

# Largura de Banda de Transmissão em Fibras Ópticas

Olivério D. D. Soares

CETO - Centro de Ciências e Tecnologias Ópticas  
4150 Porto, Portugal (odsoares@fc.up.pt)

## 1. Introdução

As infraestruturas de telecomunicações estão no advento de uma nova revolução.

As redes de fibras ópticas, com a progressiva integração dos amplificadores de fibra óptica activa, prometem expandir a velocidade e capacidade de transmissão, e cobrir todo o globo com ligações intermodais de fácil reconfiguração.

Prevêem-se redes mundiais onde a distância não representará barreira técnica ou económica à comunicação. O conceito de comunicação local perderá sentido.

As ligações intercontinentais, em construção, recorrem à tecnologia dos amplificadores de fibra óptica. As fibras ópticas activas usadas nos amplificadores são dopadas em Érbio, que funciona como meio activo, permitindo a realização do ganho amplificador, por efeito de laser, para os sinais ópticos em trânsito, sem qualquer conversão óptica/eléctrica/óptica, isto é, em perfeita transparência para os sinais, independentemente da modulação, codificação e número de canais.

Os amplificadores estão, em geral, separados por 30 km a 45 km e exibem uma elevada largura de banda. Os amplificadores apresentam-se, assim, opticamente transparentes aos altos débitos dos sinais ópticos, aceitando ulteriores elevações das taxas de transmissão.

A capacidade e a distância de transmissão ficam essencialmente limitadas pelas características da fibra óptica. As características físicas de transmissão da fibra exigem uma gestão técnica evoluída, em particular quanto à dispersão, perdas de potência óptica e consequente quebra da relação sinal/ruído, e da não-linearidade.

A propriedade importante e difícil de controlar é a não-linearidade, resultante do facto do índice de refração da fibra depender da intensidade do campo eléctrico do sinal óptico. Para pequenas distâncias (centenas de quilómetros), o efeito pode ser ignorado, por ser intrinsecamente pequeno; mas para as distâncias de transmissão das ligações intercontinentais (milhares de quilómetros), tem de se considerar esse efeito devido à propriedade cumulativa. As não-linearidades introduzem a geração de novas frequências no sinal, que o tornam instável e distorcido.

É fundamental controlar a dispersão resultante do facto dos vários modos que se propagam na fibra viajarem a velocidades distintas (dispersão modal), e porque o sinal óptico apresenta uma largura nos comprimentos de onda (largura espectral da fonte do sinal), e dado que a própria

modulação do sinal introduz um aparente alargamento nos comprimentos de onda. Como a fibra apresenta um índice de refração variável com o comprimento de onda, os sinais viajam na fibra a velocidades distintas (dispersão espectral).

A fibra óptica comporta um núcleo e uma bainha com índices de refração distintos. Os diversos comprimentos de onda vêem esse perfil de índice de refração com velocidades de propagação diferentes, resultando numa contribuição para a dispersão (dispersão de guia de onda e de perfil de índice de refração).

Um sinal óptico contém uma banda de comprimento de onda e, apesar da dispersão na fibra óptica poder ser pequena, o efeito acumula-se e cresce com a distância, alargando os impulsos individualmente, originando eventualmente uma perda de informação por sobreposição de impulsos.

A dispersão pode ser positiva (comprimentos de onda maiores transitam mais lentamente) ou negativa (comprimentos de onda menores circulam mais rapidamente). Os valores da dispersão total dependem das diferentes contribuições, sendo hoje possível desenhar fibras com a dispersão desejável a certos comprimentos de onda e providenciar, por técnicas de gestão de dispersão (troços alternados de dispersão positiva e negativa), uma dispersão nula na ligação completa.

Tecnicamente, a dispersão é importante no desenho das ligações de fibra óptica, por determinar a largura de banda permitida.

## 2. Largura de Banda

A largura de banda da fibra óptica vem expressa num dos domínios: temporal, pelo alargamento do impulso transmitido, ou das frequências, pela atenuação observada no espectro das frequências transmitidas. Ambas as representações se fundem com a introdução dos conceitos de sistemas linear, resposta impulsional e transformação de Fourier, conforme discutido no Anexo I.

As componentes principais da dispersão são a dispersão multimodal (intermodal) e a dispersão cromática (intramodal ou espectral), que aparece por vezes subdividida em material e de guia de onda e de perfil.

A dispersão multimodal provém do alargamento do impulso transmitido, causada pela diferença na velocidade de propagação dos diferentes modos guiados, em condições supostas ideais de uma fonte óptica monocromática para geração do sinal óptico.

A dispersão cromática resulta do alargamento do impulso transmitido, proveniente da largura espectral finita da fonte geradora do sinal óptico, acrescido do efeito da modulação, assumindo-se a situação ideal de um só modo em propagação.

As diferentes componentes podem ser tratadas analiticamente.

### 3. Dispersão Cromática

A dispersão cromática ou intramodal pode ser expressa por

$$D_{\text{intramodal}} = - \frac{1}{L} \frac{d\tau_{\text{gr}}}{d\lambda} \quad [\text{ps.km}^{-1}\text{nm}^{-1}] \quad (1) \quad \text{sendo}$$

em que

- $L$  - comprimento da fibra óptica
- $\tau_{\text{gr}}$  - atraso de grupo do sinal policromático
- $\lambda$  - comprimento de onda da radiação

Desenvolvimento conveniente conduz a

$$D_{\text{intramodal}} \approx \underbrace{\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2}}_{D_{\text{mat}} = \text{Dispersão do material}} + \underbrace{\frac{\lambda}{c} (n_1 - n_2) \frac{d^2 b}{d\lambda^2}}_{D_{\text{guia}} = \text{Dispersão de guia de onda}} \quad (2)$$

em que

- $c$  - velocidade da radiação no vácuo
- $n_1$  - índice de refração no núcleo da fibra
- $n_2$  - índice de refração na bainha da fibra óptica
- $b$  - coeficiente de propagação do modo normalizado

onde  $b$  é dado por

$$b = \frac{(\beta/K)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad (3)$$

sendo

- $\beta$  - coeficiente de propagação do modo guiado
- $K$  - o número de onda ( $K = 2\pi/\lambda$ )

Se admitirmos uma resposta linear nos comprimentos de onda, em torno do comprimento de onda nominal da fonte, então, de acordo com os Anexos I e II, o alargamento do impulso lançado na fibra será dado por

$$W_f^2 = W_{\text{intermodal}}^2 + W_{\text{intramodal}}^2 \quad (4)$$

O  $W_{\text{intermodal}}$  será analisado a seguir, o  $W_{\text{intramodal}}$  comportará as duas componentes relativas ao efeito do material,  $W_{\text{material}}$ , e proveniente do guiamento,  $W_{\text{go}}$ , pelo que

$$W_{\text{intramodal}} = W_{\text{material}} + W_{\text{go}} \quad (5)$$

que poderá ser reescrito da maneira seguinte

$$D_{\text{intramodal}} = \frac{L}{c} | -Y_{\text{material}} - Y_{\text{go}} | \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (6)$$

com

$$Y_{\text{mat}} = \lambda c D_{\text{material}} \quad (7)$$

$$Y_{\text{go}} = \lambda c D_{\text{go}} \quad (8)$$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  - largura de banda efectiva da fonte do sinal modular.

A contribuição para a largura de banda resultante, admitindo impulsos Gaussianos e resposta linear, é

$$B_{\text{intramodal}} \approx \frac{0,44}{L\Delta\lambda | D_{\text{intramodal}} |} \quad (9)$$

$\Delta\lambda$  - a largura efectiva a meia altura da banda espectral da fonte policromática geradora do sinal óptico modular.

### 4. Dispersão Modal

As imperfeições na fibra óptica produzem acoplamento entre os vários modos de propagação. O acoplamento intermodal tem um efeito benéfico sobre a dispersão modal. Como a dispersão é causada pela diferença no tempo de chegada dos diversos modos, a redistribuição de potência óptica entre os modos guiados induz melhoria. Uma porção da potência do impulso, que tenha viajado acima da velocidade média, pode-se transferir para um modo que progride com atraso. Considerando a média dos efeitos, o alargamento do impulso é mais reduzido face ao forte acoplamento intermodal. Em vez de um alargamento proporcional ao comprimento da fibra óptica, os impulsos sujeitos a acoplamento intermodal alargam-se apenas numa potência da distância. No caso de forte acoplamento teremos como expoente 0,5, isto é, proporcionalidade com a raiz quadrada da distância percorrida. O factor de exponencialidade dependerá da intensidade do acoplamento intermodal (variando entre 0,5 e 1). Infelizmente, é difícil obter acoplamento efectivo intermodal sem excitar modos na bainha e modos radiactivos. A melhoria na propagação de impulsos custará um aumento das perdas.

Na prática, a fibra apresentará um alargamento de impulso menor que o predito, sem considerar o acoplamento intermodal.

O desempenho da fibra óptica pode ser expresso no domínio do tempo (considerando o alargamento de impulsos) ou da frequência (considerando a largura de banda de transmissão).

A resposta impulsional é definida à custa do alargamento do impulso à chegada à secção de saída da fibra óptica quando um impulso muito mais estreito é injectado na secção de entrada da fibra óptica. A resposta impulsional é caracterizada pela raiz quadrada do alargamento, conforme o Anexo I.

### 5. Dispersão Modal de Polarização

A dispersão modal de polarização descreve a degradação do sinal transmitido como consequência da diferença de velocidade de grupo para os dois modos de polarização  $LP_{01}^+$  e  $LP_{01}^-$ , gerados por birrefringência da fibra óptica. Esta birrefringência tem uma contribuição intrínseca, resultante das imperfeições da fibra óptica, e extrínseca por forças de tensões, torções e deformações a que a fibra óptica estará sempre sujeita.

Devido ao acoplamento intermodal para  $LP_{01}^+$  e  $LP_{01}^-$ , a contribuição para o alargamento do impulso devido à dispersão modal de polarização será dada por

$$W_{PMD} = \langle \Delta \tau_{PMD} \rangle L \tag{17}$$

onde  $\langle \Delta \tau_{PMD} \rangle$  é o valor médio da diferença de atraso de grupo para os modos  $LP_{01}^+$  e  $LP_{01}^-$ . O valor médio é, em geral, tomado em termos de variação do comprimento de onda em torno do valor nominal do comprimento de onda da fonte do sinal. Estudos mostraram que a média também pode ser tomada ao longo do comprimento da fibra ou variando parâmetros de influência, como a temperatura.

### 6. Alargamento de Impulso e Largura de Banda

No caso de fibras ópticas multimodais, em geral, o efeito dominante será a dispersão intermodal, mas no caso da largura de banda do sinal ser apreciável a dispersão intramodal também deverá ser considerada.

Para fibras monomodo, a dispersão modal a existir é puramente residual, devido a vestígios do modo  $LP_{11}$ , que poderá ser excitado em discontinuidades ou fortes variações paramétricas físicas, mas que face à forte atenuação  $10 \text{ dB km}^{-1}$ , acabarão por ter um contributo desprezável.

Contudo, face a grandes comprimentos de fibra, a dispersão modal de polarização torna-se importante. Assim, poderemos ter

$$W_{\text{fibra}}^2 = W_{\text{intramodal}}^2 + W_{\text{PMD}}^2 \tag{18}$$

Pode-se re-escrever a expressão em termos de largura de banda da fibra

$$B_{\text{fibra}}^{-2} = B_{\text{intramodal}}^{-2} - B_{\text{PMD}}^{-2} \tag{19}$$

De notar que o sistema irá apresentar uma largura de banda  $B_{\text{Sistema}}$ , admitindo em primeira análise uma resposta também linear, que dependerá da cadeia global, isto é,

$$B_{\text{sistema}}^{-2} = B_{\text{fonte sinal}}^{-2} + B_{\text{fibra}}^{-2} + B_{\text{receptor}}^{-2} \tag{20}$$

Isto implica que, no caso de se pretender medir a largura de banda da fibra, teremos que entrar em linha de conta com a largura de banda do sistema de medição

$$B_{\text{fibra}}^{-2} = B_{\text{medição}}^{-2} - B_{\text{sistema de medição}}^{-2} \tag{21}$$

A modulação do sinal, com uma largura de banda de modulação  $B_M$ , é vista como um alargamento aparente da

O valor do alargamento do impulso depende da distribuição da potência no impulso pelos diferentes modos em propagação. Para simplificação de cálculo, admite-se que todos os modos são excitados com igual potência, isto é, o regime é de equilíbrio modal. Se a fibra for suficientemente longa (quilómetros), o regime de equilíbrio modal acabar-se-á por instalar. Para fibras curtas, um misturador de modos inseridos à entrada da fibra permite garantir que a distribuição será equienergética por modo.

Nestas condições, será suficiente considerar a velocidade axial de grupo e determinar o espriamento do atraso de grupo ou dispersão intermodal.

O alargamento de impulso virá

$$W_{\text{intermodal}} = \tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}} = \Delta \tau_{\text{modal}} = \frac{n_1 L}{c} \tag{10}$$

onde  $\tau_{\text{max}}$  e  $\tau_{\text{min}}$  são, respectivamente, os tempos de trânsito máximo e mínimo no conjunto modal.

Uma expressão mais exacta relaciona o atraso intermodal com o alargamento do impulso

$$W_{\text{intermodal}} = [\langle \tau_g^2 \rangle - \langle \tau_g \rangle^2]^{1/2} \tag{11}$$

onde  $\tau_g$  é o atraso de grupo do modo, isto é,

$$\tau_g = - \frac{L}{c} \frac{d\beta}{dK} \tag{12}$$

e a quantidade  $\langle A \rangle$  define-se como o valor médio da variável  $A_{v,m}$  estendida à distribuição modal

$$\langle A \rangle = \sum_{v,m} \frac{p_{v,m} A_{v,m}}{M} \tag{13}$$

onde  $p_{v,m}$  é a potência no modo de ordem  $(v,m)$ , no conjunto de  $M$  modos.

Na prática, para fibras de índice de refração em degrau verifica-se

$$\Delta \tau_{\text{intermodal}} \approx \frac{NA^2}{2n_1 c} L \tag{14}$$

Admitindo que na aproximação da primeira ordem a fibra se comporta linearmente na transformação dos impulsos que a percorrem, o efeito conjugado da dispersão intermodal e intramodal originará, de acordo com o Anexo II,

$$W_{\text{fibra}} = [W_{\text{intermodal}}^2 + W_{\text{intramodal}}^2]^{1/2} = W_h \tag{15}$$

com

$$W_{\text{fibra}} = (W_S^2 - W_c^2)^{1/2} = W_h \tag{16}$$

conforme o Anexo I.

Para fibras monomodo, a dispersão modal é idealmente nula. Existe, contudo, uma dispersão residual resultante da birrefringência da fibra que pode ser descrita à custa de degenerescência do modo  $LP_{01}$  em dois modos com polarizações ortogonais entre si,  $LP_{01}^+$  e  $LP_{01}^-$ . Este contributo para a dispersão é designado por dispersão modal de polarização (PMD – Polarization Mode Dispersion).

largura espectral da fonte  $\sigma_\lambda$ , ou seja, a largura espectral efectiva da fonte será

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left[ \left( \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{B_M}{f} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

onde  $f$  é a frequência da portadora do sinal.

Será esta largura espectral efectiva da fonte que se tomará em conta ao considerar a dispersão para fontes em sistemas reais.

Dois casos extremos poderão ser considerados na análise de  $B_{\text{intramodal}}$ :

a) A largura espectral da fonte é grande (da ordem de 1 nm, como acontece nos LED e mesmo nos Diodos Laser do tipo Fabry-Perot), face ao alargamento visto com a modulação, e então, a largura espectral efectiva é praticamente independente da largura de banda de modulação  $B_M$

$$\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \gg \frac{B_M}{f} \Rightarrow B_{\text{intramodal}} L = \frac{0,44}{\frac{1}{c} | - Y_{\text{material}} - Y_{\text{go}} | \frac{\sigma_\lambda}{\lambda}} \quad (23)$$

b) A largura da fonte é suficientemente pequena (da ordem de 0,05 nm, como acontece nos Diodos Laser com um único modo longitudinal, e Lasers: DFM – Distributed Feedback Lasers; DBR – Distributed Bragg Reflector Laser), em que a largura de banda espectral efectiva é a largura de banda intramodal da fibra

$$\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \ll \frac{B_M}{f} \Rightarrow B_{\text{intramodal}}^2 L = \frac{0,44}{\frac{1}{cf} | - Y_{\text{material}} - Y_{\text{go}} |} \quad (24)$$

Alguns valores numéricos podem ilustrar as duas situações (Quadro 1).

**QUADRO 1**

**Valores típicos do produto largura de banda comprimento de fibra óptica monomodo.**

$\lambda$ [nm]	$Y_m$	$Y_{go}$	$Y_m + Y_{go}$	$\Delta\lambda_{\text{fonte}} : 1 \text{ nm}$ $B_f L [\text{GHz.km}]$	$\Delta\lambda_{\text{fonte}} : 0,01 \text{ nm}$ $B_f \sqrt{L} [\text{GHz.}\sqrt{\text{km}}]$
1270	0,00015	0,0037	0,0039	20	90
1310	-0,0015	0,0037	0,0022	40	120
1350	-0,0028	0,0037	0,0009	100	180
1550	-0,0100	0,0037	0,0063	15	65

Em resumo, o modelo que foi apresentado permite, assumindo impulsos Gaussianos e fibra óptica em regime de resposta linear, considerar que

$$B_{\text{fibra}}^{-2} = B_{\text{intramodal}}^{-2} + B_{\text{intermodal}}^{-2} + B_{\text{PMD}}^{-2} \quad (25)$$

ou, por forma equivalente,

$$W_{\text{fibra}}^2 = W_{\text{intramodal}}^2 + W_{\text{intermodal}}^2 + W_{\text{PMD}}^2 \quad (26)$$

e a relação de interligação

$$B = \frac{0,44}{W} \quad (27)$$

**7. Exemplo e Discussão**

Consideremos uma fonte de largura de emissão de  $\sigma_\lambda = 0,01 \text{ nm}$ , uma dispersão intramodal de  $3,5 \text{ ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}$  e uma dispersão modal de polarização de  $0,5 \text{ ps.km}^{-1/2}$  para um troço de fibra óptica monomodo de 85 km de comprimento. Pretende-se transmitir informação à taxa de  $1,5 \text{ Gbit.s}^{-1}$ .

Se a cadência de informação pretendida for de  $2,5 \text{ Gbit.s}^{-1}$ , para códigos de "NRZ – Non-Return to Zero", vai ser necessária uma largura de banda de modulação de  $B_M = 10 \text{ GHz}$ .

Poderemos calcular as contribuições para a largura de banda da fibra e os respectivos alargamentos dum impulso Gaussiano

$$W_{\text{PMD}} = 0,5.9,2 \approx 5 \text{ ps}$$

Ao considerar o alargamento intramodal, convém analisar o efeito da modulação. Vamos supor que a transmissão se fará a  $\lambda = 1290 \text{ nm}$ . Então

$$\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \approx 7.10^{-6}$$

$$\frac{B_M}{f} \approx 4.10^{-5}$$

e portanto

$$\frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \ll \frac{B_M}{f}$$

Nestas circunstâncias obtém-se

$$B_{\text{intramodal}}^2 L = \frac{0,44}{\frac{\lambda^2}{c} D_{\text{intramodal}}} \quad (28)$$

$$B_{\text{intramodal}}^2 \approx 2,26.10^{26} \text{ Hz}^2\text{m} = 2,26.10^{23} \text{ Hz}^2\text{km}$$

$$B_{\text{intramodal}} \sqrt{L} \approx 475 \text{ GHz.km}^{1/2} \quad (29)$$

$$B_{\text{intramodal}} (L = 85 \text{ km}) = 51 \text{ GHz}$$

Considerando o contributo da dispersão modal de polarização calcula-se

$$B_{\text{PMD}} = \frac{0,44}{4,6.10^{-12}} = 95 \text{ GHz}$$

Obtemos então

$$B_{\text{fibra}}^2 \approx (51)^2 + (95)^2 \text{ GHz}^2$$

donde resulta

$$B_{\text{fibra}} \approx 105 \text{ GHz}$$

Se fixarmos uma largura de banda de fibra de 30 GHz, como a que se pode tolerar, e admitirmos que o valor da dispersão modal de polarização sofreu um agravamento para  $5 \text{ ps km}^{-1/2}$ , podemos indagar qual a máxima distância de trânsito permitida entre amplificadores regeneradores.

Teremos

$$(30)^{-2} = L [(475)^{-2} + (0,088 \cdot 10^3)^{-2}] \quad (30)$$

onde dá

$$L \approx 7,3 \text{ km}$$

Como esperado, o factor limitativo provém agora da dispersão modal de polarização, em face da largura de banda ultra-estreita da fonte do sinal.

Se baixarmos a largura de banda da fibra desejável para 15 GHz, o espaçamento entre amplificadores sobe para 29,2 km.

Poderemos também indagar o que acontece quando a largura de banda do laser do sinal sobe para 0,1 nm, e estamos com os valores de  $D_{\text{PMD}} = 0,5 \text{ ps km}^{-1/2}$ , sendo  $D_{\text{intramodal}} = 3,5 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$  e  $B_M = 10 \text{ GHz}$ .

A largura de banda efectiva da fonte será

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{1290}\right)^2 + (4,3 \cdot 10^{-5})^2}$$

donde

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 8,86 \cdot 10^{-5}$$

Decorre assim

$$W_{\text{intramodal}} = 3,5 \cdot 1290 \cdot 8,86 \cdot 10^{-5} \cdot L \quad (31)$$

originando

$$W_{\text{intramodal}} = 0,4 L \quad [\text{ps km}^{-1} \text{ km}] \quad (32)$$

Para a contribuição da dispersão modal de polarização vem

$$W_{\text{PMD}} = 0,5 \sqrt{L} \quad [\text{ps km}^{-1/2} \text{ km}^{-1/2}] \quad (33)$$

O comprimento entre amplificadores será dado pela equação numérica

$$(10)^{-2} = \left(\frac{0,44}{0,4 L} 10^3\right)^{-2} + \left(\frac{0,44}{0,5 \sqrt{L}} 10^3\right)^{-2} \quad (34)$$

o que permitirá obter  $L = 109 \text{ km}$ , aproximadamente. Contudo, se aumentarmos a largura de banda desejada da fibra para  $B_{\text{fibra}} = 30 \text{ GHz}$ , o espaçamento entre amplificadores cairá para a ordem dos 35 km. **E**

## ANEXO I

### Resposta Impulsional e Alargamento de Impulso

A modulação da radiação para comunicações por fibra óptica afecta essencialmente a potência transportada pela radiação, e só indirectamente a amplitude. A resposta impulsional  $h(t)$  relaciona-se, assim, com as potências do

impulso à entrada  $p_c(t)$  e à saída da fibra óptica  $p_s(t)$ , pela convolução

$$p_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_c(t - \tau) h(\tau) d\tau \quad (1.1)$$

que transcrita no domínio de Fourier se escreve

$$P_s(\omega) = P_c(\omega) H(\omega) \quad (1.2)$$

para o espectro  $P_s(\omega)$  do impulso à saída, em relação com o espectro  $P_c(\omega)$  de modulação do impulso à entrada e a função de transferência do sistema  $H(\omega)$ .

Tais relações são baseadas no pressuposto da validade da sobreposição linear dos sinais, que admitimos ser aplicável para a modulação de potência e subsequente detecção de potência.

A largura quadrática média (rms), de um impulso, é definida no Anexo II, podendo ser usada para acompanhar o alargamento do impulso. Considerando os impulsos normalizados, teremos

$$W_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 p_s(t) dt - \left[ \int_{-\infty}^{\infty} t p_s(t) dt \right]^2 \quad (1.3)$$

Por utilização das relações anteriores vem

$$W_s^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} t^2 p_s(t - \tau) h(\tau) d\tau dt - \left[ \iint_{-\infty}^{\infty} t p_c(t - \tau) h(\tau) d\tau dt \right]^2 \quad (1.4)$$

A mudança de variável

$$\tau = x \quad t - \tau = y \quad (1.5)$$

origina

$$t = y + x \quad t^2 = x^2 + y^2 + 2xy \quad (1.6)$$

e substituindo nos integrais, mostra-se que estes podem ser factorizados.

Após conveniente operação, resulta

$$W_h^2 = W_s^2 - W_c^2 \quad (1.7)$$

É então possível calcular a largura (rms)  $W_h$  da resposta impulsional  $h(t)$  a partir das larguras à entrada e saída da fibra óptica. Como seria de esperar, para um impulso de largura nula à entrada  $\delta(t)$  a largura à saída é a largura da resposta impulsional.

$$\begin{cases} W_c = 0 \\ p_c(t) = \delta(t) \end{cases} \Rightarrow W_h = W_s \quad (1.8)$$

Na prática, o impulso de entrada, na maioria dos casos, não é ordens de grandeza mais estreito que o impulso de saída, e não poderá ser considerado como a resposta impulsional. Contudo, a largura (r.m.s.) da resposta impulsional poderá ser deduzida a partir dos valores da largura do impulso à saída e entrada.

Às vezes procura-se a largura de banda, que é definida como a largura de banda na frequência para a qual a função  $H(\omega)$  toma um valor igual a metade do valor máximo.

A transformada de Fourier  $H(\omega)$  da resposta impulsional pode ser obtida por

$$H(\omega) = \frac{P_s(\omega)}{P_e(\omega)} \quad (1.9)$$

(aparte eventuais singularidades) como sendo o quociente das transformadas de Fourier do impulso à saída e à entrada. A resposta impulsional  $h(t)$  poderá então ser obtida por transformação inversa de Fourier de  $H(\omega)$ . Como matematicamente o impulso de saída é a convolução, por vezes diz-se que a resposta impulsional é dedutível por desconvolução dos impulsos de saída e de entrada.

## ANEXO II

### Largura de Banda Associada à Largura de Impulso Gaussiano

Para um impulso Gaussiano

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/2\sigma^2} \quad (2.1)$$

a largura quadrática média é  $\sigma$ .

A largura quadrática média (rms) é definida para o impulso  $p(t)$  como sendo

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 \bar{p}(t) dt \quad (2.2)$$

em que  $\bar{t}$  é o tempo médio do impulso

$$\bar{t} = \int_{-\infty}^{\infty} t \bar{p}(t) dt \quad (2.3)$$

e  $\bar{p}(t)$  é o perfil normalizado do impulso  $p(t)$

$$\bar{p}(t) = \frac{p(t)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt} \quad \text{com} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \bar{p}(t) dt = 1 \quad (2.4)$$

A transformada de Fourier do impulso  $g(t)$  é

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\omega^2 \sigma^2/2} \quad (2.5)$$

O tempo  $t_{1/2}$  requerido para a queda para meia altura do impulso

$$g(t_{1/2}) = 0,5 g(0) \quad (2.6)$$

é dado por

$$t_{1/2} = (2 \ln 2)^{1/2} \sigma \quad (2.7)$$

A largura a meia altura (FWHM, full width at half maximum)  $t_{FWHM}$  vem

$$t_{FWHM} = 2 t_{1/2} = 2 \sigma (2 \ln 2)^{1/2} \quad (2.8)$$

A largura de banda  $B_{3dB}$  é definida como o intervalo limitado pela frequência de modulação  $f_{3dB}$  a que a potência cai para metade do valor à frequência zero.

Assim resulta

$$f_{3dB} = B_{3dB} = \frac{0,44}{t_{FWHM}} \quad (2.9)$$

Designando por  $W_i$  a largura do impulso com o valor de  $t_{FWHM}$ , teremos

$$B_{3dB} = \frac{0,44}{W_i} \quad (2.10)$$

## Referências

- [1] N. Doran, I. Pennion, *Optical Network to Span the Globe*, Physics World (Nov. 1996), 35-39.
- [2] O. D. D. Soares, *Fibras Ópticas para a Era da Informação*, Electricidade, n.º 345, Junho 1997, p. 173-178.
- [3] O. D. D. Soares, *Trends in Optical Fibres Metrology and Standards*, Kluwer Academic Press, Dordrecht (1995), 1-850.
- [4] J. M. Senior, *Optical Fiber Communications*, Prentice Hall, NY (1992), 1-740.
- [5] J. A. Buck *Optical Fibers*, John Wiley, NY (1995), 1-264.
- [6] G. Einarsson, *Lightwave Communications*, John Wiley, NY (1996), 1-355.
- [7] D. Marcuse, *Principles of Optical Fiber Measurements*, Academic Press, NY (1981), 1-353.
- [8] G. Keiser, *Optical Fiber Communications*, McGraw-Hill, NY (1991), 1-461.
- [9] EIA, *EIA/TIA-455 Standards*.
- [10] IEC, *International Standards*.

Deixe na História um sinal da sua Obra  
 Envie artigos técnicos à Redacção da **ELECTRICIDADE**  
 no âmbito da Engenharia Electrotécnica