

Considerações sobre regulação automática*

MANUEL TAVARES DE PINHO

Engenheiro Electrotécnico (U.P.)

4.2.4 — Reguladores de acção integral

Após o estudo dos reguladores de acção diferencial, nos quais o incremento δ varia em função da derivada no tempo do afastamento γ , teria certa lógica idealizar um outro tipo de regulador, no qual as coisas se passassem de certo modo inversamente, isto é, no qual fosse a derivada no tempo do incremento δ que variasse em função do afastamento γ ; um raciocínio destes conduziria a empregar uma lei do género

$$\frac{d\delta_i}{dt} = k_i \gamma$$

chamando δ_i ao incremento dado e com k_i como constante de proporcionalidade. Se explicarmos δ_i , para mais facilmente o relacionarmos com os dos reguladores já estudados, encontraremos

$$\delta_i = k_i \int \gamma dt.$$

Os reguladores que satisfazem a esta condição são designados por *reguladores de acção integral*, ou simplesmente *regulador I*, como consequência da lei de relação de δ com o afastamento γ . Tomando este com variação no tempo do modo considerado atrás, isto é, com $\gamma = k_t t$, teremos (¹⁴)

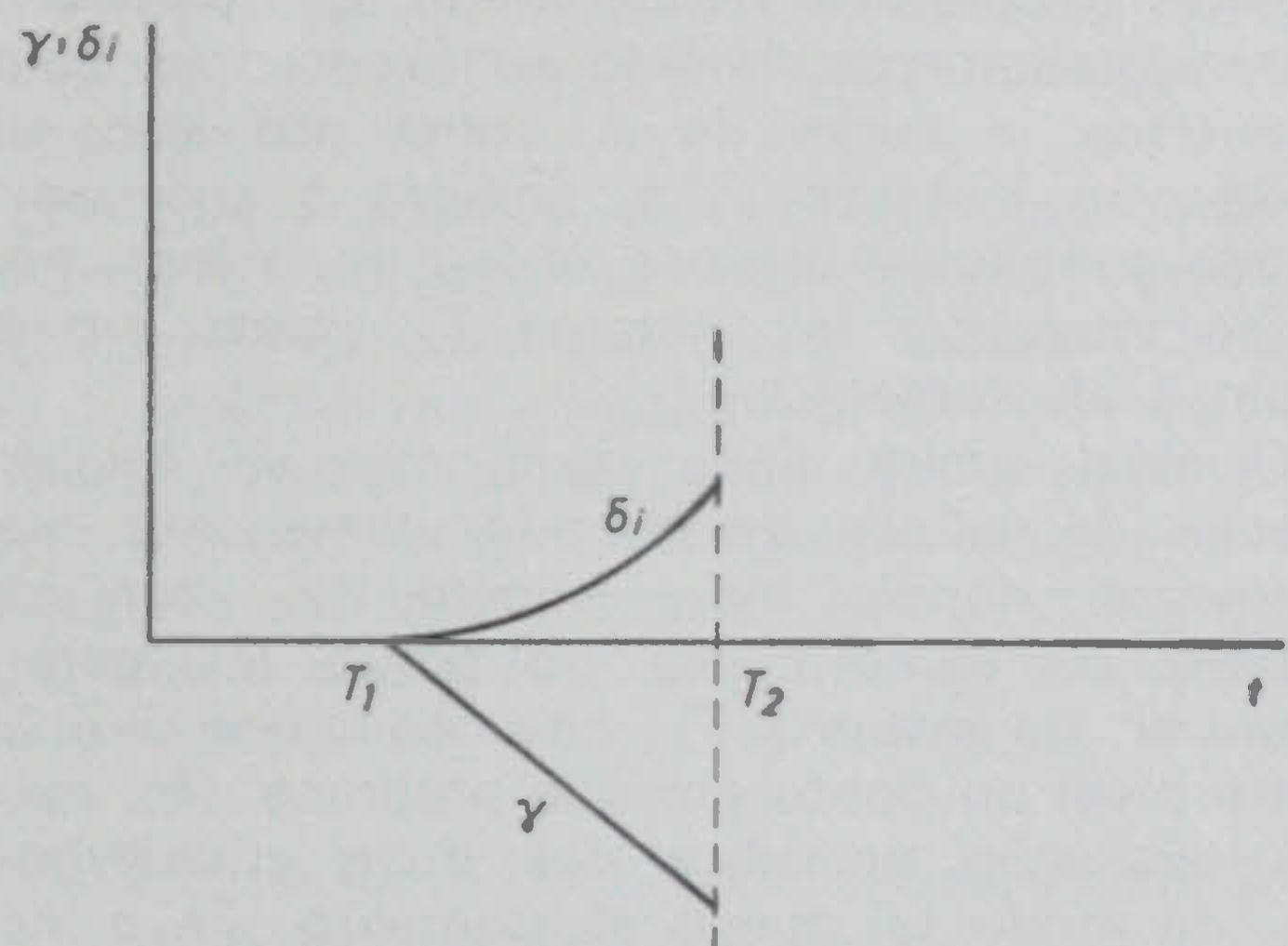


Fig. 11

$$\delta_i = \frac{1}{2} k_i k_t t^2,$$

donde concluímos que a evolução de δ_i é parabólica; na fig. 11 apresentamos a situação conjunta de γ e de δ_i .

A que nos conduzirá um tal regulador se o empregarmos no exemplo de que nos temos servido para raciocinar?

Partindo, uma vez mais, dum estado de equilíbrio dinâmico do depósito, vamos, como anterior-

* Conclusão dos números anteriores.

(¹⁴) Dispensamo-nos de considerar diferente de zero a constante de integração; basta, para isso, utilizar um sistema conveniente de eixos coordenados.

mente, dar um acréscimo ao caudal de saída, mantendo-o depois constante no novo valor tomado.

Começará o nível por baixar e, consequentemente, aumentará o caudal de entrada por ter crescido, na respectiva válvula, o seu grau de abertura; mas este crescimento é muito rápido, de forma quadrática a princípio, de modo a que, dentro de instantes, o caudal na entrada pode exceder o de saída, sustando o nível na sua descida; isso acontece no ponto T_8 da fig. 12.

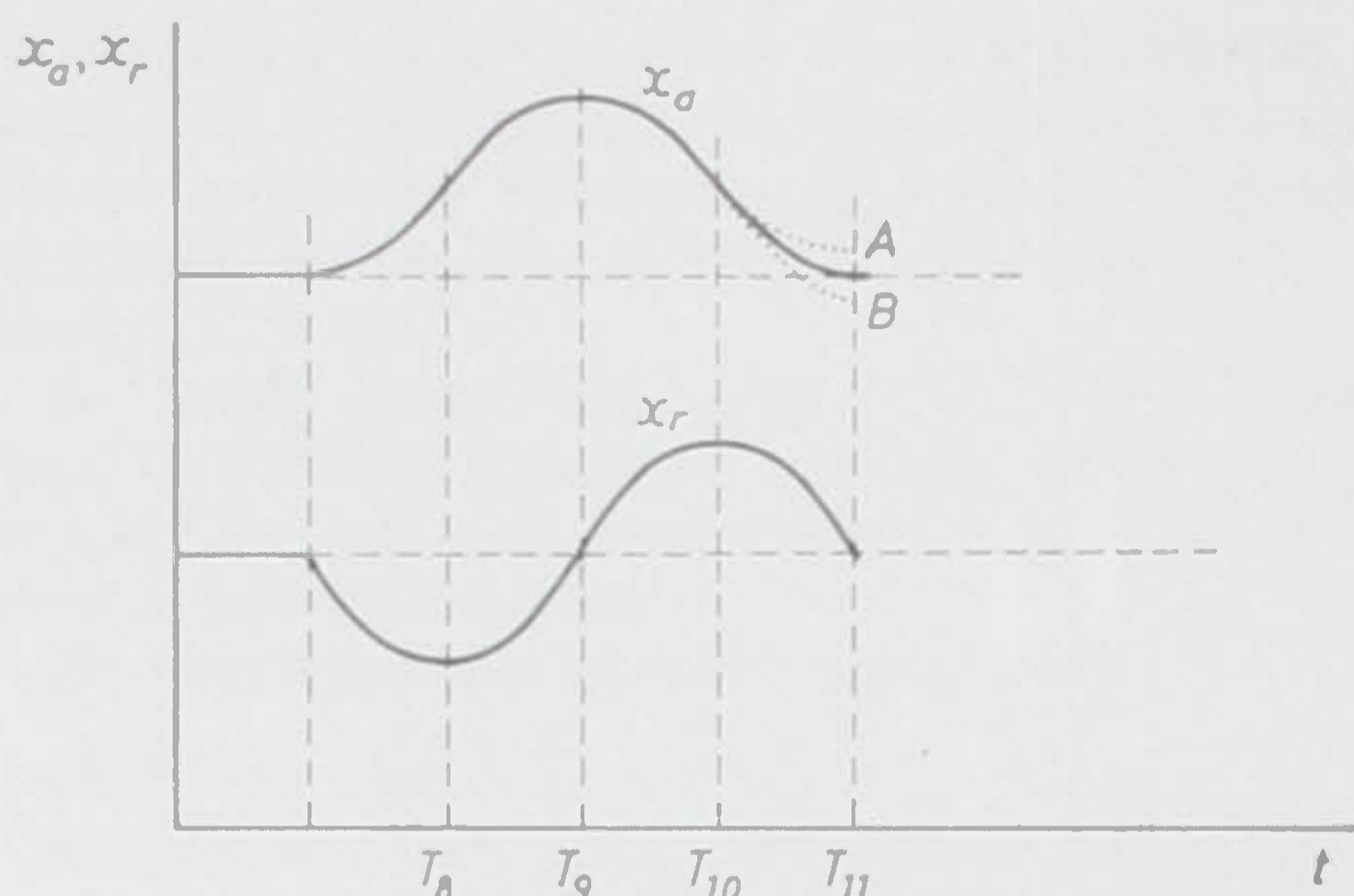


Fig. 12

Pela lei que liga γ a δ_i , verificamos que é justamente neste ponto que atinge o máximo de velocidade a variação de δ_i (máxima inclinação da tangente geométrica na curva de x_a); o nível vai subir, seguidamente, devido ao excesso de caudal de entrada, a curva de x_a sofre, por isso, uma inflexão no instante T_8 e, embora a abertura da entrada continue a crescer, fá-lo-á mais lentamente até se imobilizar no instante T_9 , ponto em que é nulo o afastamento γ .

O nível subirá ainda mais, mas vai iniciar-se o fecho da válvula de entrada, começando vagarosamente, depois mais velozmente, com novo máximo, de fecho agora, no ponto T_{10} , para se encontrar, no instante T_{11} , nas condições de início, com o nível no ponto em que partimos. Há, assim, uma oscilação periódica das duas grandezas x_a e x_r , de modo tal que o afastamento γ e o incremento δ_i estão esfasados de 90° , com um atraso deste em relação àquele ⁽¹⁵⁾.

Imediatamente se verifica que, com este tipo de regulador, se poderá sempre atingir o nível inicial, contrariamente ao que acontecia com os reguladores apresentados até agora; no entanto, é evidente a instabilidade do sistema assim regulado, pois que, a partir do ponto T_{11} (fig. 12), se vai reproduzir uma vez mais, e outra, e outra, a oscilação dos valores das grandezas x_a e x_r . É claro que, conforme as características que o regulador apresentar, o incremento δ_i pode ser nulo, ou positivo, ou negativo no ponto T_{11} ; no primeiro caso, o fenómeno repetir-se-á indefinidamente, até que outra perturbação lhe altere as condições, mas se for positivo (ponto A na fig. 12), serão amortecidas sucessivamente as variações até atingir um valor estável para o nível (o mesmo que no início), com uma abertura na entrada um pouco maior (para compensar o acréscimo do caudal de saída) que

corresponderia à ordenada (na figura) em volta da qual oscilaria o valor de x_a com amplitudes sucessivamente decrescentes. Mas se δ_i for negativo (ponto B), serão cada vez maiores as oscilações até surgir definitivamente o impedimento de qualquer hipótese de regulação por se excederem as possibilidades do regulador; será a destruição da regulação.

A fig. 12 representa as curvas características deste tipo de regulador; por elas concluímos que o regulador I é astático, uma vez que, no caso de um regime permanente e estabilizado, não apresenta qualquer relação de dependência entre as grandezas regulada e de regulação: o nível anterior, se as variações tenderem para uma situação estável, será sempre repostado, independentemente do caudal de saída e, portanto da abertura que na entrada tiver que ser praticada.

Por aquilo que dissemos, um regulador I nem sempre será de aconselhar, pois que se corre o risco de «cair» em situação instável; tal como acontecia com o regulador D , o seu emprego principal é na associação com outro tipo, o regulador P .

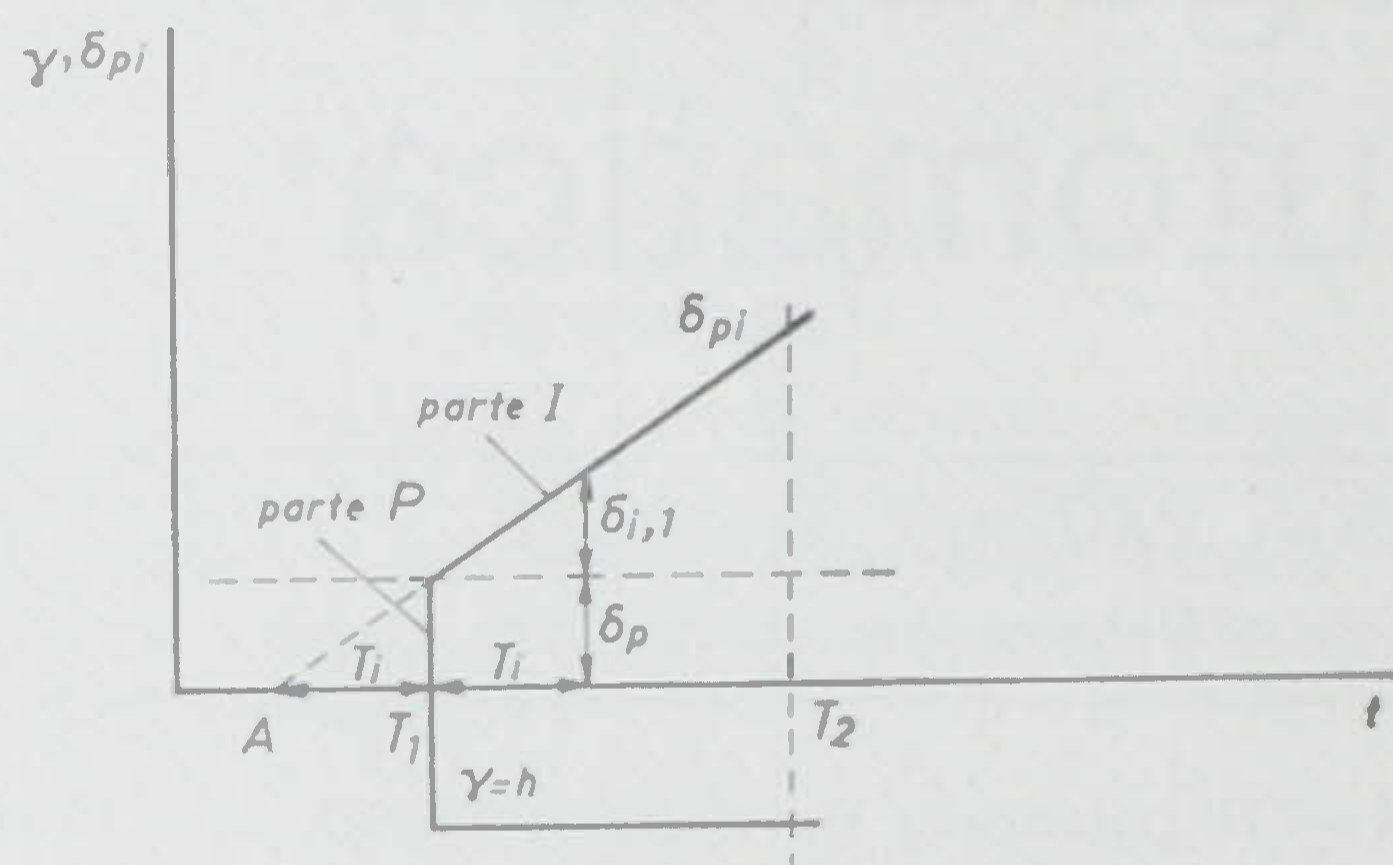


Fig. 13

4.2.5 — Reguladores de acções proporcional e integral, conjuntas

Na verdade, podemos, a exemplo do que se fez nos reguladores D , imaginar que o nosso depósito dispõe de dois reguladores, um deles de tipo P e outro de tipo I , e que o sistema se encontra dinamicamente equilibrado entre um caudal de saída e outro de entrada, este resultante dos dois reguladores.

Nestas condições, um aumento do primeiro daqueles caudais fará abrir as duas válvulas de entrada, uma proporcionalmente ao afastamento e outra com velocidade proporcional ao mesmo afastamento; mas em vez de considerarmos simplesmente, como em outros casos, que a variação

⁽¹⁵⁾ Da expressão que liga γ a δ_i , vemos que, em caso de oscilação, está, de facto, γ em avanço em relação a δ_i ; devido à convenção que desde o início desta exposição tomámos, de desenhar «para baixo» as variações de x_r e «para cima» as de x_a , além de termos eliminado o sinal (—) que traduziria a reacção negativa dos reguladores, parece, na fig. 12, que tudo se passa de modo inverso; chama-se, por isso, a atenção para o facto.

deste é uma função linear do tempo, vamos encarar primeiramente o que se passa se tal variação for instantânea.

Assim, se bruscamente e por momentos se abrir a válvula de saída, de modo a que instantaneamente o nível desça até outro valor, podemos considerar num intervalo curto que o afastamento γ mantém valor constante; então teremos $\gamma = h = \text{const.}$, donde resultará, para a parte P , um incremento $\delta_p = k_p h$ e na parte I um incremento $\delta_i = k_i h t$ (pondo de lado a constante de integração). O incremento soma resultante será da forma

$$\delta_{pi} = \delta_p + \delta_i = k_p h + k_i h t$$

Tudo se passa como se, num único regulador, a abertura de entrada sofresse um acréscimo constante igual a $k_p h$ e um outro, $k_i h t$, crescente sucessivamente com o tempo. A fig. 13 representa essa evolução.

Um regulador deste tipo é designado por *regulador de acções conjuntas proporcional e integral*, ou simplesmente por *regulador PI*.

Chama-se *tempo de acção por integral* ao tempo T_i , contado desde o início T_1 da perturbação (fig. 13), necessário para que, mantendo em permanência as condições representadas na figura, a grandeza de regulação sofra, devido à parte I , um incremento $\delta_{i,1}$ igual àquele, δ_p , que recebeu inicialmente da sua parte P ; por simplicidade de consideração, o tempo T_i costuma definir-se graficamente pelo intervalo, em abcissas, que fica intercalado entre o ponto A , onde o prolongamento da recta que traduz a variação de δ_i encontra o eixo dos tempos, e o início T_1 da perturbação (fig. 13).

Os reguladores PI dispõem sempre duma escala de tempos, geralmente graduada em minutos, na qual se pode previamente escolher o tempo T_i ; isso significa que, para o mesmo valor $k_p h$ de δ_p , o valor da inclinação da recta que nos dá a variação de δ_i sofrerá alteração conforme se alterar T_i ; no limite, se se fizer $T_i = \infty$, resultará nula essa inclinação, portanto inoperante a parte I , o que transformará o regulador PI em, simplesmente, regulador P ⁽¹⁶⁾.

É claro que tudo se passará de modo idêntico se formos considerar que γ variará no tempo. As figuras obtidas em lugar da fig. 13 serão, no entanto, confusas, ou difíceis de representar, mesmo já no caso habitual de ser $\gamma = k_t t$; aqui teríamos que sobrepor à recta inclinada $\delta_p = k_p k_t t$ a parábola $\delta_i = \frac{1}{2} k_i k_t t^2$, o que não é cómodo de representar. No entanto, mantém-se inalterável o conceito de T_i que se entenderá aqui para intervalos de tempo muito curtos.

Que reacção terá um regulador PI se o afastarmos do seu equilíbrio inicial?

Mantendo o mesmo género de experiência que nestes casos temos empregado, façamos crescer o caudal de saída, mantendo-o depois noutro valor constante. O nível irá descer, a parte P do regulador irá abrindo sucessivamente conforme o afastamento for crescendo e a parte I do mesmo aumentará suplementarmente a entrada seguindo a curva parabólica a que fizemos referência (fig. 14).

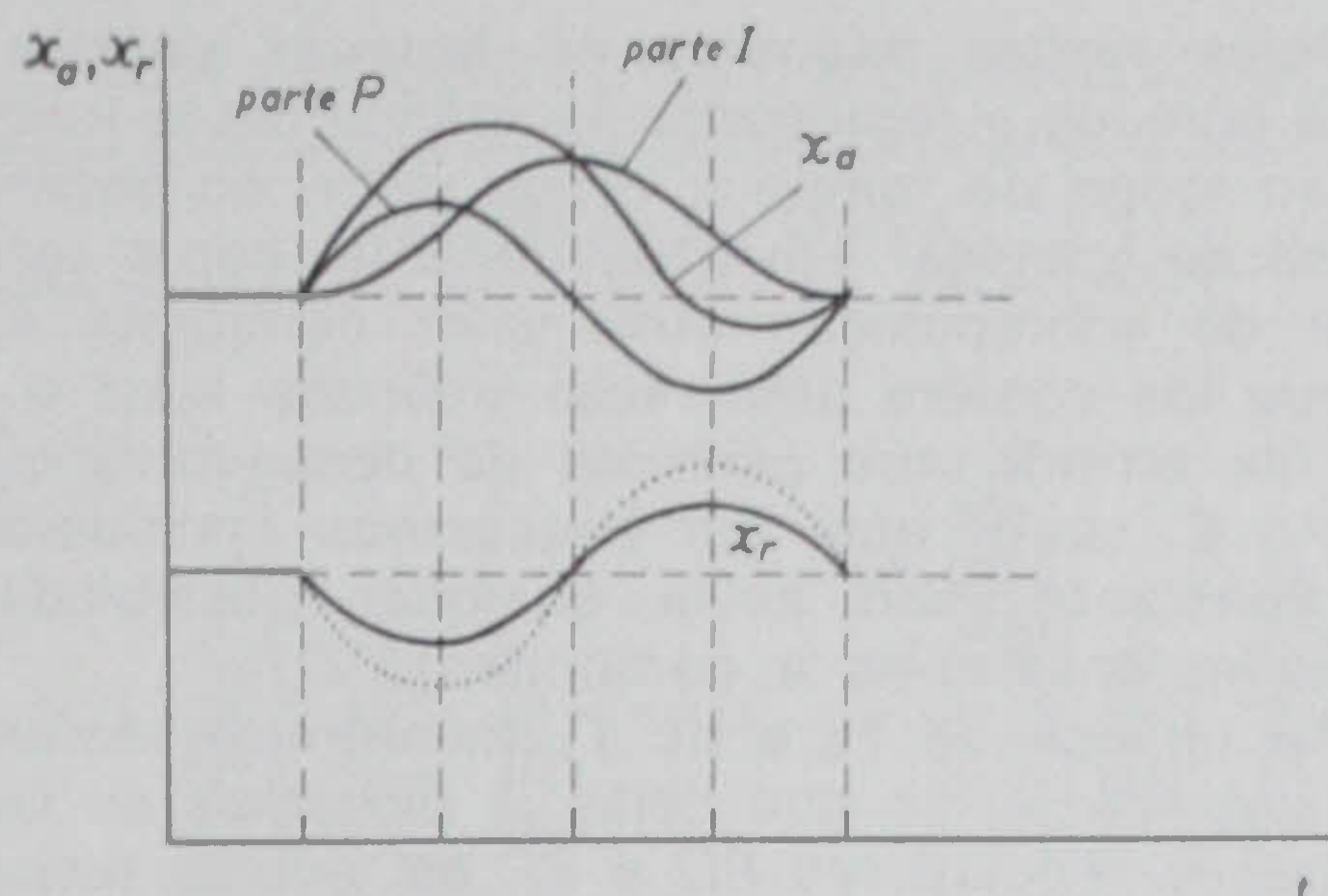


Fig. 14

A evolução será oscilatória, do género daquela que já vimos no regulador I , mas a presença da componente P conferir-lhe-á carácter fortemente amortecido, razão que levará, em poucos ciclos, o nível de água àquele valor que tinha antes; na fig. 14 indicamos, em sobreposição, a curva resultante para x_a que, com x_r igualmente indicada, constitui o par de curvas características do regulador PI .

A título comparativo, na mesma figura se menciona a curva de x_r (a pontilhada) que teríamos se só se usasse o regulador I ; tal como fizemos notar nos reguladores PD e ao relacioná-los com os reguladores D , podemos verificar aqui que o afastamento sofrido pela grandeza regulada é sempre menor nos tipos PI do que o seria se somente se empregasse o tipo I , nos casos correntes de amiguadas variações de x_r .

Pelo que acabamos de ver, os reguladores PI são sempre astáticos, por maioria de razão em relação aos reguladores I ; e são bastante usados, dado o carácter que mostram de sempre reporem a situação inicial quando afastado o sistema da posição de equilíbrio. Pode mesmo afirmar-se que são reguladores deste tipo os de mais largo emprego, desde que possa dispensar-se a eventualidade de dispor de uma componente D .

4.2.6 — Reguladores de acções proporcional, integral e diferencial, conjuntas

É perfeitamente compreensível que podemos associar num mesmo regulador as três acções de que temos falado, cada uma das quais actuará segundo a lei que as vincula ao afastamento γ ; o regulador resultante é designado por *regulador de acções conjuntas proporcional, integral e diferencial*, ou simplesmente por *regulador PID*.

Se considerarmos uma variação do afastamento do tipo já considerado, isto é, se imaginarmos $\gamma = k_t t$, o incremento resultante das três acções conjuntas será

$$\delta_{pid} = k_p k_t t + \frac{1}{2} k_i k_t t^2 + k_d k_t$$

⁽¹⁶⁾ Para comparação com o que se passa com reguladores PD , sugere-se a leitura do que então se disse em idêntico local da exposição.

Pelas razões expostas no anterior parágrafo, não é cómoda a representação gráfica desta função δ_{pid} ao longo do tempo t ; o seu valor, no entanto, é fácil de imaginar em cada instante, como resultante da sobreposição dum valor constante $k_d k_t$ ao que lhe confere uma recta inclinada $k_p k_t t$ e ao que lhe atribui uma parábola de desenvolvimento $k_i k_t t^2$. É claro que se tivessemos considerado $\gamma = \text{constante}$, não havia qualquer possibilidade de poder encarar-se a componente D .

As noções de T_d e de T_i mantêm-se inalteráveis em relação ao que delas já dissemos ao considerar os reguladores PD e PI ; os valores respectivos são escolhidos independentemente e conforme as conveniências nas escalas correspondentes.

Os reguladores PID têm funcionamento idêntico ao dos reguladores PI ; sòmente corrigem o afastamento com maior rapidez, dada a presença da componente D , pelo que são os mais usados em instalações industriais onde sejam de prever afastamentos bruscos e haja necessidade absoluta de os repor rapidamente em zero.

Para concluir, é bem de ver que o regulador PID é sempre astático.

5 — ESCOLHA E AFINAÇÃO DOS REGULADORES

Quanto mais elaborado é um instrumento mais caro ele é; daí que a escolha dum regulador se condicione primariamente pelo confronto dos dois elementos antagónicos habituais, o preço e a extensão de utilidade do aparelho. Naturalmente, que é indispensável dispor dum conhecimento seguro da forma como se comporta a instalação a regular, o grau de rigor com que é desejável manter o valor prescrito de grandeza regulada e a rapidez de anulação de afastamentos inevitáveis; em teoria é simples, mas só a experiência pode aconselhar o tipo mais correcto a empregar em dada instalação industrial.

Escolhido o tipo, há que ajustar o regulador, para tirar dele o máximo proveito e eficiência; um regulador mal regulado só dá lugar a problemas e a aborrecimentos que podem conduzir a «expulsá-lo» da instalação; daí que seja indispensável usar criteriosamente os métodos correntes de afinação de tais instrumentos.

Os reguladores de acção descontínua não oferecem qualquer dificuldade no seu ajustamento:

é uma questão, sòmente, de adaptar às necessidades a escala ou escalas de que dispõe, conforme a pequenez desejada para o afastamento entre os extremos limiares de funcionamento, tendo em conta, evidentemente, as possibilidades do regulador.

Nos reguladores de acção contínua, pode usar-se, entre outros, o método empírico seguinte: fixa-se o indicador do valor prescrito a meio da escala «varrida» habitualmente pelos valores da grandeza regulada; anulam-se as acções I e D (se as houver), colocando o indicador de I no tempo máximo e o de D no tempo zero, e leva-se o valor da grandeza regulada a coincidir com o valor prescrito. Dá-se a x_p um valor tal que a acção P corrija, amortecidamente, os eventuais afastamentos; por exemplo, regula-se x_p para cerca de $\frac{1}{2}$ da sua escala. Depois, força-se a grandeza regulada a ter afastamento (abrindo portas, se for estufa, variando caudais, se se tratar de níveis, etc.) e observa-se o comportamento da acção P através das variações sofridas por esse afastamento: se forem periódicas, isto é, se o valor actual oscilar periódicamente à volta do valor prescrito, aumenta-se x_p e repete-se a operação até encontrar uma situação de amortecimento ligeiro; se forem aperiódicas, reduz-se o valor x_p até surgir a situação atrás referida.

Nesta situação, toma-se nota do respectivo valor x_{pk} e do período t_k da oscilação completa da grandeza regulada (entre os dois valores extremos atingidos); e então tomam-se para valores definitivos, a fixar nas respectivas escalas, os seguintes:

$$\text{escala } P : x_p = 2x_{pk}$$

$$\text{escala } I : T_i = \frac{1}{2}t_k$$

$$\text{escala } D : T_d = \frac{1}{8}t_k$$

É claro que se o valor x_{pk} é superior a $\frac{1}{2}$ da sua escala, esta não serve para a instalação em estudo.

Em certos casos, o facto de dobrar o valor de x_{pk} pode conduzir a instabilidade do género já referido no § 4.2.1, quando a grandeza regulada é medida por ponteiro que possa pendular; então, poderá reduzir-se um pouco o valor adoptado para x_p . ■