

## ESTUDO DOS PROBLEMAS HIDRÁULICOS CONDICIONANTES DO AUMENTO DA POTÊNCIA INSTALADA NA CENTRAL DE BELVER \*

### 1. Posição do problema

No esquema do aproveitamento hidroeléctrico do Tejo Internacional e do troço imediatamente a jusante, que vai até à barragem e central de Belver, está prevista a construção dum aproveitamento (Chaparral) de queda média e capacidade regularizadora apreciável, cerca de cinco quilómetros a montante da ponte de Vila Velha de Ródão, e do aproveitamento de Fratel, próximo da povoação do mesmo nome, sensivelmente onde termina o regolço da barragem de Belver actualmente existente.

A albufeira do aproveitamento de Fratel atrás referido tem capacidade suficiente para permitir que a respectiva central, se necessário, realize as pontas do diagrama de cargas da rede abastecida.

A potência actualmente instalada na central de Belver foi estabelecida contando com o facto da inexistência de regularizações apreciáveis a montante. Actualmente o Tejo espanhol dispõe já duma série de albufeiras de regularização, encontra-se em construção o aproveitamento de Valdecañas e prevê-se, para muito brevemente, o início do de Alcántara. Se acrescentarmos a estas as regularizações introduzidas pelos aproveitamentos de Chaparral e de Fratel e a afluência de caudais provenientes da albufeira interanual de Alvito, no Ocreza, verificaremos que o regime de caudais afluentes ao aproveitamento de Belver se encontrará consideravelmente modificado num futuro próximo e que, conseqüentemente, a potência instalada em Belver será inadequada às novas circunstâncias hidrológicas. Este facto acentuar-se-á se se verificar que a albufeira de Belver, não obstante a sua insignificante capacidade de regularização, consente, sem abaixamento excessivo do nível de água imediatamente a montante da respectiva central, mediante um regime variável entre as barragens de Fratel e de Belver, que a central deste último aproveitamento turbine caudais obedecendo a um diagrama idêntico e simultâneo ao dos caudais turbinados pela central de Fratel. Se não se verificar este facto, o aproveitamento de Fratel terá de turbinar um caudal sensivelmente constante, para consentir à central de Belver boas condições de exploração.

Para averiguar em que medida a albufeira de Belver permite, em movimento variável, o regime indicado, convém impôr à central de Fratel o regime de exploração mais desfavorável, isto é, realizando apenas as pontas do diagrama de cargas e lançando, portanto, na albufeira de Belver, caudais extremamente irregulares. Simultaneamente considerar-se-á a central de Belver realizando um diagrama de potências análogo e simultâneo, o que equivale, em primeira aproximação a confirmar pelo resultado do estudo, a considerar os diagramas de caudais turbinados pelas duas centrais idênticos e com início no mesmo instante.

Deste modo o problema hidráulico a estudar pode ser esquematizado da seguinte forma: «supondo que as centrais de Fratel e de Belver se encontram a turbinar simultaneamente um regime de caudais correspondente à ponta do diagrama de cargas, analisar o movimento variável conseqüente, no troço do Tejo compreendido entre as duas centrais, e, dum modo especial, o regime de níveis que se estabelecerá imediatamente a montante da barragem e central de Belver».

### 2. Método utilizado na resolução

O método utilizado para o estudo do regime variável entre as centrais de Fratel e de Belver foi o método das «características» ou das «linhas de influência», tal como foi apresentado por HOLSTERS<sup>1</sup>. Este método, que vamos expôr brevemente, com um aspecto um pouco diferente daquele com que Holsters o considera, contém algumas hipóteses tendentes a simplificá-lo, que analisaremos à medida que as formos introduzindo na exposição.

A notação empregada será a seguinte:

- $x$  — abscissa duma secção transversal do curso de água, medida horizontalmente ao longo da linha de água, a partir duma origem arbitrária contada positivamente para montante
- $t$  — tempo
- $H$  — cota da superfície da água em relação a um plano horizontal de referência
- $Q$  — caudal, considerado positivo de jusante para montante (no caso dum estuário sujeito a marés o caudal de enchente será positivo e o de vazante negativo)
- $S$  — secção transversal do escoamento
- $b$  — largura superficial duma secção transversal do escoamento
- $h$  — profundidade média duma secção transversal ou, por outras palavras, quociente entre a área dessa secção  $S$  e a largura superficial  $b$
- $U$  — velocidade média do escoamento, igual a  $\frac{Q}{bh}$
- $V$  — celeridade ou velocidade de propagação das perturbações
- $C$  — coeficiente da fórmula de Chézy
- $g$  — aceleração da gravidade
- $T$  — intervalo de tempo
- $L$  — comprimento dum troço.

\* O presente estudo faz parte do «Esquema Geral de Aproveitamento do rio Tejo entre Alcántara e Belver», elaborado na Hidrotécnica Portuguesa para a Hidro-Eléctrica Alto Alentejo, a quem se agradece a autorização para o publicar.

<sup>1</sup> «Le calcul du mouvement non permanent dans les rivières par la méthode dite des lignes d'influence» — Revue Générale de l'Hydraulique, N<sup>o</sup> 37 a 41.

No estabelecimento das equações do fenómeno faremos a aproximação corrente de considerar que a velocidade está uniformemente distribuída sobre a secção transversal o que, como sabemos, conduz a resultados inteiramente aceitáveis (corresponde a admitir valores próximos da unidade dos coeficientes  $\alpha$  de Coriolis e  $\alpha'$  de quantidade de movimento).

Então se exprimirmos a perda de carga por uma fórmula do tipo Chézy —  $U = C \sqrt{RJ}$ , a equação geral do movimento variável no curso de água, escrever-se-á:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{dU}{dt} \pm \frac{U^2}{C^2 R}$$

O sinal  $\pm$  na segunda parcela do segundo membro corresponde ao facto da perda de carga actuar sempre no sentido contrário ao do escoamento. Atendendo aos sinais atribuídos, poderemos substituir  $\pm U^2$  por  $-U|U|$ .

Por outro lado, considerando, como frequentemente sucede em cursos de água, que a sua largura é fortemente predominante em relação à profundidade, o raio hidráulico  $R$  será praticamente igual à profundidade média  $h$ . Então, a equação acima tomará o aspecto:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{dU}{dt} - \frac{U|U|}{C^2 h}$$

Tendo em conta que  $U = \frac{Q}{bh}$ , poderemos escrever, desprezando alguns termos, sempre pequenos, no desenvolvimento da derivada total  $\frac{dU}{dt}$ :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{gbh} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q|Q|}{C^2 b^2 h^3} \quad (1)$$

Para resolver o problema, como temos duas incógnitas,  $Q$  e  $H$ , carecemos duma segunda condição, que será fornecida pela equação da continuidade, que, para um líquido incompressível, se escreve:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Atendendo a que  $S = bh$ , a que  $h$  é a diferença entre a cota da superfície livre  $H$  e a cota do fundo, que não varia com o tempo, e considerando ainda as paredes, na vizinhança da superfície livre, praticamente verticais ( $b$  constante com o tempo, numa determinada secção), poderemos escrever a equação da continuidade da seguinte forma:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (2)$$

que será a segunda equação resolvente do problema. O integral do sistema de equações às derivadas parciais que acaba de ser estabelecido e cuja obtenção é o objectivo do nosso estudo será constituído por um sistema de funções do tipo:

$$\begin{aligned} H &= H(x, t) \\ Q &= Q(x, t) \end{aligned}$$

Cada uma dessas equações representará uma superfície em espaços cujas coordenadas sejam, respectivamente,  $H$ ,  $x$  e  $t$  (para a primeira equação) e  $Q$ ,  $x$  e  $t$  (para a segunda). Cortando a primeira das superfícies referidas por planos normais ao eixo do  $xx$  ( $x = \text{constante}$ ), obteremos uma curva que dará a variação de  $H$  no tempo, numa determinada secção; cortando-a por planos normais ao eixo dos  $tt$  ( $t = \text{constante}$ ) conseguiremos perfis instantâneos da superfície livre do escoamento. Curvas com significado análogo se poderão obter intersectando a superfície de equação  $Q = Q(x, t)$  por planos normais aos eixos dos  $xx$  e dos  $tt$ .

O método que vamos expôr vai-nos permitir obter, simultaneamente, a partir das condições aos limites, por meio de diferenças finitas, e com a aproximação que se desejar, coordenadas das duas superfícies atrás referidas, que definem completamente o movimento variável.

Consideremos um plano cotado, de coordenadas  $x$  e  $t$  segundo eixos rectangulares e de cotas  $H$  ou  $Q$ . Consideremos ainda a origem das coordenadas na extremidade de jusante do troço em que se pretende estudar o regime variável e no instante em que tem início a perturbação causadora dessa variabilidade. Seja ainda  $x = X$  a abcissa do limite de montante do troço considerado.

Consideremos um conjunto de quatro pontos vizinhos do plano  $(x, t)$  referido atrás, tais que dois deles tenham a mesma ordenada ( $t = \text{constante}$ ) e os outros dois a mesma abcissa ( $x = \text{constante}$ ); por outras palavras, de modo que sejam os vértices dum quadrilátero cujas diagonais sejam paralelas aos eixos dos  $xx$  e dos  $tt$ . Designemos esses pontos por  $p$ ,  $f$ ,  $j$  e  $m$ . Se considerarmos o centro do quadrilátero como correspondendo a uma determinada secção do curso de água (de abcissa  $x$ ) num determinado instante  $t$ , as características do escoamento (valores de  $H$  e de  $Q$ ) no ponto  $p$  corresponderão ao *passado* e no ponto  $f$  ao *futuro* nessa mesma secção; essas características nos pontos  $j$  e  $m$  corresponderão, respectivamente, a secções a *jusante* e a *montante* da secção considerada, no mesmo instante. Designemos por  $2L$  a distância entre os pontos  $j$  e  $m$  e por  $2T$  a diferença de tempos entre os pontos  $f$  e  $p$ . Utilizemos ainda, os índices  $p$ ,  $f$ ,  $m$  e  $j$ , para representar os valores que as diversas grandezas em jogo tomam nos vértices do quadrilátero.

Teremos que, no seu centro, será:

$$\left( \frac{\Delta H}{\Delta x} \right)_{t=\text{constante}} = \frac{H_m - H_j}{2L}$$

$$\left( \frac{\Delta H}{\Delta t} \right)_{x=\text{constante}} = \frac{H_f - H_p}{2T}$$

$$\left( \frac{\Delta Q}{\Delta x} \right)_{t=\text{constante}} = \frac{Q_m - Q_j}{2L}$$

$$\left( \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)_{x=\text{constante}} = \frac{Q_f - Q_p}{2T}$$

e ainda, com suficiente aproximação:

$$Q|Q| = Q_t|Q_p|$$

Se as dimensões do quadrilátero forem pequenas, poderemos passar das relações entre diferenças finitas às derivadas parciais e escrever:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{H_m - H_j}{2L}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_j - H_p}{2T}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_m - Q_j}{2L}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_j - Q_p}{2T}$$

Substituindo, nas equações do movimento inicialmente apresentadas (1) e (2), os valores que acabam de ser obtidos, vem:

$$\frac{H_m - H_j}{2L} = -\frac{1}{gbh} \frac{Q_j - Q_p}{2T} - \frac{Q_j | Q_p |}{C^2 b^2 h^3}$$

e:

$$\frac{H_j - H_p}{2T} = -\frac{1}{b} \frac{Q_m - Q_j}{2L}$$

Resolvendo estas equações em relação a  $H_j$  e  $Q_j$ , obtém-se:

$$Q_j = \frac{Q_p + a(H_j - H_m)}{1 + k_p} \quad (3)$$

e:

$$H_j = H_p + \frac{Q_j - Q_m}{d} \quad (4)$$

em que:

$$a = \frac{gbhT}{L}; d = \frac{bL}{T}; k_p = \frac{|Q_p|}{c}; c = \frac{C^2 b h^2}{2gT}$$

A expressão (3) permite calcular o valor do caudal  $Q_j$  no vértice inferior do quadrilátero, desde que se conheçam os valores da cota da superfície da água  $H_j$  e  $H_m$ , nos vértices laterais do mesmo e o valor  $Q_p$  do caudal no seu vértice superior; a expressão (4) fornece o valor da cota da super-

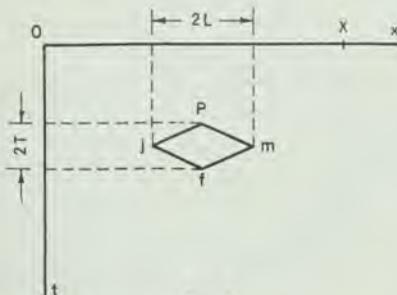


Fig. 1

fície da água  $H_j$ , no vértice inferior do quadrilátero, conhecendo-se os valores do caudal  $Q_j$  e  $Q_m$  nos seus vértices laterais e da cota da superfície livre  $H_p$ , no vértice superior. Então, para resolver completamente um problema de movimento variável, bastará estabelecer as condições aos limites, de forma que por meio do conhecimento dos valores de  $H$  e de  $Q$  em pontos convenientes do diagrama cotado no

plano dos  $(x, t)$ , permitam, através das expressões (3) e (4), obter os valores daquelas grandezas num conjunto de pontos do referido diagrama, que poderá ser tão denso quanto se desejar. Fica-se desta forma a conhecer, com o rigor que se pretender, o desenvolvimento das superfícies integrais  $H = H(x, t)$  e  $Q = Q(x, t)$ , objectivo final do estudo.

Analiseemos o estabelecimento das condições aos limites. Por um lado, são conhecidos, em geral, os valores de  $H$  ou de  $Q$  ao longo das rectas do diagrama  $(x, t)$  de equação  $x = 0$  (variação de  $H$  ou de  $Q$ , com o tempo, na secção de jusante do troço em estudo) e  $x = X$  (variação, com o tempo, das referidas grandezas na secção de montante do mesmo troço).

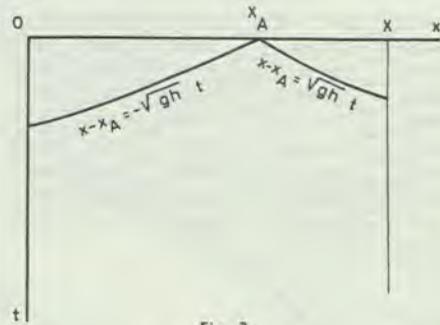


Fig. 2

Sabe-se, por outro lado, que a velocidade de propagação das perturbações do tipo das que estamos a considerar, é dada por  $V = \pm \sqrt{gh} + U$ , em que  $U$  é a velocidade pré-existente do escoamento no qual a perturbação se propaga. Consideraremos, porém, apenas os casos em que a segunda das parcelas é desprezável em face da primeira. É provavelmente esta a principal deficiência do método de HOLSTERS.

Aceita-se, contudo, e resultados de ensaios em modelo o confirmam, que o erro introduzido por esta aproximação não seja apreciável, atendendo a que, nas condições reais, não é difícil que o valor da velocidade média do escoamento pré-existente seja da ordem de grandeza de 10% a 20% do valor de  $\sqrt{gh}$ . No caso particular que estamos a tratar, essa hipótese é praticamente correcta na metade de jusante do troço em estudo, em que, nas condições mais desfavoráveis,  $U$  é da ordem de grandeza de 5% de  $\sqrt{gh}$ . É menos correcta, porém, na parte inicial do referido troço. Então, uma vez iniciada, num ponto de abscissa  $x_A$  e no instante  $t_0 = 0$ , a perturbação que origina a variabilidade do movimento, o seu efeito far-se-á sentir, em secções de abscissa  $x$ , em instantes posteriores  $t$ , ligados entre si pelas relações:

$$x - x_A = +\sqrt{gh}(t - t_0)$$

$$x - x_A = -\sqrt{gh}(t - t_0)$$

A primeira destas relações é válida para secções situadas a montante daquela onde se deu a perturbação; a segunda para secções situadas a jusante. É evidente que o lugar geométrico das secções que vão sendo atingidas pelos efeitos da perturbação nos diversos instantes é constituído, no diagrama  $(x, t)$  (fig. 2), por curvas cujas equações são as referidas atrás, que se reduzirão a rectas quando  $h$  for constante.

Estas curvas e outras análogas, referentes à propagação de qualquer perturbação originada em qualquer ponto e em qualquer instante do movimento variável, chamam-se

«características» ou «linhas de influência», e dizem-se «de montante» ou «de jusante» consoante têm a sua causa a montante ou a jusante do troço sobre o qual influem. Assim, a linha de influência de equação  $x - x_A = \sqrt{gh} t$  será de jusante e a de equação  $x - x_A = -\sqrt{gh} t$  de montante. É evidente que se o ponto onde se originou a perturbação no instante  $t = 0$  tiver por abcissa  $x_A = 0$ , existirá uma única linha de influência inicial de jusante. Pelo contrário, existirá uma única, de montante, se esse ponto tiver por abcissa  $x_A = X$ , isto é, se a perturbação tiver a sua origem na extremidade de montante do troço em estudo.

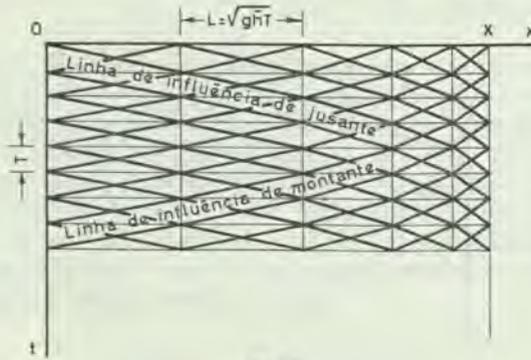


Fig. 3

Nas zonas do plano  $(x, t)$  situadas acima das linhas de influência iniciais mantêm-se imperturbadas as condições de regime pré-existent, sendo portanto possível conhecer os valores que  $H$  e  $Q$  tomam ao longo das linhas de influência referidas. Este facto fornece condições aos limites que, juntamente com as citadas anteriormente (ao longo das rectas  $x = 0$  e  $x = X$ ), vão permitir resolver o problema. Cada valor que  $H$  ou  $Q$  vão tomando numa ou várias secções ( $x = 0$  ou  $x = X$ , no caso mais comum) vai dar origem a linhas de influência de andamento semelhante ao das que foram referidas atrás. Esse conjunto de linhas de influência forma uma rede de quadriláteros aos quais é possível aplicar, contando com as condições aos limites, as equações (3) e (4), obtendo-se assim sucessivamente os valores de  $H$  e de  $Q$  nos seus vértices.

Sucedem porém que, para poder aplicar as referidas equações, é indispensável que os vértices dos quadriláteros se encontrem alinhados segundo rectas horizontais e verticais.

Para conseguir obter tal rede de linhas de influência divide-se o eixo dos tempos em intervalos  $T$  constantes e o eixo das abcissas em troços cujos comprimentos  $L$  satisfaçam à relação  $L = \sqrt{gh} T$  em que  $\bar{h}$  é o valor médio de  $h$  no troço correspondente. Nestas condições as linhas de influência ficarão reduzidas a linhas quebradas passando pelos pontos de intersecção de rectas horizontais traçadas a partir dos limites dos intervalos de tempo, com rectas verticais que passam pelos limites dos troços estabelecidos com o critério apontado atrás (fig. 3).

Neste diagrama, após aplicação sucessiva das equações (3) e (4), podem-se obter, por leitura directa, perfis instantâneos da superfície da água (rectas horizontais); conjuntos instantâneos de

valores dos caudais nas várias secções do escoamento (rectas horizontais) e variação, no tempo, da cota da superfície de água e do caudal, nas várias secções (rectas verticais).

### 3. Estudo do regime variável no Tejo entre os aproveitamentos de Fratel e Belver

#### 3.1 DADOS DO PROBLEMA

O problema a estudar foi definido nas suas linhas gerais em 1. Os dados de que se dispunha para o abordar eram os seguintes:

- diagrama de caudais turbinados pela central de Fratel, representado na fig. 4. A turbinagem tem início às 7h 12m atingindo uma ponta de  $720 \text{ m}^3/\text{s}$  às 11h; torna a descer passando por um mínimo local de  $275 \text{ m}^3/\text{s}$  às 13h, para aumentar de novo até  $690 \text{ m}^3/\text{s}$  às 19h e cessar cerca das 23h.
- diagrama de caudais turbinados pela central de Belver, inteiramente idêntico e simultâneo ao dos caudais turbinados em Fratel.
- topografia do leito do Tejo entre os dois aproveitamentos: dispunha-se de um levantamento à escala 1:2000, abrangendo apenas parcialmente o troço compreendido entre as barragens de Belver e de Fratel, de um levantamento à escala 1:5000 abrangendo a totalidade do troço em estudo e ainda dum perfil longitudinal do leito do Tejo, às escalas 1:5000 e 1:500. Os dois levantamentos referidos eram omissos no que se referia à parte submersa do leito. No entanto, devido ao facto de terem sido realizados em ocasião de águas baixas, anteriormente à existência da barragem de Belver e do seu regolfo, e tirando ainda partido do perfil longitudinal, foi possível obter, com razoável rigor, os perfis transversais do rio. Para esse efeito utilizou-se o levantamento à escala 1:2000, na parte em que existia, e o levantamento à escala 1:5000 na parte restante.
- estado inicial do troço em estudo: em repouso, com a superfície livre à cota 46,15 (cota de retenção normal do aproveitamento de Belver).

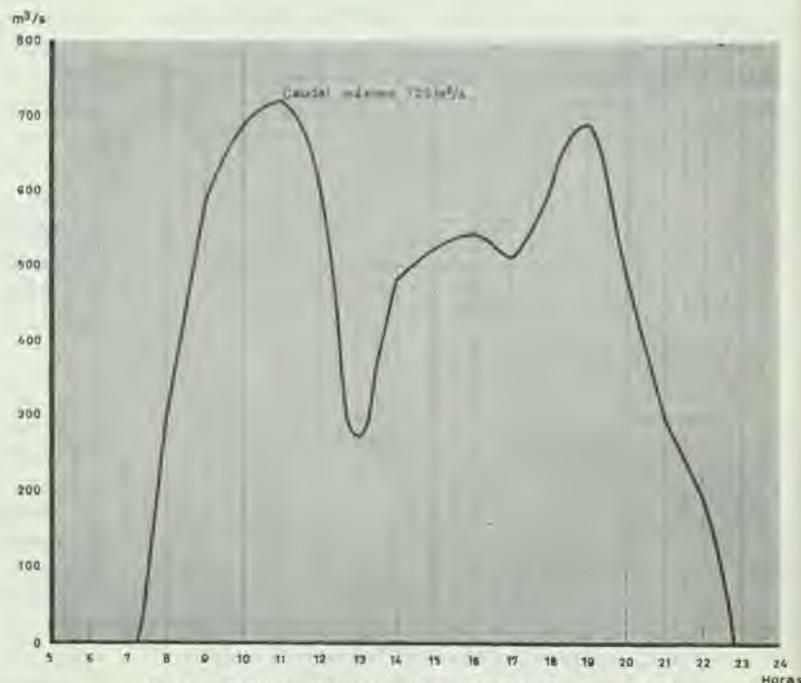


Fig. 4 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER — Diagrama de caudais turbinados por Fratel

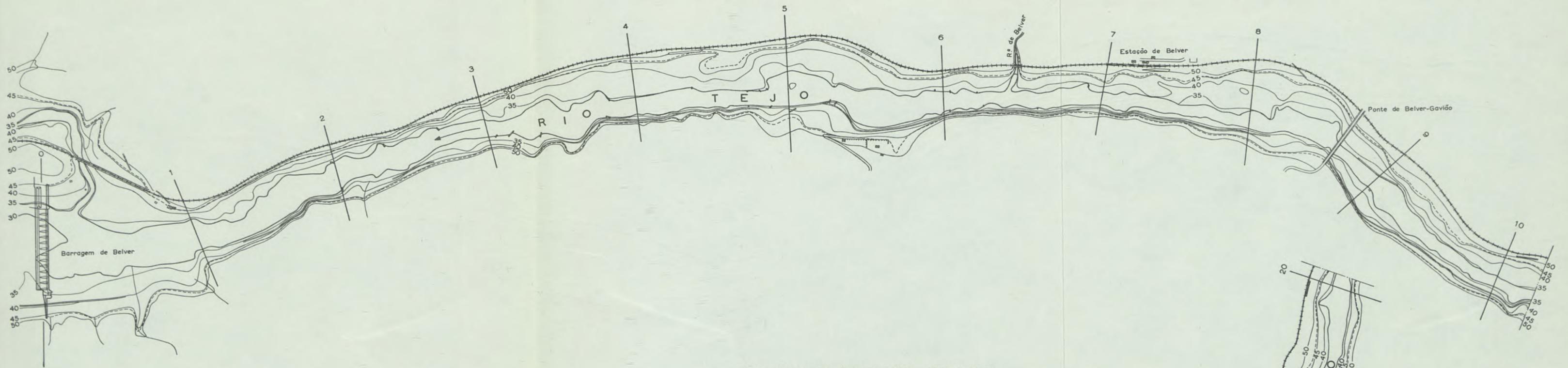
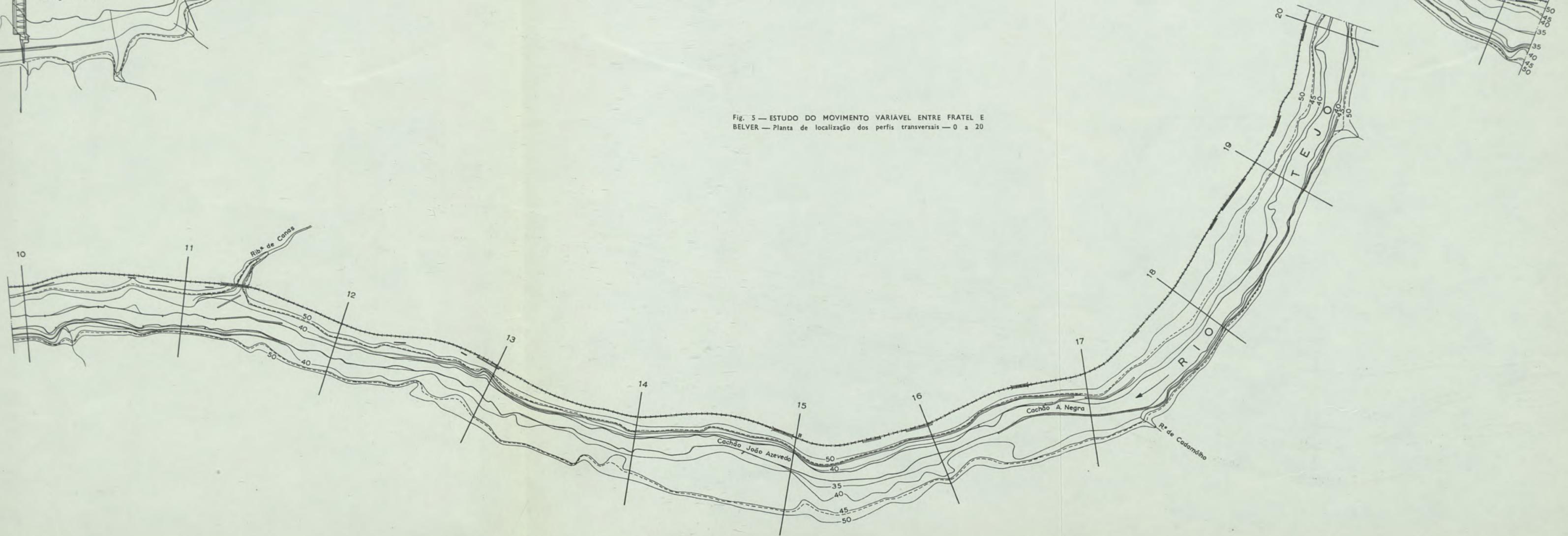


Fig. 5 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER — Planta de localização dos perfis transversais — 0 a 20



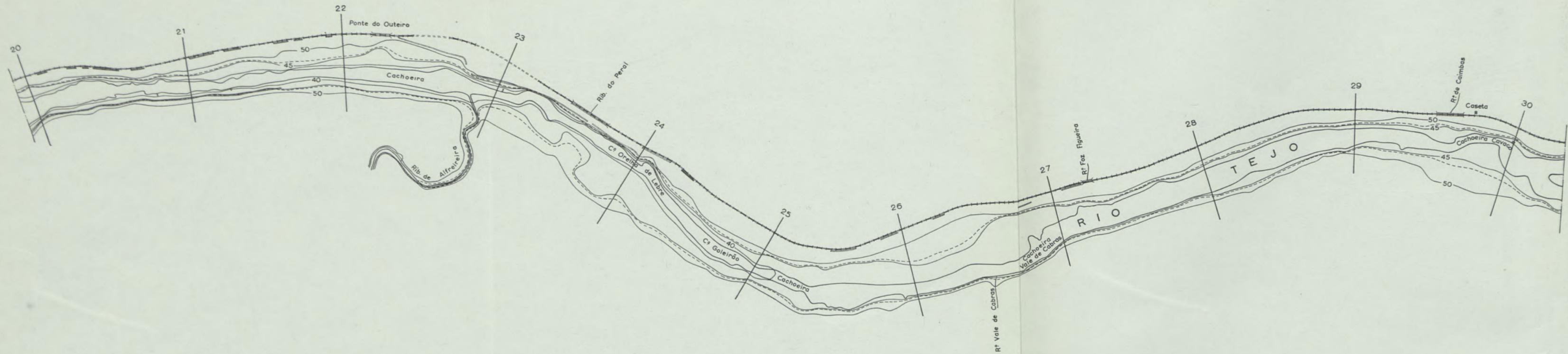
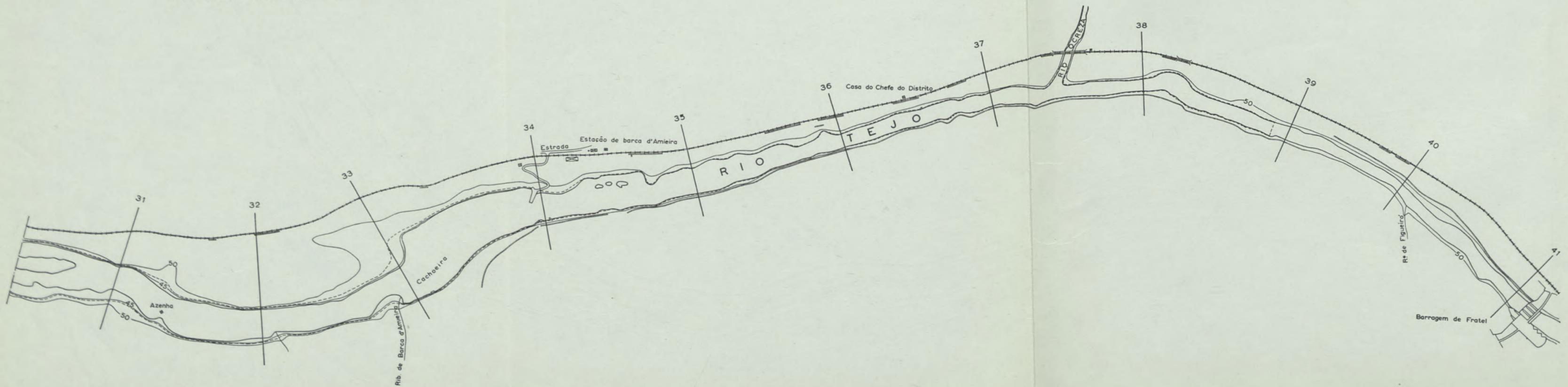


Fig. 6 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER — Planta de localização dos perfis transversais — 20 a 41



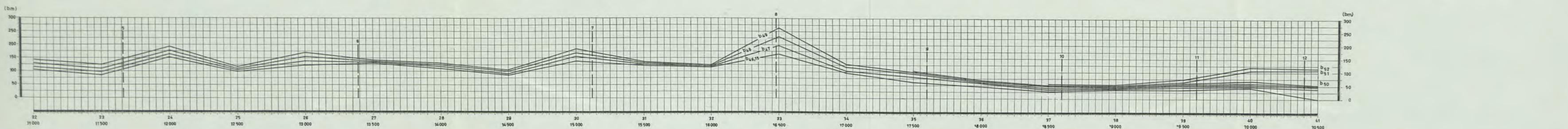
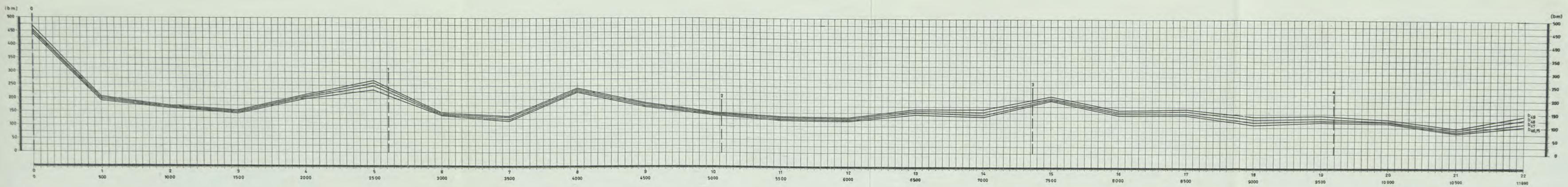


Fig. 7 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER — Variação de b com x

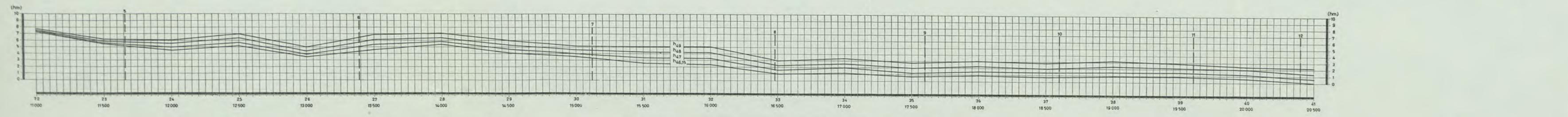
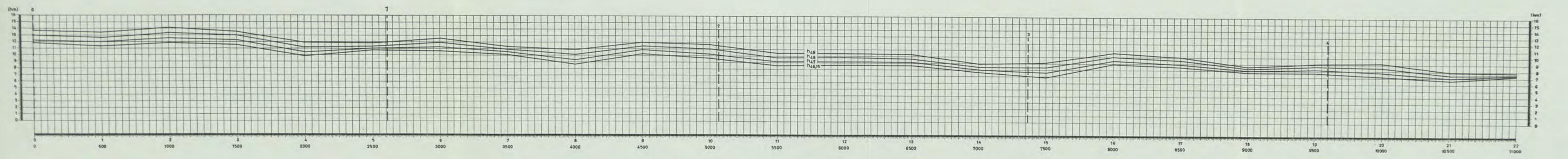


Fig. 8 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER — Variação de h com x

O Tejo entre Fratel e Belver ficou assim dividido em 12 troços, cujos comprimentos, abcissas da extremidade de montante e valores de  $\bar{h}$  se indicam no quadro seguinte.

Troço	Comprimento $L$ (m)	Abcissa da extremidade de montante $x$ (m)	Valor de $\bar{h}$ (m)
1.º	2605	2605	12,05
2.º	2460	5065	10,75
3.º	2300	7365	9,40
4.º	2230	9595	8,87
5.º	2060	11 655	7,52
6.º	1730	13 385	5,31
7.º	1730	15 115	5,31
8.º	1360	16 475	3,27
9.º	1120	17 595	2,21
10.º	1000	18 595	1,76
11.º	1000	19 595	1,76
12.º	800	20 395	1,14

<sup>2</sup> Isto introduz um erro visto que os valores de  $h$  são variáveis durante o fenómeno. Verifica-se, porém, que as consequências desse erro nos resultados do cálculo não são apreciáveis, principalmente quando o valor considerado para a cota da superfície da água fôr por excesso, o que sucede no nosso caso, com excepção do limite de montante do troço em estudo.

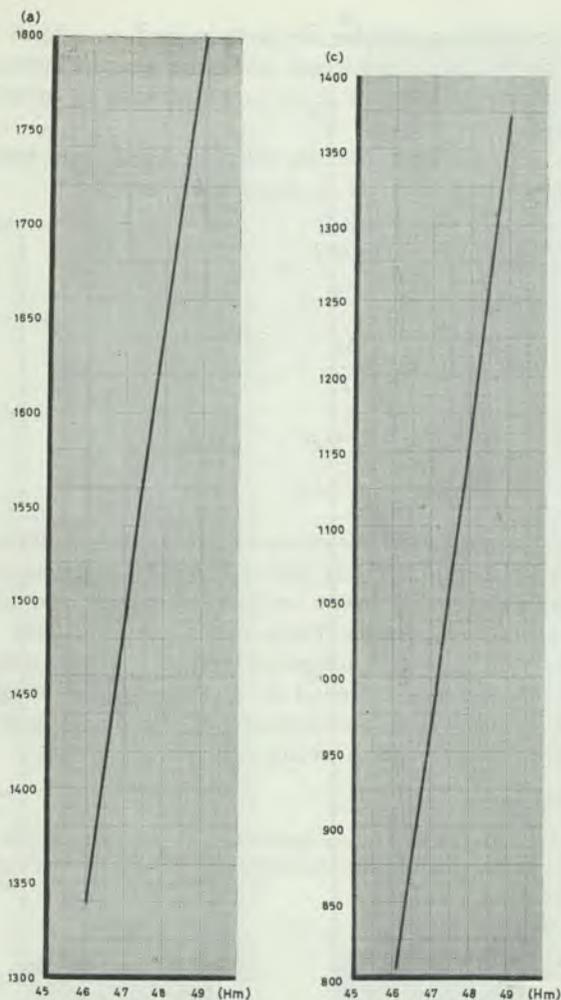


Fig. 9 — TROÇO ASSOCIADO AO PERFIL 2  
Curvas a = f(H)  
e c = f(H)

### 3.2 INTERVALOS DE TEMPO; DIVISÃO DO LEITO EM TROÇOS

Começou-se por estabelecer perfis transversais equidistantes de 500 m (fig. 5 e 6). Esses perfis, em número de 42, foram desenhados pelo método indicado atrás e, para eles, determinaram-se os valores de  $b$  (largura superficial) e de  $h$  (profundidade média) correspondentes às cotas de água de 46,15; 47; 48 e 49. Com estes valores traçaram-se dois gráficos, cujas abcissas eram valores de  $x$  — distâncias medidas ao longo do eixo do leito, de jusante para montante, a partir da central de Belver — dando, para as cotas da superfície da água atrás referidas, as variações de  $b$  e de  $h$  com  $x$  (fig. 7 e 8).

O intervalo de tempo considerado como base foi de  $T = 4$  min = 240 s. Então, utilizando este intervalo de tempo e o gráfico referido no parágrafo anterior, determinaram-se, com recurso a algumas tentativas, troços de comprimento  $L$  satisfazendo à relação

$$L = 240 \sqrt{gh} = 751 \sqrt{\bar{h}}$$

tendo-se considerado, para a obtenção do valor médio ( $\bar{h}$ ) de  $h$  num troço, a superfície da água à cota 47<sup>2</sup>.

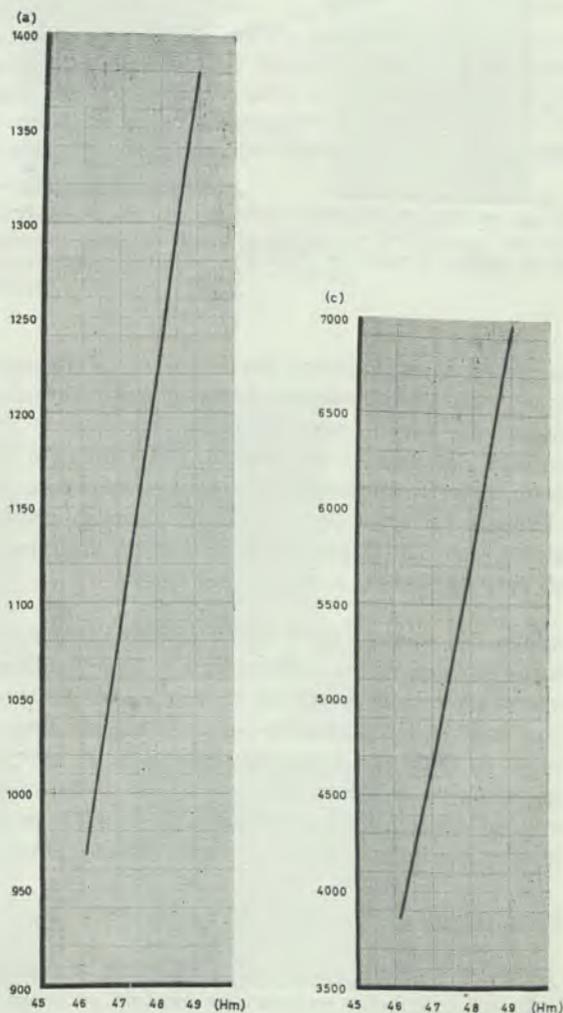


Fig. 10 — TROÇO ASSOCIADO AO PERFIL 4  
Curvas a = f(H)  
e c = f(H)

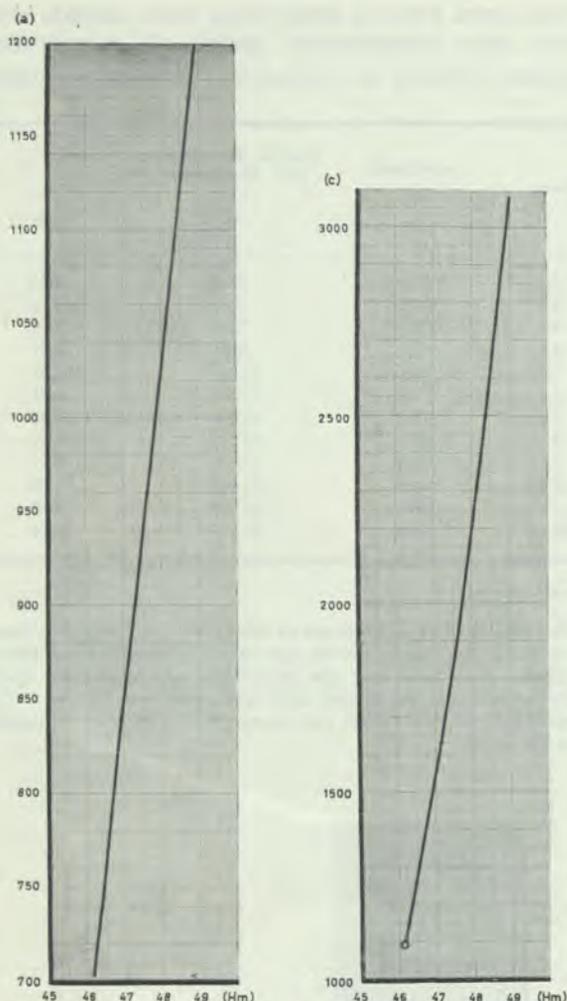


Fig. 11 — TROÇO ASSOCIADO AO PERFIL 6  
 Curvas a = f(H)  
 e c = f(H)

Como se vê, o comprimento dos troços vai diminuindo de jusante, onde a profundidade é maior, por influência da barragem de Belver, para montante.

Com estes elementos — comprimentos dos troços e intervalos de tempo — foi possível traçar o diagrama base ( $x, t$ ) e as linhas de influência (fig. 15). Com os dados do problema indicados em 3.1 estabeleceram-se, nesse diagrama, as condições aos limites, a saber:

- a) valores dos caudais, de 8 em 8 minutos, ao longo das linhas de equação  $x = 0$  (Belver) e  $x = 20\ 395$  m (Fratel).
- b) valores da cota da superfície da água — constantemente igual a 46,15 — e do caudal — constantemente nulo — ao longo da linha de influência de montante, que parte do ponto de coordenadas  $t = 0$  e  $x = 20\ 395$  m e da linha de influência de jusante que parte do ponto de coordenadas  $t = 0$  e  $x = 0$ , até o encontro dessas linhas.

### 3.3 VALORES DE $a, c$ E $d$ NOS VÁRIOS TROÇOS

Do diagrama base ( $x, t$ ) (fig. 15) facilmente se depreende que vão ser calculados valores dos caudais ao longo dos perfis pares, por meio da expressão (3) e valores de cotas da superfície da água ao longo dos perfis ímpares, por meio da equação (4). Deste modo é necessário determinar,

para os troços associados aos perfis pares<sup>3</sup> os valores dos coeficientes  $a$  e  $c$  e, nos troços associados aos perfis ímpares, os valores do coeficiente  $d$ , em função da cota da superfície da água.

Para isso, as expressões dos referidos coeficientes tomam no nosso caso concreto, a seguinte forma:

$$a = \frac{gbhT}{L} = \frac{2352bh}{L}$$

$$d = \frac{bL}{T} = \frac{bL}{240}$$

$$c = \frac{C^2bh^2}{2gT} = \frac{C^2bh^2}{4704}$$

As diagonais horizontais dos quadriláteros da rede formada pelas linhas de influência não são cortadas ao meio pelas diagonais verticais, devido ao facto dos troços não terem comprimento constante. Deste modo para o cálculo dos coeficientes  $a, c$  e  $d$  tomou-se para  $2L$  o comprimento total da diagonal horizontal do paralelogramo e, portanto, para  $L$  metade do comprimento do troço associado ao perfil em que se estão a efectuar os cálculos.

<sup>3</sup> Por «troço associado a um perfil» entende-se o conjunto dos dois troços situados imediatamente a montante e a jusante desse perfil.

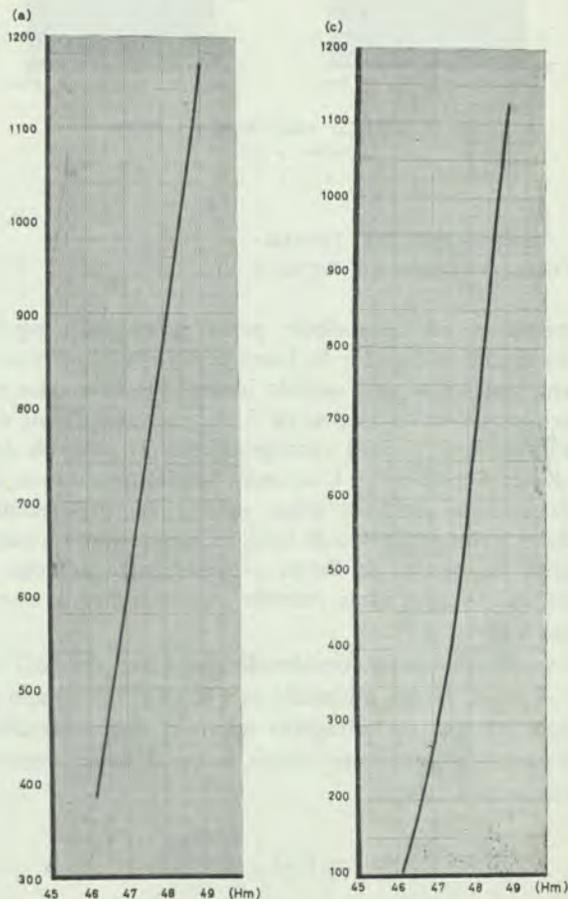


Fig. 12 — TROÇO ASSOCIADO AO PERFIL 8  
 Curvas a = f(H)  
 e c = f(H)



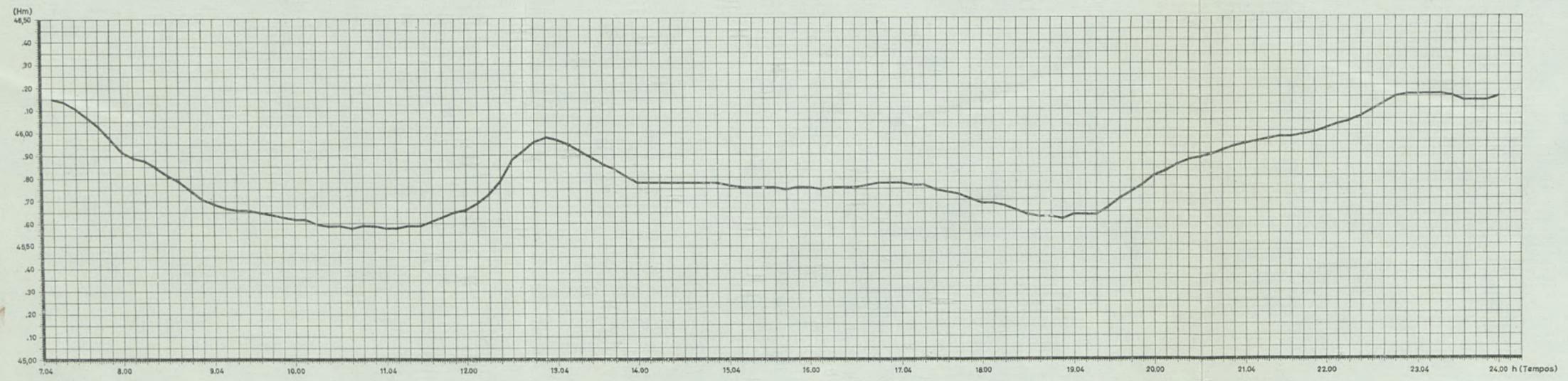


Fig. 16 — ESTUDO DO MOVIMENTO VARIÁVEL ENTRE FRATEL E BELVER  
 — Variação da costa de água imediatamente a montante da Central de Belver

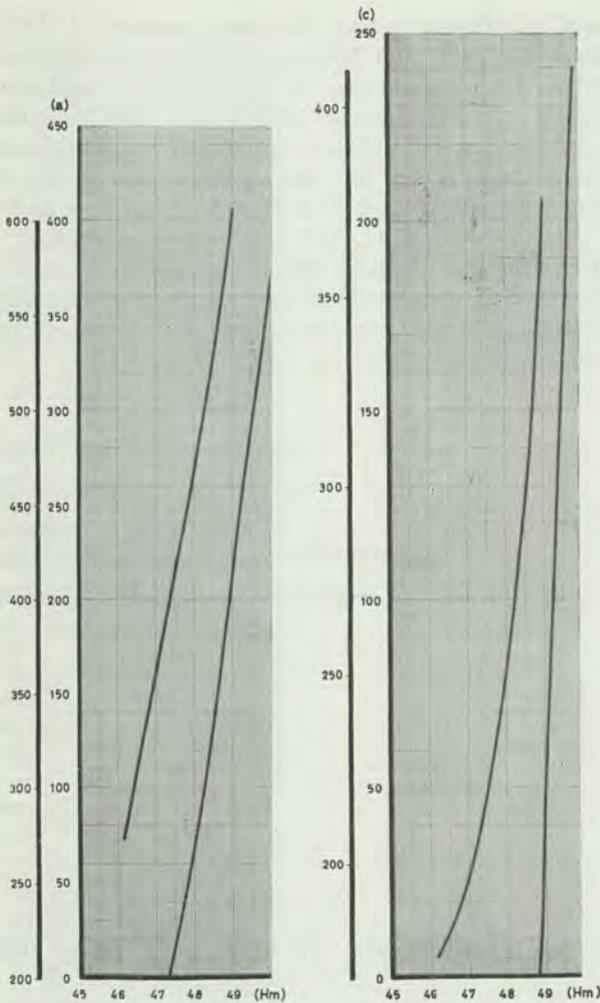


Fig. 13 — TROÇO ASSOCIADO AO PERFIL 10  
 Curvas a = f(H)  
 e c = f(H) 250

Por meio do gráfico referido atrás (fig. 7 e 8) determinaram-se, recorrendo-se à medição de áreas, os valores médios de  $b$  e de  $h$ , em função da cota da superfície livre, para os troços associados com os vários perfis. De posse destes valores foi possível determinar, nos troços associados com perfis pares, os valores de  $a$  e de  $c$  em função da cota da superfície livre e, nos troços associados aos perfis ímpares, os valores respectivos de  $d$ . As curvas indicativas desses valores estão indicadas nas fig. 9 a 14.

Para o cálculo dos valores de  $C$ , que entram na definição do coeficiente  $c$ , utilizou-se a fórmula de Bazin tomando o raio hidráulico igual à profundidade média  $h$  e o coeficiente de rugosidade  $\gamma$  igual a 1,75, valor que se afigura razoável para um curso de água natural com as características do Tejo.

#### 3.4 REGIME VARIÁVEL; RESULTADOS OBTIDOS

Uma vez realizados os trabalhos preliminares que acabam de ser descritos nas alíneas anteriores foi possível passar ao estudo propriamente dito do regime variável, que se verificará no Tejo entre os aproveitamentos de Belver (existente) e de Fratel (a construir). A fig. 15 apresenta o desenvolvimento desse estudo, definindo, no plano  $(x, t)$  cotas das superfícies  $H = H(x, t)$  e  $Q = Q(x, t)$ , que estão representadas por tipos de número diferentes. Sobressai a necessidade de se ter utilizado um número par de troços, devido ao facto de serem caudais as condições aos limites conhecidas, ao longo das rectas da equação  $x = 0$  e  $x = 20\,395\text{ m}^4$ .

No desenvolvimento do cálculo dos valores de  $H$  começou-se por considerar os valores do coeficiente  $d$  correspondentes à cota  $H_p$  no vértice superior do quadrilátero. Este valor era corrigido por aproximações sucessivas, até se obter um valor correcto de  $H_f$ , no vértice inferior do quadrilátero.

<sup>4</sup> Se fossem cotas da superfície da água as condições aos limites conhecidos, o número de troços deveria ser também par. Se uma das condições fosse de caudais e a outra de cotas, o número de troços utilizados deveria ser ímpar.

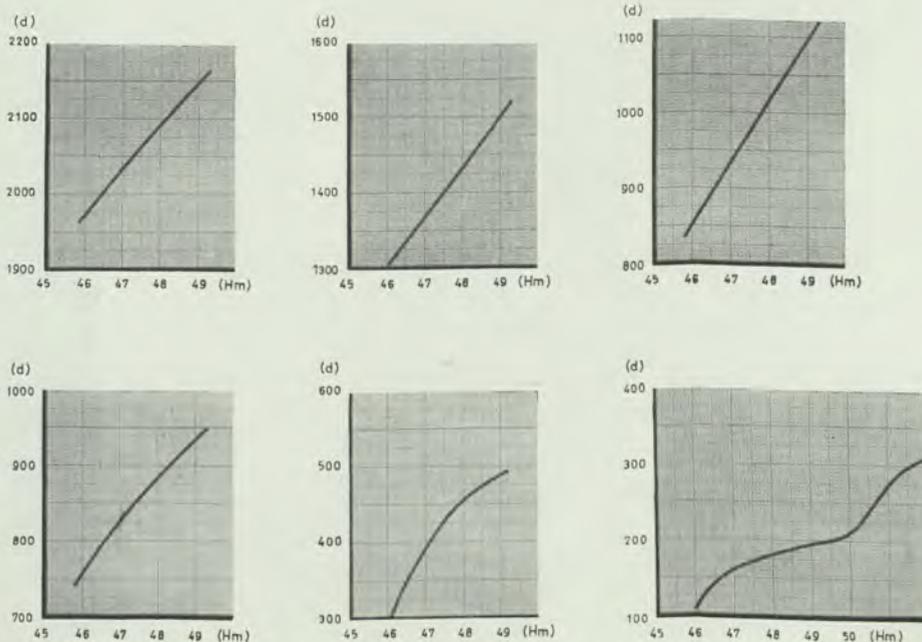


Fig. 14 — TROÇOS ASSOCIADOS AOS VÁRIOS PERFIS  
 Curvas d = f(H)

O objectivo final do estudo era, como dissemos, a obtenção da variação com o tempo das cotas da superfície da água a montante da central de Belver. O primeiro perfil em que se dispunha dessas cotas era o perfil 1, situado 2605 m a montante da referida central. Foi esse o perfil que se considerou como definidor da situação a montante da central de Belver. A validade prática deste facto pode ser constatada comparando os níveis simultâneos no referido perfil 1 e no perfil 3, situado 7635 m a montante daquela central e verificando que a diferença entre os referidos níveis nunca excede uns escassos centímetros. Na fig. 16 apresentam-se as variações no tempo da cota  $H$  da superfície livre no perfil 1, verificando-se que a cota mínima atingida, cerca das 11 horas, é de 45,58, isto é, apenas 0,57 m abaixo da cota de retenção normal de Belver (46,15). Esta verificação permite-nos afirmar que a albufeira do aproveitamento de Belver, não obstante a sua pequena capacidade, permite que a sua central turbine um diagrama de caudais idêntico e simultâneo ao turbinado pela central de Fratel, com uma diminuição máxima de queda de 3,6%, pelo que tal operação se pode realizar sem qualquer inconveniente.

Como é de esperar, o nível da água a montante de Belver começa por descer para depois oscilar durante o movimento variável. Uma vez cessada simultaneamente a turbinagem nos dois aproveitamentos às 22 h 48 m, o nível continuará a subir em Belver devido aos caudais de Fratel que ainda estão a chegar e que não são escoados para jusante. No fim dum certo tempo, porém, o nível deverá tender a fixar-se na cota inicial de 46,15, ao longo de toda a albufeira de Belver, visto que o volume afluído a essa albufeira durante o regime variável estudado foi exactamente igual ao volume evacuado. A verificação deste facto, no nosso cálculo, constitui um controle do seu rigor.

FERNANDO MANZANARES ABECASIS

*Engenheiro Civil Diplomado (I.S.T.)*

CHEFE DA DIVISÃO DE HIDRÁULICA  
DO LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL

ASSISTENTE DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

SEGUEM-SE, EM ESTENDIDO, AS FIGURAS 15 E 16 ►