o fluxo térmico num ponto qualquer da camada 1 serão ainda idênticos ao indicado nas figuras 3 e 4 inseridas⁽²⁾ na Parte II.

O fluxo transmitido na camada 2 calcula-se escrevendo que no ponto da superfície de separação das duas camadas a soma dos fluxos térmicos incidente, reflectido e transmitido são nulos. A relação do fluxo incidente (também denominada

coeficiente de transmissão) será então

$$b_t = \frac{2Z_{01}}{Z_{01} + Z_{02}} \quad (51)$$

O fluxo térmico e a temperatura num ponto qualquer da camada 2, suposta de espessura infinita, apresentaria então degraus sucessivos de largura $2X/v$, sendo X , a espessura da primeira camada. Na prática, com duas camadas sucessivas tendo espessuras da mesma ordem de grandeza, as ondas reflectidas na extremidade da segunda camada vêm sobrepor-se em degraus. Temos então a denominada "função em escada".

Os materiais de construção civil, apresentando "impedâncias térmicas características" um tanto vizinhas, originariam "teoricamente" descontinuidades fracas na zona de transição.

Realça-se o termo teoricamente porque, contrariamente ao que se pode verificar nas linhas aéreas de transmissão de energia eléctrica, dificilmente encontraremos materiais de construção civil que apresentem na superfície de contacto uma resistência de contacto nula. No entanto, teoricamente e praticamente, verifica-se-á que as diferenças maiores ocorrem entre um material de uso corrente na construção civil e uma camada metálica ou ainda entre aquele mesmo material e uma superfície constituída por uma camada muito isolante e de elevada capacidade térmica específica.

Eventualmente, se se considerar uma superfície constituída por dois materiais de igual "impedância térmica característica", as condições de repartição da onda transmitida intervirão como apresentando uma resistência cujo inverso é igual à soma das admitâncias características dos materiais considerados

$$\begin{cases} T_i + T_r = T_t \\ q_i + q_r = \Sigma q_n \end{cases} \quad (52)$$

onde o índice i se reporta à onda transmitida no material $i = 1, 2, \dots, m$.

Tendo em conta as relações (17-a) e (17-b)

$$\begin{cases} q_i - q_r = q_n \\ q_i + q_r = m q_n \end{cases} \quad (53)$$

ou seja

$$\begin{cases} q_n = \frac{2}{m+1} q_i \\ T_n = \frac{2}{m-1} T_i \end{cases} \quad (54)$$

A temperatura e o fluxo térmico transmitido em cada uma das camadas será uma fracção $2/(m+1)$ da temperatura e do fluxo térmico da onda incidente. Por outro lado, se as $m+1$ camadas se encontrarem lado a lado constituindo um fenómeno equivalente a linhas eléctricas em paralelo e apresentando "resistências térmicas características" diferentes $R_0, R_1, \dots, R_m$, então ver-se-á facilmente que os fluxos transmitidos são tais que se verifica

(2) ELECTRICIDADE n° 296, Janeiro 1993, pág. 24.

$$\begin{cases} R_1 q_{i1} = R_2 q_{i2} = \dots = R_m q_{im} \\ 2q_i = \left[\frac{R_i}{R_0} + \sum_{k=1}^{k=m} \frac{R_i}{R_k} \right] q_{ii} \end{cases} \quad (55)$$

Estas condições referem-se aos casos em que uma superfície limitadora dum determinado ambiente, e a título de exemplo, é constituída parcialmente por tijolo, outra por uma viga ou pilar de betão, etc.

Segundo o já exposto verificou-se que o modelo térmico duma camada B na sequência duma outra A se poderá representar de forma análoga ao que se verifica nas linhas eléctricas de transmissão com uma indutância e uma resistência em série.

Nestas condições, e como também já se viu anteriormente, a impedância apresentar-se-á segundo a expressão

$$\begin{aligned} & \left(1 + \sqrt{\frac{\pi C_B \beta_B \lambda_B}{t_j}} R_c + R_B \right) + \\ & + p \sqrt{\frac{\pi C_B \beta_B \lambda_B}{t_j}} R_c = R_s(\omega) + p L_s(\omega) \end{aligned} \quad (56)$$

os coeficientes b_r e b_t , respectivamente, de reflexão e de transmissão da temperatura, obedecerão às seguintes expressões:

$$\begin{cases} -b_r = \frac{R_s L_s p}{2Z_{0B} + R_s + p L_s} = 1 - \frac{2Z_{0B} / L_s}{p + (2Z_{0B} + R_s) / L_s} \\ b_t = \frac{2Z_0}{2Z_{0B} + R_s + p L_s} \frac{2Z_{0B} / L_s}{p + (2Z_{0B} + R_s) / L_s} \end{cases} \quad (57)$$

Deduz-se assim que uma função de Heavioside da temperatura (em degrau) se propaga através da superfície onde as temperaturas das ondas reflectidas e transmitidas serão

$$\begin{cases} T_r(t) = \frac{2T_0}{2Z_{0B} + R_s} \{R_s + 2Z_{0B} \exp[-(2Z_{0B} + R_s)/L_s]t\} \\ T_t(t) = T_0 \frac{2Z_{0B}}{2Z_{0B} + R_s} \{1 - \exp[-(2Z_{0B} + R_s)/L_s]t\} \end{cases} \quad (58)$$

A impedância série será então sempre submetida à temperatura (em função da profundidade)

$$T_i(t) = 2 T_r(t) \quad (59)$$

O conjunto de fórmulas e casos apresentados anteriormente põe em evidência as dificuldades que se encontram logo que se pretende conhecer os fenómenos térmicos respeitantes às variações da temperatura e dos fluxos térmicos nas condições mais diversas, quer para a zona de separação de dois materiais sobre postos quando se verifica uma resistência térmica de contacto, quer relativamente a superfícies multicamadas de diferente coeficiente de penetração de Gröbber ($b = \sqrt{\lambda \beta C}$) e, finalmente, quando essas superfícies são constituídas por diversos materiais dispostos paralelamente lado a lado (caso de paredes com partes em tijolo, outras partes constituídas por vigas e/ou pilares em betão armado, etc.). ■

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) F. Sardinha, *Analogia entre os fenómenos que ocorrem nas redes eléctricas e na transmissão térmica*, ELECTRICIDADE Nº 182, Dez. 1982.

Leia e Assine a Revista Electricidade

4750\$00 em 1993

Envie artigos à Redacção sobre temas tecnológicas

Ainda está a tempo de participar em especial

no nº 300 (em Maio)

com a sua opinião sobre a publicação desta Revista