

Ensaios estatísticos em alta tensão

HERMÍNIO DUARTE-RAMOS

*Prof. Dr. Eng. Electrotécnico
Universidade Nova de Lisboa*

1. INTRODUÇÃO

São várias as razões que preconizam a utilização da estatística nalguns tipos de ensaios praticados na Tecnologia da Alta Tensão, sobretudo nos ensaios destrutivos, correspondentes a fenómenos de disrupção dos materiais isolantes.

Nos ensaios realizados com tensão choque são implícitos os métodos estatísticos, dada a dispersão inerente aos fenómenos de disrupção com este tipo de tensão, quer em dieléctricos sólidos, líquidos ou gasosos. Mas também se usam as mesmas técnicas de tratamento das medidas nos ensaios de disrupção com tensão contínua ou alternada, por exemplo, quando o deterioramento dos isolantes sólidos se deve ao fenómeno de arvorejamento. Ainda são casos experimentais típicos de aplicação da estatística os ensaios de longa duração, efectuados com vista à avaliação experimental da duração de vida dos materiais, e, de um modo genérico, todos os ensaios de envelhecimento, nos quais é certa a existência de factores físicos aleatórios. Tratamento semelhante se faz nos ensaios não eléctricos por amostragem, em materiais e equipamentos, como exemplificam os ensaios mecânicos de rotura em isoladores.

Na prática industrial interessa efectuar o mínimo possível de testes, apenas numa amostragem de escassas unidades, aleatoriamente retirada de cada lote de produção. Muitas vezes não se excede a dezena de provetes testados, para se dispensar o menor tempo (só assim se poderá conseguir uma informação actual) e tornando económica a realização dos ensaios. É nestas condições que os métodos estatísticos constituem a ferramenta mais válida.

Frequentemente os matemáticos perdem-se em vastas teorizações, ainda que acertadas, sem evidenciarem os modos de aplicação, e os tecnólogos raras vezes dominam o seu conteúdo pragmático. Compreende-se portanto a importância de uma aclaração simples dos métodos estatísticos no tratamento dos dados experimentais, obtidos numa amostragem reduzida de provetes. Com tal objectivo tenta-se uma descrição fundamental, embora sumária, das técnicas que se apresentam de maior interesse hoje em dia na indústria e na investigação científica e tecnológica, exempli-

ficando-se com alguns ensaios destrutivos no polietileno sob altas tensões. Neste propósito acrescenta-se que não se relatam os pormenores específicos das experimentações, assunto aliás já abordado [15], mas indicam-se tão-somente os procedimentos e os meios úteis no tratamento estatístico das medidas, para se atingirem resultados quantificadores significativos.

Alguns especialistas já sistematizaram os aspectos estatísticos de maior relevância na Tecnologia da Alta Tensão [10], em particular no que diz respeito à distribuição normal. Modernamente porém a distribuição de Weibull [1], desenvolvida em boa parte na indústria têxtil, recebeu justificada aceitação nos ensaios destrutivos praticados em qualquer domínio tecnológico. Conceberam-se ainda técnicas especiais, como o método «up and down» [14], mas delas apenas se dá notícia.

2. DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Em qualquer tipo de distribuição a variável aleatória, representada por x , poderá ser a tensão U aplicada aos provetes nos ensaios de rigidez dieléctrica ou o tempo t nos ensaios de envelhecimento.

Pela sua simplicidade tornou-se frequente utilizar a distribuição gaussiana, vulgarmente dita normal. Apesar da sua generalizada divulgação convém fazer aqui um breve resumo das propriedades que a caracterizam, com vista a definir o almejado procedimento prático nos ensaios estatísticos.

Quando se fazem muitos testes sujeitos a influências aleatórias, em quantidade suficientemente grande para definir a totalidade básica de elementos da distribuição normal, a probabilidade $P(x)$ de ocorrência do valor x da variável aleatória é traduzida pela expressão de Gauss

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

onde μ significa a média da distribuição e σ o desvio padrão.

A representação cartesiana desta função $P(x)$ tem a forma clássica de sino (fig. 1a, esquerda), com a

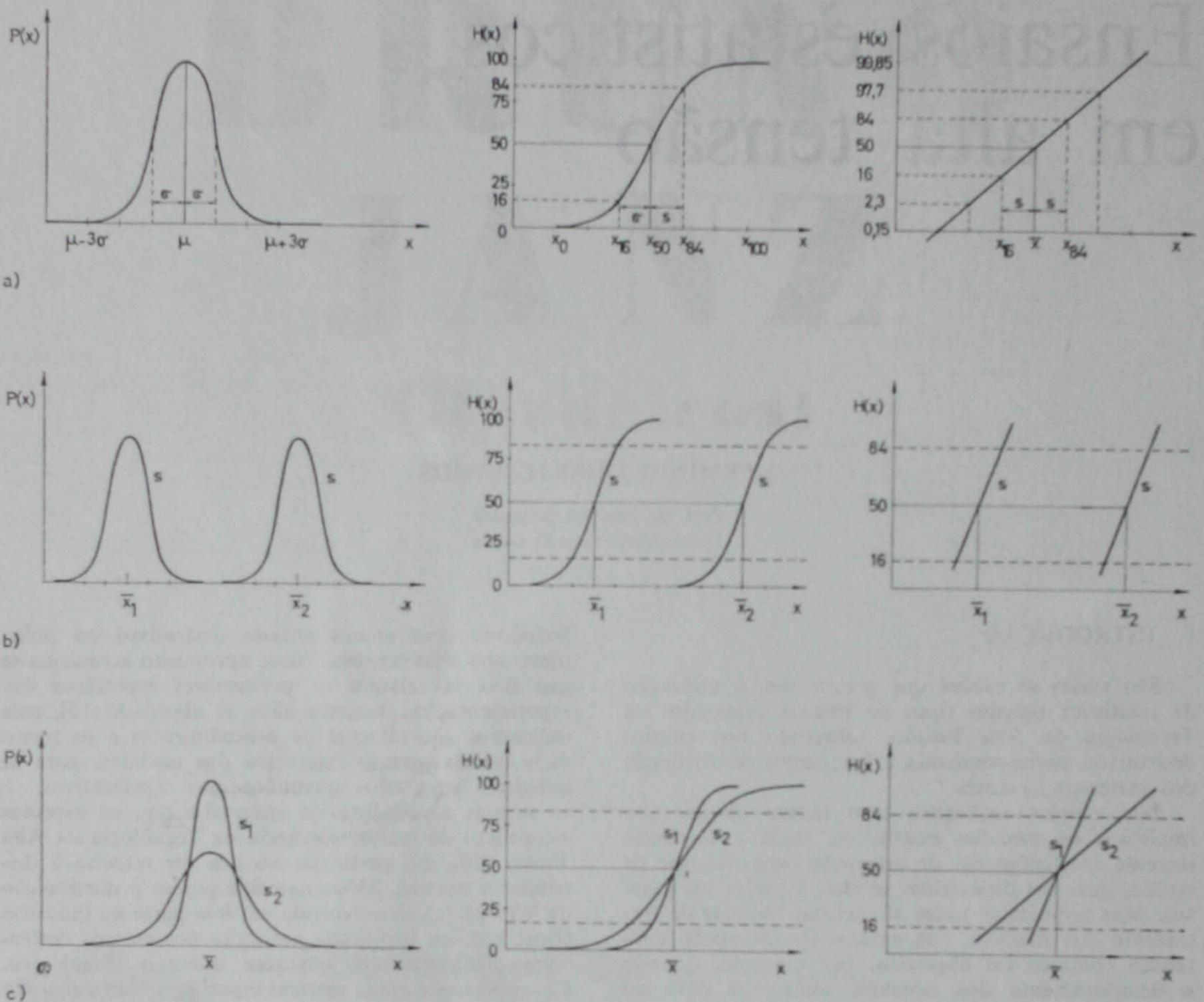


Fig. 1 — Distribuição normal (à esquerda: distribuição de ocorrências; ao centro: distribuição de ocorrências cumulativas; à direita: distribuição de ocorrências cumulativas em papel normal)
 a) Definição de valor médio μ ou \bar{x} e desvio padrão σ ou s
 b) Comparação de duas distribuições com igual desvio padrão e diferente valor médio
 c) Comparação de duas distribuições com igual valor médio e diferente desvio padrão

média referente à ocorrência máxima e o desvio padrão igual à diferença até às inflexões da curva de distribuição.

Na actividade experimental todavia consideram-se apenas n valores x_i da variável contínua x , sendo n um número relativamente baixo. Nestas circunstâncias a distribuição normal caracteriza-se aproximadamente pelo valor médio

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

com $i = 1, 2, \dots, n$, e pelo desvio padrão (ou desvio quadrático médio em relação à média)

$$s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

cujos valores, em rigor, não coincidem com os correspondentes valores μ e σ da totalidade básica, mas deles relativamente pouco se afastam.

É costume ainda relacionar estas duas grandezas fundamentais pela razão

$$v = \frac{s}{\bar{x}} 100\%$$

que se designa coeficiente de variação (expresso em percentagem).

Facilmente se compreende que o valor médio localiza a curva da distribuição de Gauss no eixo da variável aleatória (fig. 1b, esquerda), e o desvio padrão traduz a dispersão da distribuição em relação ao valor médio, sendo a respectiva curva tanto mais estreita quanto menor for a desvio padrão (fig. 1c, esquerda).

Como na realidade se consideram somente alguns valores discretos x_i da variável x , a representação gráfica das ocorrências em percentagem é feita num eixo (por hipótese o eixo das abcissas) graduado linearmente e marcando os valores x_i por ordem crescente, de maneira que $x_i \leq x_{i+1}$, enquanto que no outro eixo (o das ordenadas), também com graduação linear, se inscrevem os respectivos valores das ocorrências.

A linha que melhor se ajusta aos pontos marcados chama-se curva de ocorrências (costuma-se chamar curva de frequências, mas evita-se aqui esta denominação para não confundir frequência estatística com frequência das grandezas eléctricas sinusoidais).

2.1. Ocorrência cumulativa

Para se obter uma curva crescente, que é mais fácil de tratar do que a forma em sino, em vez das ocorrências individuais (ou probabilidades $P(x)$ expressas em percentagem) prefere-se considerar as ocorrências cumulativas

$$H(x) = \int_{-\infty}^x P(\tau) d\tau$$

expressas em percentagem (ou valores normados multiplicados por 100). Define-se assim uma curva com a forma de S, inflectindo no valor médio e com evolução assintótica para as ocorrências 0% e 100% (fig. 1a, centro).

No caso prático da variável discreta o cálculo das ocorrências cumulativas pode-se fazer de maneira simples com base em diversos critérios (cujos resultados não diferem significativamente). Em todos eles começa-se por ordenar os n dados por valores crescentes x_i , ficando cada um com um número de ordem i . A avaliação da correspondente ocorrência cumulativa H_i processa-se de maneira diferente se n é muito grande ou é um pequeno número (até $n = 30$).

Quando os n dados estatísticos são muitos as quantidades N_i verificadas para cada valor x_i da variável definem uma curva de quantidades que é proporcional à curva de ocorrências, pois esta distingue-se daquela apenas por um factor de normação: a escala mantém-se linear e as ocorrências individuais são

$$P_i = \frac{N_i}{n} 100\%$$

Adicionando sucessivamente as ocorrências individuais determinam-se as ocorrências cumulativas H_i , bem como a sua distribuição, que permite ajustar uma

curva em S suficientemente próxima da curva normal da totalidade básica.

Na situação habitual de se escolherem poucos dados experimentais as quantidades N_i são quase todas iguais a 1 (quando muito 2, raramente 3) e portanto não se pode seguir o mesmo método. Mas partindo da hipótese que esses dados obedecem à lei normal é possível definir essa lei, só à custa desses dados e com aproximação bastante. Vulgarmente a ocorrência cumulativa calcula-se pela fórmula

$$H_i = \frac{i}{n+1} 100\%$$

com $i = 1, 2, \dots, n$; mas visto que n é um número baixo prefere-se entrar em consideração com as probabilidades de desvio em relação à distribuição normal da totalidade básica com igual valor médio [4], valores já tabelados em função de n (Tabela I).

2.2. Distribuição em papel probabilístico normal

Com ambos os eixos graduados linearmente a representação gráfica da ocorrência cumulativa H_i em função da variável aleatória x_i , devidamente ordenada, define uma curva com a forma de S, simétrica em relação à vertical do valor médio (fig. 1a, centro).

O traçado da distribuição contudo é facilitado no chamado papel probabilístico normal (fig. 1a, direita). Neste papel um eixo, geralmente escolhido para abcissa, tem graduação linear e o outro eixo é graduado de maneira que a curva das ocorrências cumulativas da distribuição normal degenera numa recta (fig. 2a).

Numa distribuição discreta de poucos pontos procura-se a recta que melhor se ajusta a esses pontos, segundo o critério do mínimo da soma dos erros quadráticos (para cuja aplicação se recomenda o recurso a um computador digital com programa adaptado ao tipo de papel).

O valor médio da variável aleatória continua a corresponder à ocorrência cumulativa de 50%

$$\bar{x} = x_{50}$$

TABELA I
OCORRÊNCIAS CUMULATIVAS (ATÉ $n = 20$)

n	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	12,3	10,2	5,85	7,78	6,81	6,18	5,59	5,15	4,75	4,46	4,09	3,92	3,67	3,44	3,29	3,07
2	30,8	26,1	22,4	19,8	17,6	15,9	14,5	13,1	12,3	11,3	10,6	10,0	9,34	8,85	8,38	7,93
3	50,0	42,1	36,3	31,9	28,4	25,5	23,3	21,5	19,8	18,4	17,1	16,1	15,2	14,2	13,6	12,9
4	69,2	57,9	50,0	44,0	39,4	35,2	32,3	29,5	27,4	25,5	23,9	22,4	20,9	19,8	18,7	17,9
5	87,7	73,9	63,7	56,0	50,0	45,2	41,3	37,8	34,8	32,3	30,2	28,4	26,8	25,1	23,9	22,7
6	—	89,8	77,6	68,1	60,6	54,8	50,0	46,0	42,5	39,4	36,7	34,8	32,6	30,9	29,1	27,8
7	—	—	91,15	80,2	71,6	64,8	58,7	54,0	50,0	46,4	43,3	40,9	38,2	36,3	34,5	32,6
8	—	—	—	92,22	82,4	74,5	67,7	62,2	57,5	53,6	50,0	46,8	44,0	41,7	39,7	37,8
9	—	—	—	—	93,19	84,1	76,7	70,5	65,2	60,6	56,7	53,2	50,0	47,2	44,8	42,5
10	—	—	—	—	—	93,82	85,5	78,5	72,6	67,7	63,3	59,1	56,0	52,8	50,0	47,6
11	—	—	—	—	—	—	94,41	86,9	80,2	74,5	69,8	65,2	61,8	58,3	55,2	52,4
12	—	—	—	—	—	—	—	94,85	87,7	81,6	76,1	71,6	67,4	63,7	60,3	57,5
13	—	—	—	—	—	—	—	—	95,25	88,7	82,9	77,6	73,2	69,1	65,5	62,2
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	95,54	89,4	83,9	79,1	74,9	70,9	67,4
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	95,91	90,0	84,8	80,2	76,1	72,2
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96,08	90,66	85,8	81,3	77,3
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96,33	91,15	86,4	82,1
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96,56	91,62	87,1
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96,71	92,07
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96,93

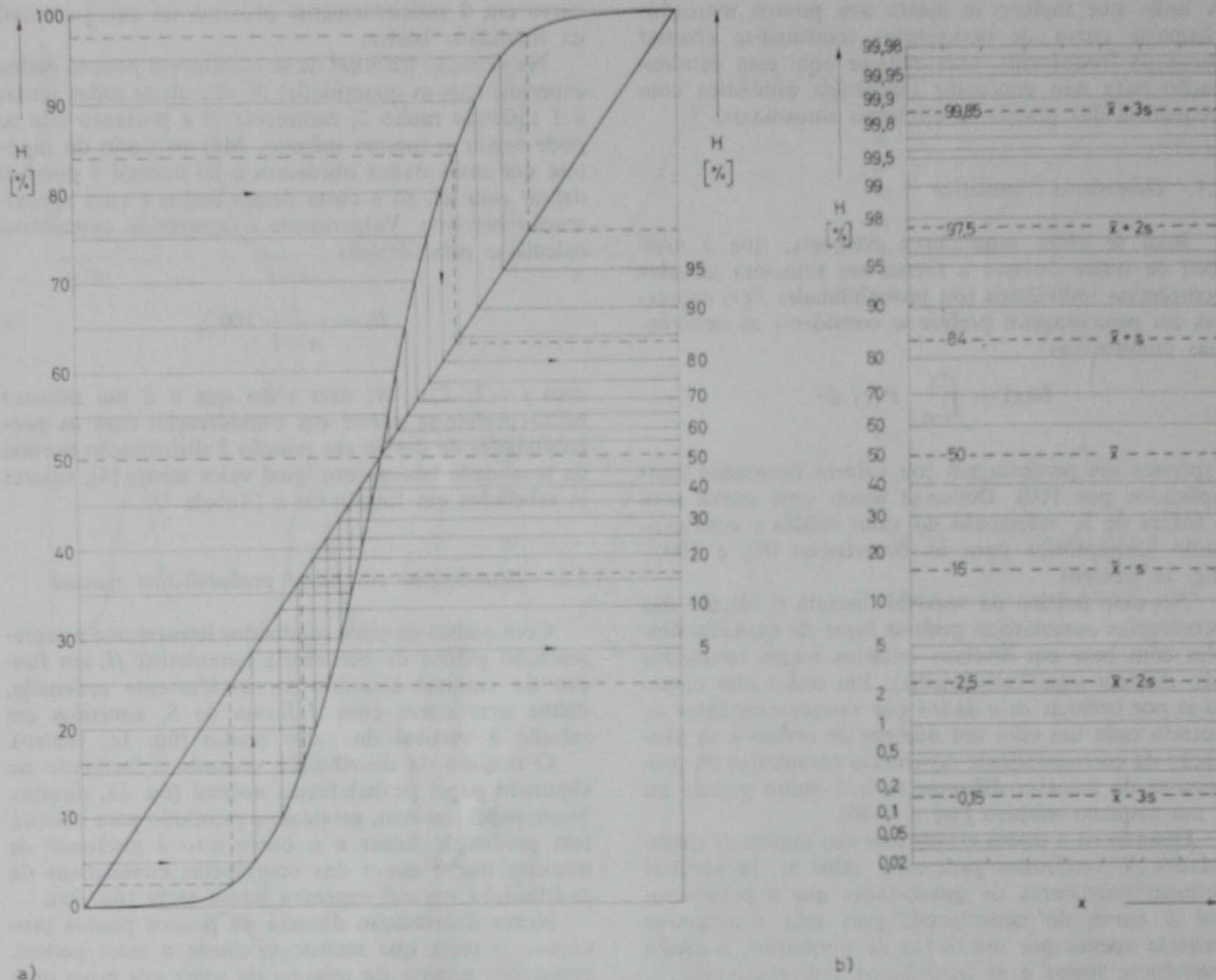


Fig. 2 — Definição do papel probabilístico normal
 a) Conversão gráfica da escala linear na escala normal
 b) Linhas de ocorrência para x_{50} , $x_{50} \pm s$, $x_{50} \pm 2s$ e $x_{50} \pm 3s$

e o desvio padrão obtém-se por qualquer das relações

$$s = \bar{x} - x_{16} = x_{84} - \bar{x}$$

onde x_{16} traduz a ocorrência de 16%, e analogamente para x_{84} ou x_{50} (não confundir estes índices da variável aleatória com aqueles que indicam o ordenamento x_i).

Os valores característicos \bar{x} e s calculados graficamente não coincidem rigorosamente com os valores calculáveis pelas fórmulas atrás indicadas, mas a facilidade do cálculo gráfico em papel normal justifica a preferência pela aproximação.

Numa distribuição normal verifica-se que, em números redondos, $84\% - 16\% = 68\%$, quer dizer, 68% dos valores da variável contínua x estão compreendidos entre $x_{16} = \bar{x} - s$ e $x_{84} = \bar{x} + s$, restando apenas 32% fora destes limites; de modo análogo, exteriormente a $\bar{x} \pm 2s$ existem menos de 5% e além de $\bar{x} \pm 3s$ não há mais de 0,3% (fig. 2b).

Praticamente portanto é válido afirmar que todos os valores da variável com probabilidade de ocorrência desde 0% até 100% se encontram entre os limites

$$x_0 \approx \bar{x} - 3s$$

$$x_{100} \approx \bar{x} + 3s$$

cujos significados físicos são evidentes. Note-se que estes valores extremos da variável aleatória não se definem bem na curva em S, por causa da evolução assintótica desta curva.

2.3. Intervalo de confiança do valor médio

Os valores \bar{x} e s determinados a partir de um número reduzido de testes, num ensaio de amostragem com poucos provetes, diferem dos correspondentes valores μ e σ relativos à totalidade básica de elementos definidores da distribuição normal (grande quantidade de provetes testados), em virtude de influências aleatórias. Procedendo a maior número de testes é pois natural que a recta definida em papel probabilístico seja ligeiramente alterada, modificando um tanto o valor médio e o desvio padrão.

Para se apreciarem estes desvios aleatórios com uma dada certeza estatística (em geral admite-se 95%, mais raramente 90%), procura-se um factor z tabelado em função de n [6] para determinar os limites de confiança do valor médio segundo as desigualdades

$$\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} z \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} z$$

TABELA II

COEFICIENTES PARA CÁLCULO DOS LIMITES DO INTERVALO DE CONFIANÇA DO VALOR MÉDIO, COM A CERTEZA ESTATÍSTICA DE 95%

n	z	$\frac{z}{\sqrt{n}}$
5	2,8	1,24
10	2,3	0,72
20	2,1	0,47
50	2,0	0,28
100	2,0	0,2
200	1,97	0,14
∞	1,96	0

supondo $\sigma = s$. Este cálculo só é exacto se \bar{x} e s forem obtidos das expressões rigorosas das respectivas definições; no entanto, como o papel probabilístico dá valores suficientemente aproximados, é pelo método gráfico que se costumam determinar os limites de confiança do valor médio.

Numa amostragem de n elementos, que oferece os valores \bar{x} e s , pode-se pois afirmar que o valor médio referente a infinitos elementos (ou totalidade básica) está contido no intervalo de confiança $\bar{x} \pm s.z/\sqrt{n}$.

Tais limites de confiança, que dependem do número n de testes, são tanto mais apertados quanto maior for n (Tabela II), verificando-se $\bar{x} \approx \mu$ quando o número de dados for muito elevado (acima de 200).

O intervalo de confiança do valor médio permite comparar duas amostragens e concluir sobre a sua equivalência: se os respectivos intervalos não se sobrepõem pode-se dizer, com a certeza estatística admitida, que uma amostragem possui maior valor médio que a outra; se, pelo contrário, se sobrepõem a diferença encontrada será fortuita.

2.4. Faixa de confiança da distribuição

Os pontos experimentais marcados em papel normal não estão todos sobre uma recta, devido às influências aleatórias no fenómeno em análise. Tal como para o valor médio e desvio padrão põe-se a questão de saber quais os pontos que são significativos para a distribuição normal, supondo uma dada certeza estatística, uma vez que há pontos afastados da recta melhor ajustada.

Esta questão foi resolvida em 1954 por Klein [5] através de curvas limites da faixa de dispersão aleatória admissível na distribuição normal, chamada faixa de confiança da distribuição de ocorrências

$$H_i = \frac{i}{n+1} \cdot 100\%$$

uma curva inferior definida por

$$H_{i,inf} = \frac{1}{1 + \frac{\nu_1}{\nu_2} \cdot F(\nu_1, \nu_2)} \cdot 100\%$$

e outra curva superior calculável pela expressão

$$H_{i,sup} = \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\nu_2}{\nu_1} \cdot F(\nu_2, \nu_1)}\right) \cdot 100\%$$

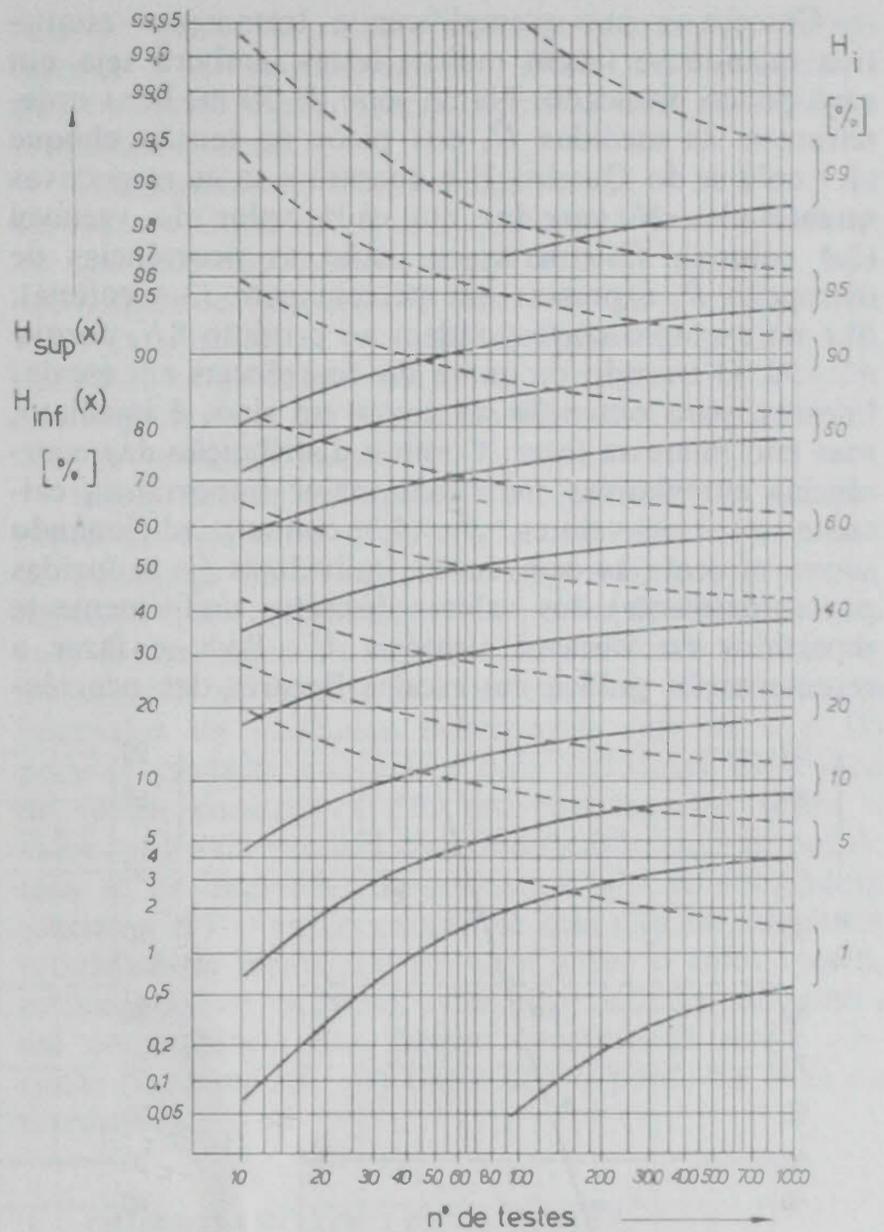


Fig. 3 — Diagrama das curvas limites da faixa de confiança para a certeza estatística de 95% unilateral (H_{inf} — linhas a traço contínuo; H_{sup} — linhas a traço interrompido)

com os graus de liberdade

$$\nu_1 = 2(n+1-i)$$

e

$$\nu_2 = 2i$$

que determinam os valores $F(\nu_1, \nu_2)$ em tabelas estatísticas [3].

Exemplifica-se o cálculo analítico para $n = 10$: no caso $i = 3$ será $H_i = 27,3\%$ e verifica-se $\nu_1 = 16$ e $\nu_2 = 6$; as tabelas estatísticas, para a certeza unilateral de 95%, indicam $F(16,6) = 3,92$ e $F(6,16) = 2,74$; assim resulta $H_{3,inf} = 8,73\%$ e $H_{3,sup} = 50,7\%$; procedendo de igual modo para outros valores de i , desde 1 até 10, obtêm-se pontos para o traçado das curvas da faixa de confiança.

O cálculo analítico pode-se substituir por um diagrama (fig. 3), que fornece valores das curvas limites por consulta imediata a partir do número n de testes e do valor da ocorrência cumulativa. Como tal diagrama se conhece somente para algumas ocorrências (5%, 10%, 20%, 40%, 60%, 80%, 90%, 95%) o traçado da faixa de confiança faz-se mais facilmente escolhendo pontos para estas ocorrências, independentemente das ocorrências H_i dos dados estatísticos.

2.5. Técnica do cálculo estatístico

Os conceitos introduzidos ilustram-se claramente com um ensaio estatístico de disrupção do ar com tensão choque 1,2/50, fixando uma distância interelectrónica do disruptor e aplicando tensões com picos sucessivamente crescentes de 0,5 kV até à disrupção.

Começa-se por exemplificar o tratamento estatístico quando se fazem muitos testes, embora seja um caso pouco praticado. Numa série de 50 medidas ordenaram-se as medidas \hat{U}_i dos picos de tensão choque (1.ª coluna do Quadro I) e contaram-se as respectivas quantidades N_i surgidas em cada valor da variável (2.ª coluna). Calcularam-se então as ocorrências de disrupção P_i expressas em percentagem (3.ª coluna), que no exemplo correspondem ao produto $2N_i$ porque $n = 50$. O traçado da curva de ocorrências em escalas lineares, para obtenção da curva em sino, é imediato, mas não interessa fazer. Como a distribuição das ocorrências cumulativas manifesta maior importância calcularam-se os valores H_i (4.ª coluna) adicionando sucessivamente as ocorrências individuais (já reduzidas porcentualmente) dos valores discretos uniformemente repartidos da variável aleatória \hat{U}_i . Pode-se fazer a representação gráfica em escalas lineares das ocorrên-

QUADRO I
REGISTOS DE UM ENSAIO DE DISRUPÇÃO DO AR
COM MUITOS TESTES ($n = 50$)

Medidas ordenadas \hat{U}_i [kV]	Quantidade N_i	Ocorrência P_i [%]	Ocorrência cumulativa H_i [%]
51,5	1	2	2
52,0	1	2	4
52,5	8	16	20
53,0	10	20	40
53,5	11	22	62
54,0	9	18	80
54,5	3	6	86
55,0	4	8	94
55,5	1	2	96
56,0	1	2	98

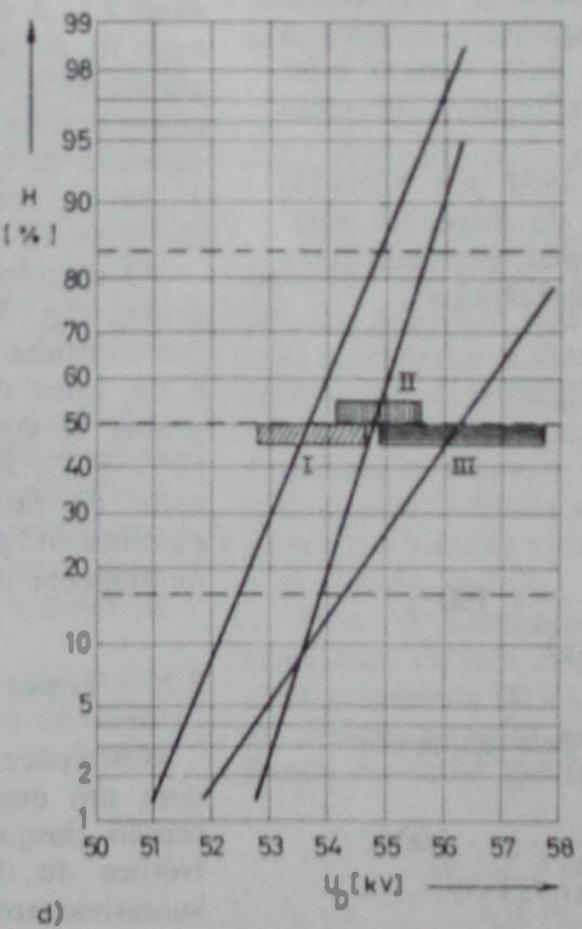
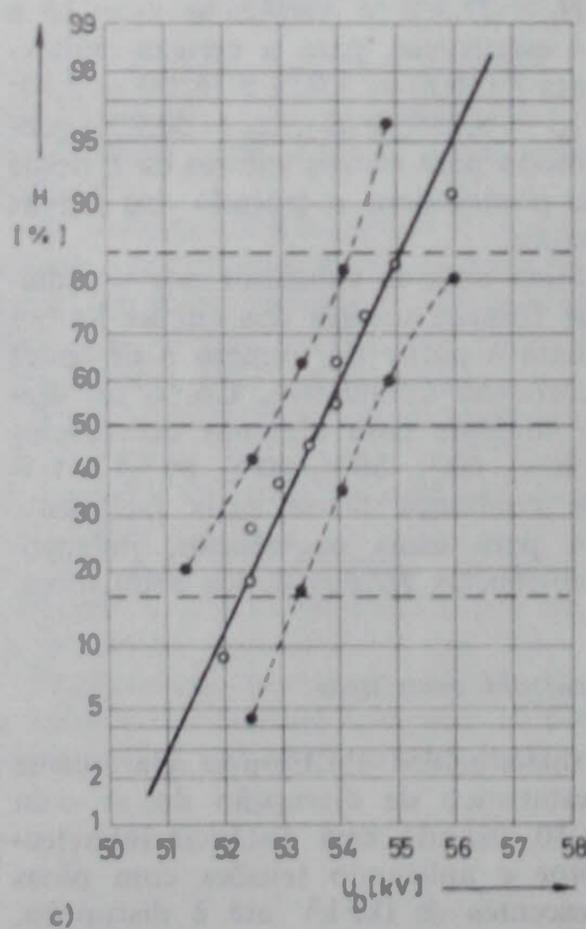
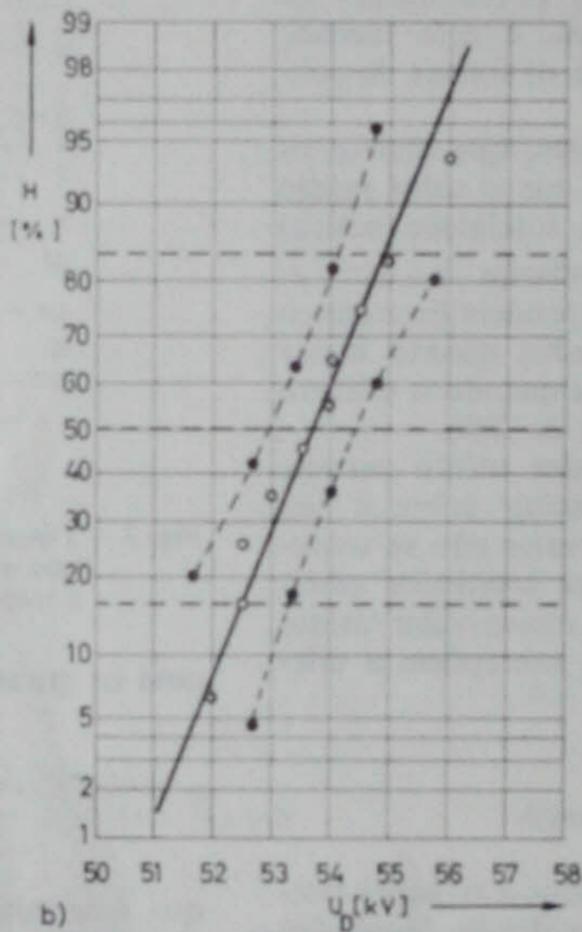
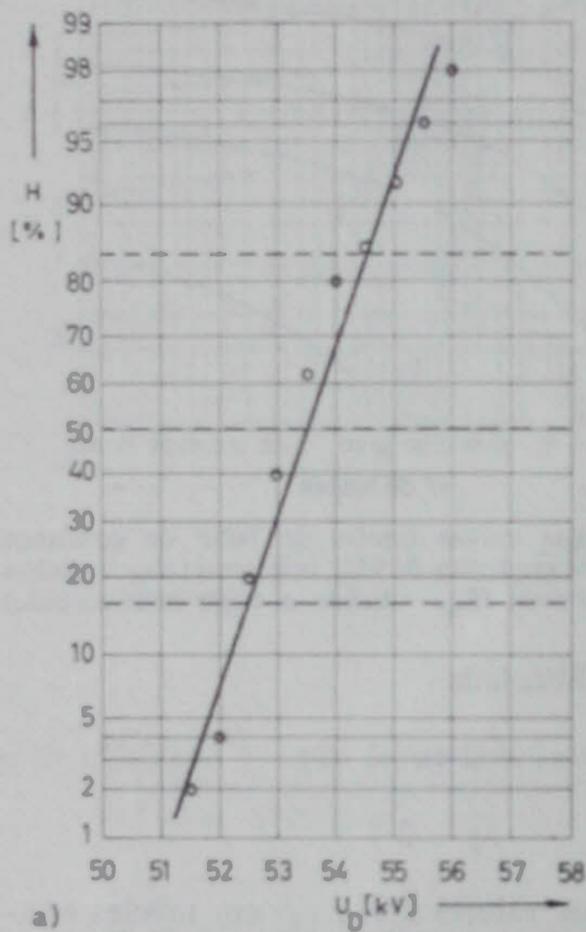


Fig. 4 — Exemplificações da distribuição normal na disrupção do ar em disruptores com igual distância disruptiva sob tensão choque 1,2/50
a) Ensaio de um disruptor com muitos testes ($n = 50$)
b) Ensaio de um disruptor com poucos testes ($n = 10$) e cálculo das ocorrências cumulativas por tabelas estatísticas (Tabela I)
c) Ensaio de um disruptor com poucos testes ($n = 10$) e cálculo analítico das ocorrências cumulativas
d) Ensaio comparativo de três disruptores diferentes através dos intervalos de confiança

cias cumulativas, obtendo-se a curva S, mas também sem interesse prático. Por isso o que se faz é apenas o traçado da distribuição cumulativa em papel normal (fig. 4a), cuja recta ajustada aos dados experimentais concede o valor médio $\hat{U}_{50} = 53,5$ kV e o desvio padrão $s = 1$ kV.

O tratamento estatístico mais vulgar acontece com poucos testes. Para exemplificar considerem-se os dez primeiros testes efectuados no ensaio anterior (1.ª coluna do Quadro II). Ordenando estas medidas de \hat{U}_i (2.ª coluna) obtiveram-se os números de ordem i (3.ª coluna). As ocorrências cumulativas podem-se obter por consulta de tabelas estatísticas (4.ª coluna) ou por cálculo analítico (5.ª coluna). A representação gráfica em papel normal de uns pontos (fig. 4b) ou de outros (fig. 4c) mostra sensivelmente o mesmo valor médio $\hat{U}_i = 53,7$ kV, portanto muito próximo do resultado com $n = 50$, sendo o desvio padrão $s = 1,2$ kV na 1.ª hipótese de cálculo e $s = 1,4$ kV na segunda. Os resultados são praticamente coincidentes em ambos os métodos de cálculo, mas não há dúvida que a tabela estatística oferece resultados mais confiantes, pois a respectiva recta para $n = 10$ será mais próxima da recta para $n = 50$. A faixa de confiança traça-se, em qualquer circunstância, arbitrando valores à ocorrência cumulativa H_i e verificando no diagrama para a certeza estatística de 95%

QUADRO II

REGISTOS DE UM ENSAIO DE DISRUPÇÃO DO AR COM POCOS TESTES ($n = 10$)

Medidas \hat{U} [kV]	Medidas ordenadas \hat{U}_i [kV]	Número de ordem i	Ocorrência cumulativa	
			H_i Tabela I	[%] $H_i = \frac{i}{n+1} \cdot 100$
53,5	52,0	1	6,18	9,09
55,0	52,5	2	15,9	18,2
52,5	52,5	3	25,5	27,3
52,0	53,0	4	35,2	36,4
54,0	53,5	5	45,2	45,5
56,0	54,0	6	54,8	54,5
54,5	54,0	7	64,8	63,6
54,0	54,5	8	74,5	72,7
53,0	55,0	9	84,1	81,8
52,5	56,0	10	93,82	90,91

(fig. 3) quais os valores correspondentes da berma inferior e da berma superior. Neste caso é evidente que os dados experimentais definem uma distribuição estatística normal.

Comparando as distribuições para $n = 50$ e $n = 10$ do mesmo fenómeno e com provetes idênticos bem se vê que não são iguais, como seria de esperar, mas aproximam-se bastante. O intervalo de confiança do valor médio para $n = 10$ é igual a $\pm 0,86$ kV, incluindo-se portanto nele o valor médio para $n = 50$. Isto significa que as diferenças detectadas nos cálculos são de natureza aleatória.

É interessante exemplificar o significado da comparação de diferentes distribuições através do intervalo de confiança do valor médio (fig. 4d), por exemplo, supondo que correspondem ao ensaio de dois provetes com formas mais ou menos distintas (caso prático de isoladores): se as distribuições normais determinarem intervalos de confiança sobrepostos (curvas I e II) pode-se garantir que existe uma influência estatística da forma construtiva dos provetes testados sobre o valor médio da variável aleatória (tensão de disrupção); mas se os intervalos de confiança não se sobrepõem (curvas I e III) então garante-se que não há influência estatística da forma dos provetes sobre o valor médio, tratando-se de provetes com propriedades diferentes em consequência das formas construtivas serem distintas (uma melhor que outra sob o ponto de vista de disrupção).

3. DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL

Muitas vezes constata-se que a distribuição das medidas é assimétrica (fig. 5a), não sendo rectilínea em papel probabilístico normal (fig. 5b), mas define uma recta se o eixo da variável aleatória for graduado logaritmicamente (fig. 5c). Nesta distribuição logarítmica normal, ou lognormal, é indiferente se a graduação se faz com logaritmos decimais ou naturais.

Em vez do valor médio \bar{x} e desvio padrão s da distribuição gaussiana toma-se para representar a distribuição lognormal o valor central x_{50} , referente à ocorrência cumulativa de 50%, e o factor de dispersão

$$\delta = \sqrt{\frac{x_{84}}{x_{16}}}$$

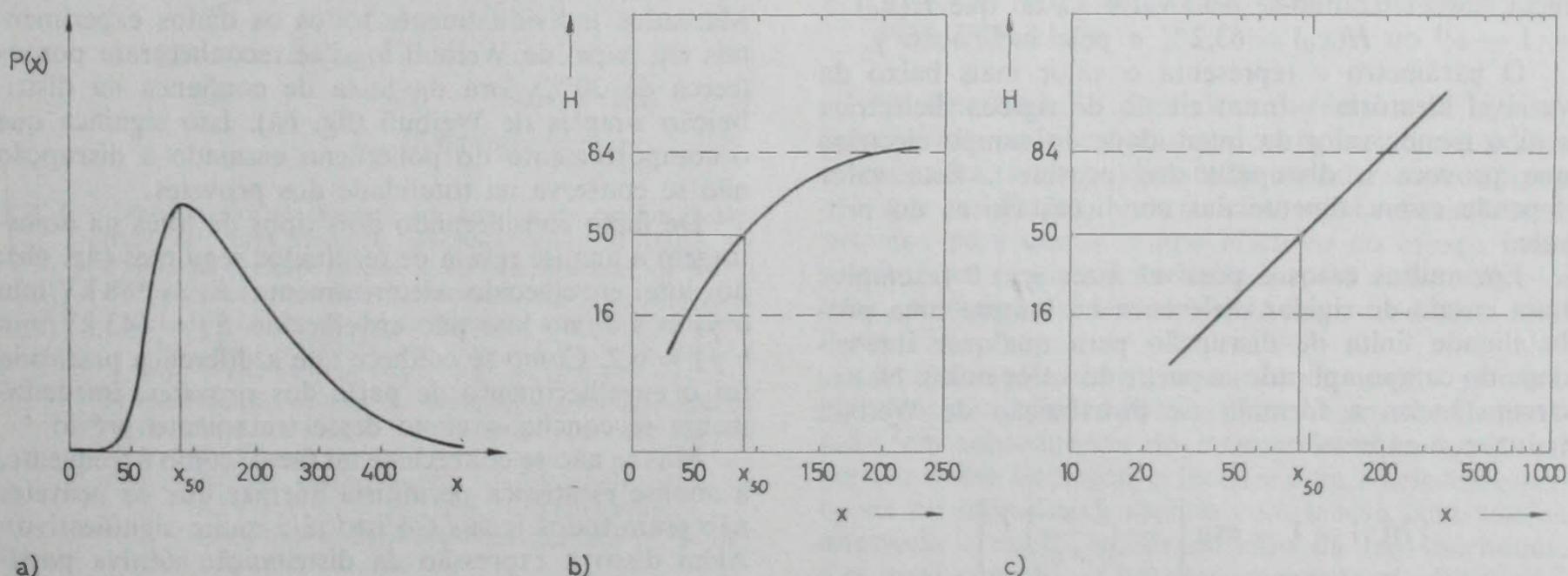


Fig. 5 — Distribuição lognormal

- a) Distribuição gaussiana assimétrica
- b) Representação em papel normal (o eixo da variável tem graduação linear)
- c) Representação em papel lognormal (o eixo da variável tem graduação logarítmica)

sendo

$$x_{50} = \sqrt{x_{16} \cdot x_{84}}$$

e portanto

$$\hat{\sigma} = \frac{x_{50}}{x_{16}} = \frac{x_{84}}{x_{50}}$$

Este tipo de distribuição tem sido aplicado nos ensaios de duração de vida e quando a amostragem de provetes se compõe de dois lotes diferentes (por exemplo, escolhidos de duas séries de produção).

4. DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

Nos últimos anos tem-se revelado que a distribuição de Weibull é, em muitos casos, mais significativa do que a distribuição de Gauss. Tal sucede nos ensaios destrutivos, principalmente de curta duração na disrupção dos dieléctricos sólidos, o que se mostra evidente quando não se esforça nenhum provete (para $x = 0$) porque a distribuição de Gauss indica uma probabilidade de ocorrência que é finita, pois $P(0) \neq 0$ segundo a respectiva fórmula, contradizendo a realidade física. Além disso se há uma alteração de volume, como poderá ocorrer nos ensaios de longa duração para avaliação da duração de vida dos materiais, a distribuição normal resulta assimétrica, deixando de corresponder a uma recta na representação em papel probabilístico normal. Nestes casos a distribuição de Weibull pode ser vantajosa.

Na distribuição de Weibull [2] a ocorrência cumulativa para $x \geq \alpha$ exprime-se pela fórmula

$$H(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)^\gamma \right]$$

com o parâmetro de localização $\alpha \geq 0$, o parâmetro de forma $\gamma > 0$ e o parâmetro de escala $\beta = x_0 - \alpha$, onde $x_0 > \alpha$; para $x < \alpha$ será $H(x) = 0$.

O papel de Weibull tem as ordenadas duplamente logarítmicas, pois se gradua em valores

$$\ln \{ - \ln [1 - H(x)] \}$$

e o eixo das abcissas possui a graduação logarítmica, correspondente a $\ln x$.

Nestas condições a distribuição de Weibull é uma recta, caracterizando-se pelo valor x_0 tal que $H(x_0) = 1 - e^{-1}$ ou $H(x_0) = 63,2\%$ e pela inclinação γ .

O parâmetro α representa o valor mais baixo da variável aleatória x (num ensaio de rigidez dieléctrica será o menor valor da intensidade do campo eléctrico que provoca a disrupção dos provetes). Este valor depende essencialmente das condições físicas do provete.

Em muitos casos é possível fazer $\alpha = 0$ (exemplo: num ensaio de rigidez dieléctrica há sempre uma probabilidade finita de disrupção para qualquer intensidade do campo aplicado, a partir do valor nulo). Nestas circunstâncias a fórmula da distribuição de Weibull reduz-se à expressão

$$H(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{x_0} \right)^\gamma \right]$$

para $x \geq 0$, e $H(x) = 0$ para $x < 0$.

Se for $\gamma = 1$ a distribuição de Weibull degenera na distribuição exponencial (particularmente expressiva

nos estudos de duração de vida), o que facilmente se constata comparando a recta da distribuição com uma recta de inclinação $\gamma = 1$.

4.1. Distribuição mista de Weibull

A descrição estatística de uma série de testes só tem significado se a distribuição escolhida compensa as condições físicas e tecnológicas de ensaio e se os dados marcados caem dentro da faixa de confiança respectiva.

Embora tal se manifeste na distribuição simples de Weibull para a maioria dos ensaios destrutivos, não se verifica contudo na investigação da rigidez dieléctrica obtida a partir de grande número de provetes. Recorre-se então à chamada distribuição mista de Weibull, pela combinação aditiva ou multiplicativa de várias funções simples de Weibull [7].

4.2. Distribuição aditiva de Weibull

No caso da distribuição aditiva de Weibull será

$$H(x) = 1 - \sum_{i=1}^n a_i \exp \left[- \left(\frac{x}{x_{oi}} \right)^{\gamma_i} \right]$$

com $\sum_{i=1}^n a_i = 1$, verificando-se na representação gráfica

uma curva afastada da forma rectilínea (ao contrário do que se dá na distribuição simples).

Este tipo de distribuição aditiva é consequente de diferenças que modificam um tanto o comportamento dos dieléctricos à disrupção, por exemplo, modificações no processo de produção ou na pré-história dos materiais. Genericamente pode-se dizer que um dado factor influente no fenómeno da disrupção está presente numa parte da amostragem mas não existe nos restantes provetes.

Para ilustrar este pensamento foi executado o ensaio de rigidez dieléctrica do polietileno, de curta duração, em 74 provetes, tendo-se submetido 33 previamente a uma tensão alternada de 43 kV durante cerca de 4000 horas, enquanto os restantes 41 provetes não sofreram este tratamento de envelhecimento [13]. Marcados individualmente todos os dados experimentais em papel de Weibull logo se reconheceram pontos (cerca de 30%) fora da faixa de confiança da distribuição simples de Weibull (fig. 6a). Isto significa que o comportamento do polietileno ensaiado à disrupção não se conserva na totalidade dos provetes.

De facto considerando dois tipos de lotes na amostragem a análise revela os resultados seguintes (fig. 6b): no lote envelhecido electricamente $E_1 = 388$ kV/mm e $\gamma_1 = 9,0$; no lote não envelhecido $E_2 = 643$ kV/mm e $\gamma_2 = 6,2$. Como se conhece que a diferença praticada foi o envelhecimento de parte dos provetes, imediatamente se conclui o efeito desse tratamento prévio.

Mas se não se conhecesse tal facto, como é frequente, a análise estatística permitiria afirmar que os provetes não eram todos iguais (só isto já é muito significativo). Além disso a expressão da distribuição aditiva possibilita o cálculo dos respectivos parâmetros: basta calcular aqueles cuja expressão analítica define uma curva que melhor se ajuste aos dados (problema resolvido com um computador e o critério do mínimo da

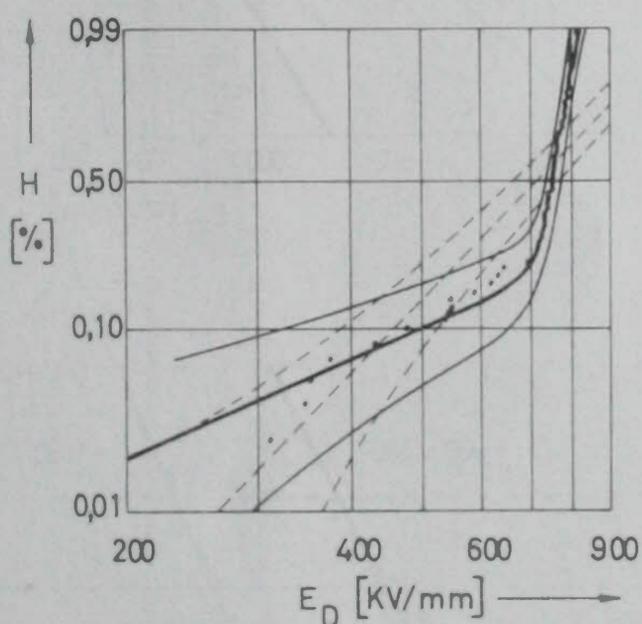
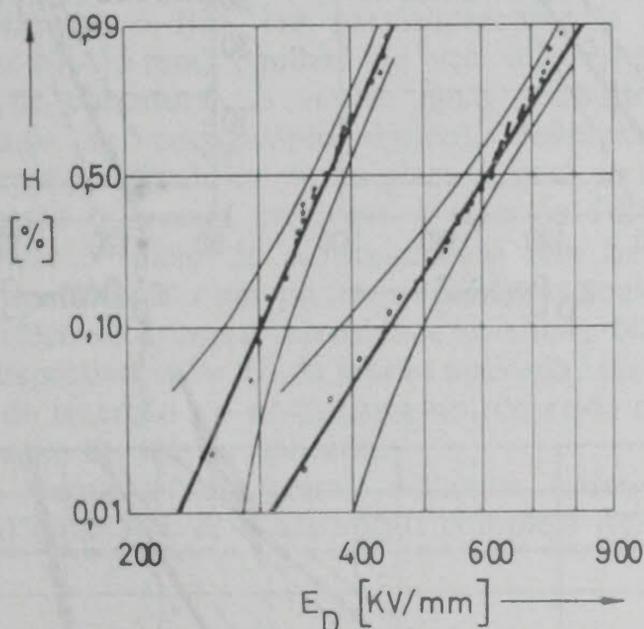
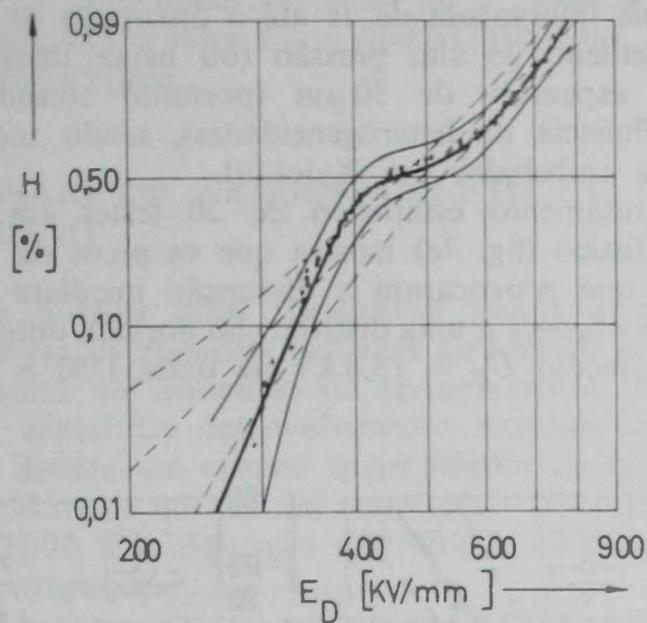


Fig. 6 — Distribuição de Weibull em ensaios de rigidez dielétrica de curta duração no polietileno [13] (faixa de confiança correspondente à certeza bilateral de 90%)
 a) Distribuição simples de Weibull: $E_D = 547$ kV/mm, $\gamma = 0$ (a fórmula de distribuição aditiva é satisfeita para $E_{D1} = 383$ kV/mm, $\gamma_1 = 9,9$, $k_1 = 0,45$ e $E_{D2} = 647$ kV/mm, $\gamma_2 = 7,4$, $k_2 = 0,55$)
 b) Distribuição aditiva de Weibull relativa aos ensaios da alínea a): $E_{D1} = 388$ kV/mm, $\gamma_1 = 9,0$; $E_{D2} = 643$ kV/mm, $\gamma_2 = 6,2$
 c) Distribuição multiplicativa de Weibull: $E_{D1} = 776$ kV/mm, $\gamma_1 = 29,2$; $E_{D2} = 1729$ kV/mm, $\gamma_2 = 1,8$ (segundo a distribuição simples: $E_D = 784$ kV/mm, $\gamma = 4,2$)

soma dos erros quadráticos em papel de Weibull); no exemplo definiram-se dois conjuntos de provetes, respectivamente 45,4% e 54,6% da totalidade, com

$E_1 = 383$ kV/mm e $\gamma_1 = 9,9$ num dos componentes e $E_2 = 647$ kV/mm e $\gamma_2 = 7,4$ noutro componente, que se aproximam bastante daqueles atrás encontrados.

4.3. Distribuição multiplicativa de Weibull

A distribuição multiplicativa de Weibull exprime-se por

$$H(x) = 1 - \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{x}{x_{oi}}\right)^{\gamma_i}$$

ou ainda

$$H(x) = 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^m \left(\frac{x}{x_{oi}}\right)^{\gamma_i}\right]$$

onde m representa o número de funções factores da distribuição total.

Também neste caso a distribuição em papel de Weibull não é linear (digamos entre 1% e 99%, embora possa ser parcialmente linear), tendo sempre a curvatura voltada para o eixo das ordenadas.

O tratamento das medidas é análogo ao da distribuição aditiva. Simplesmente o significado físico é diferente: enquanto na distribuição aditiva um factor influente na disrupção está presente num dos lotes de provetes e não está noutra lote, na distribuição multiplicativa há mais de um factor físico influente na disrupção, podendo qualquer deles influenciar a variável aleatória e estar presente ou ausente em qualquer dos provetes.

O ensaio de rigidez dielétrica do polietileno pode conduzir a uma distribuição multiplicativa de Weibull quando a disrupção completa se deve a influências tecnológicas (impurezas, por exemplo) ou à própria estrutura do material (cristalites com orientação macromolecular). Como ambos os factores intervêm no fenómeno de disrupção não é possível separar os provetes da amostragem em lotes (que se pode fazer na distribuição aditiva).

Também na distribuição multiplicativa se poderão estimar os valores característicos para cada um dos factores influentes (fig. 6c), pelo ajuste da função respectiva à totalidade dos dados experimentais.

5. ENSAIO DE RIGIDEZ DIELECTRICA DO POLIETILENO

Na determinação da rigidez dielétrica de um isolante sólido pode-se usar uma configuração eléctrica esfera-esfera, embebendo ambas as esferas no isolante até que a distância entre elas seja suficientemente pequena para que o campo eléctrico no espaço intermédio fique praticamente uniforme, ou então utiliza-se uma configuração esfera-placa, em condições análogas [15].

A realização deste ensaio com vários provetes idênticos não conduz necessariamente ao mesmo resultado, em consequência do material dielétrico não ser perfeitamente homogêneo (podem existir defeitos estruturais ou impurezas), mesmo com tensão contínua ou alternada e muito menos no caso da tensão choque. Em geral constata-se um decréscimo da rigidez dielétrica com o aumento da espessura dielétrica, e a dispersão das medidas cresce com a distância disruptiva, ambos os resultados concordantes com a influência da heterogeneidade do material ensaiado.

Nestas condições o exame estatístico oferece as melhores vantagens, quer através da distribuição de Gauss, quer pela distribuição de Weibull. A experiência tem mostrado que o ensaio de rigidez dielétrica de várias centenas de provetes se representa melhor por uma distribuição de Weibull (comparando pelo teste matemático do qui-quadrado). Tal surge sobretudo no caso de distribuições mistas (conforme se exemplificou atrás).

5.1. Ensaio com tensão alternada

Foi feito o ensaio de rigidez dielétrica com tensão alternada [8], à frequência industrial de 50 Hz e temperatura ambiente de 25°C, em 20 provetes constituídos por placas de polietileno puro (sem aditivos especiais), de baixo peso molecular (densidade de 0,918 g/cm³), tipo Lupolen 1812 DXSK, de fabrico alemão, que se costuma aplicar no isolamento de cabos eléctricos de média tensão.

A distribuição estatística das medidas em papel normal (fig. 7a) mostra que se trata de uma distribuição gaussiana, pois todos os pontos experimentais se encontram dentro da faixa de confiança (relativa à certeza estatística de 95% unilateral). Conclui-se que a rigidez dielétrica do polietileno ensaiado sob alta tensão alternada, definida pela média da respectiva distribuição (que corresponde à ocorrência cumulativa de 50%), tem o valor $E_D = 123$ kV/mm, com um coeficiente de variação $v = 22\%$ numa distância disruptiva de 0,9 mm e no modelo esfera-esfera (fig. 7a, esquerda), sendo $E_D = 147$ kV/mm com $v = 11\%$ numa distância disruptiva de 0,43 mm e no modelo esfera-plano (fig. 7a, direita).

5.2. Ensaio com tensão contínua

Usando as mesmas configurações electródicas foi ensaiado o polietileno de baixa densidade, tipo 1 LDPE, aplicando tensão contínua [12]. Para isso as esferas de aço inoxidável do modelo esfera-esfera foram embebidas em cilindros do material isolante a 140°C, com distâncias disruptivas de 15 µm a 120 µm, tendo-se mergulhado os provetes num banho de óleo de silicone ($\epsilon = 2,75$). O modelo esfera-plano foi realizado por meio de folhas do mesmo material.

Marcadas as medidas da intensidade do campo eléctrico (fig. 7b), calculáveis a partir da tensão de ruptura da configuração electródica, traçou-se a recta da distribuição e a faixa de confiança para uma certeza unilateral de 95%. Reconhece-se daí que o valor nominal da rigidez dielétrica (definido para a ocorrência cumulativa de 63,2%) atinge o valor $E_D = 817$ kV/mm numa distribuição linear com a inclinação $\gamma = 52,6$ no caso dos provetes cilíndricos de polietileno, (fig. 7b, direita), sendo $E_D = 592$ kV/mm com a inclinação $\gamma = 9,7$ nas folhas do mesmo material isolante (fig. 7b, esquerda).

Regista-se ainda que o mesmo polietileno sujeito à tensão alternada revelou uma rigidez dielétrica $E_D = 813$ kV/mm, sendo a inclinação muito pouco diferente da verificada na tensão contínua.

5.3. Ensaio com tensão choque

Numa configuração esfera-placa, tendo a esfera de aço inoxidável o diâmetro de 20 mm, aplicaram-se tensões choque positivas 1/50 µs ou 500/3000 µs, numa

sequência intervalada de 1s até à ruptura de folhas de polietileno de alta pressão (ou baixa densidade), com a espessura de 30 µm (portanto consideradas sem influência de heterogeneidades), sendo todos os provetes embebidos em Xylol [9].

O tratamento estatístico de 20 testes em papel probabilístico (fig. 7c) mostra que os picos da tensão choque que provocaram a ruptura imediata desses provetes obedece a uma distribuição normal, obtendo-se o valor médio $\hat{U}_D = 13,8$ kV na onda 1/50 e $\hat{U}_D =$

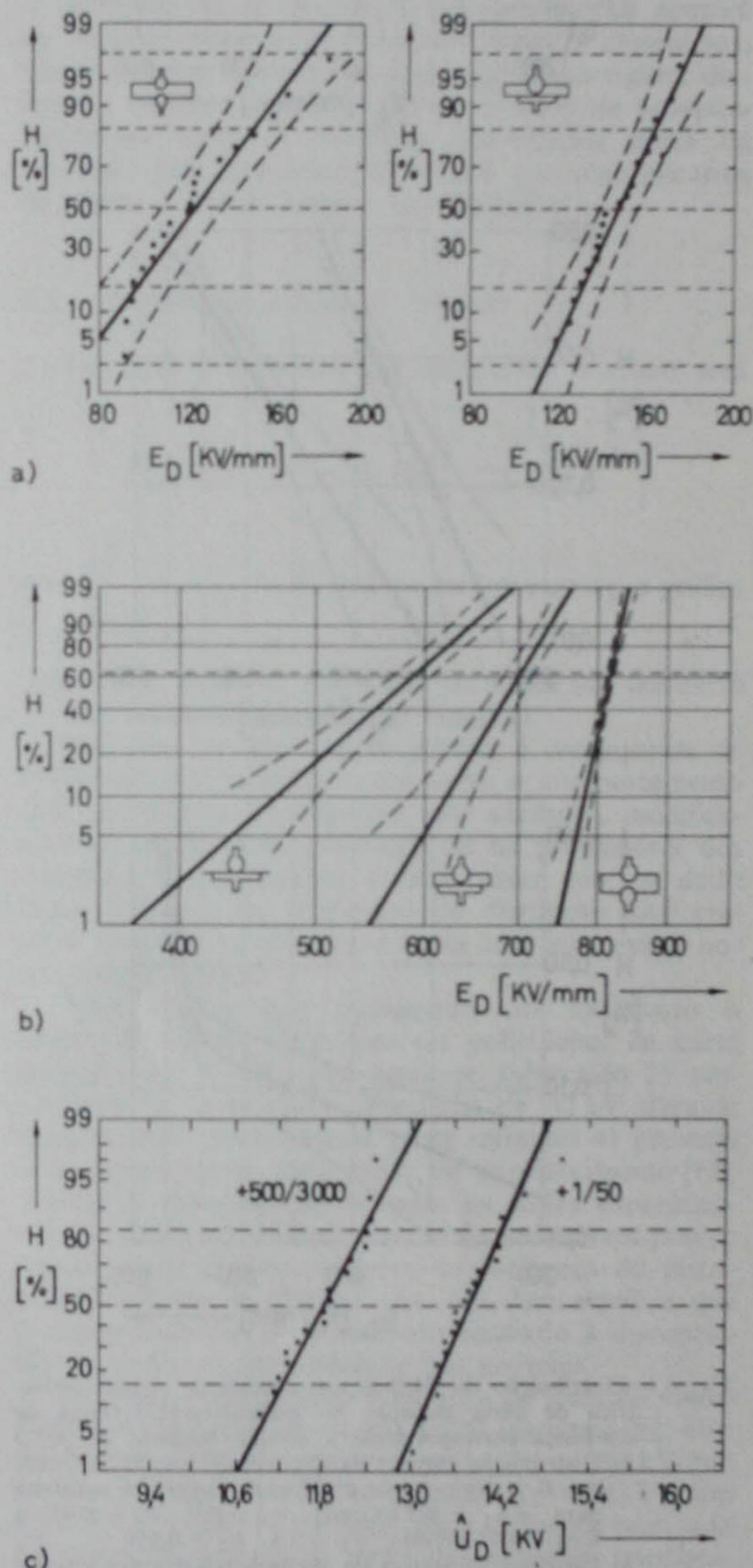


Fig. 7 — Ensaio de rigidez dielétrica do polietileno
a) Com tensão alternada [8]: Lupolen 1812 DXSK (à esquerda: esfera-esfera, $d = 0,8$ mm; à direita: esfera-esfera, $d = 0,4$ mm)
b) Com tensão contínua [12]: polietileno tipo 1 LDPE (à esquerda: esfera-placa, folhas de 15 µm; ao centro: esfera-placa, espessura até 0,12 mm; esfera-esfera, espessura até 0,12 mm)
c) Com tensão choque [9]: Lupolen 1812 DXSK (à esquerda: onda + 500/3000; à direita: + 1/50)

= 11,8 kV com onda 500/3000; no 1.º caso a rigidez dieléctrica terá o valor $\hat{E}_D = 460$ kV/mm e no 2.º caso $\hat{E}_D = 400$ kV/mm.

6. ENSAIO DE ARVOREJAMENTO DO POLIETILENO

Nos últimos anos mostrou-se muito importante caracterizar os materiais isolantes através do seu comportamento ao fenómeno de arvorejamento. Mas no estágio actual do desenvolvimento tecnológico ainda não se definiu um critério quantificador da qualidade dos dieléctricos no que diz respeito ao arvorejamento, pertencendo à investigação científica o maior quinhão das preocupações.

Fez-se a pesquisa do polietileno de baixa densidade, tipo 1812 DXSK, aplicando ao material sólido elevadas intensidades do campo eléctrico alternado. Para isso embeberam-se, a frio, em paralelepípedos de polietileno $4 \times 10 \times 15$ mm, agulhas de aço inoxidável com o raio de curvatura no vértice igual a $25 \mu\text{m}$ (valor controlado ao microscópio óptico), definindo uma configuração electródica ponta-placa à qual se aplicou uma tensão alternada crescente à taxa de 1 kV/s até se verificar o início do arvorejamento (em frente do vértice do eléctrodo em ponta, onde a distribuição do campo eléctrico atinge a intensidade máxima). Notou-se que o respectivo valor U_I da tensão aplicada, designado tensão de inserção do arvorejamento, depende da taxa de elevação da tensão aplicada.

Nas pequenas espessuras isolantes (inferiores a 0,1 mm) constatou-se a disrupção completa do dieléctrico

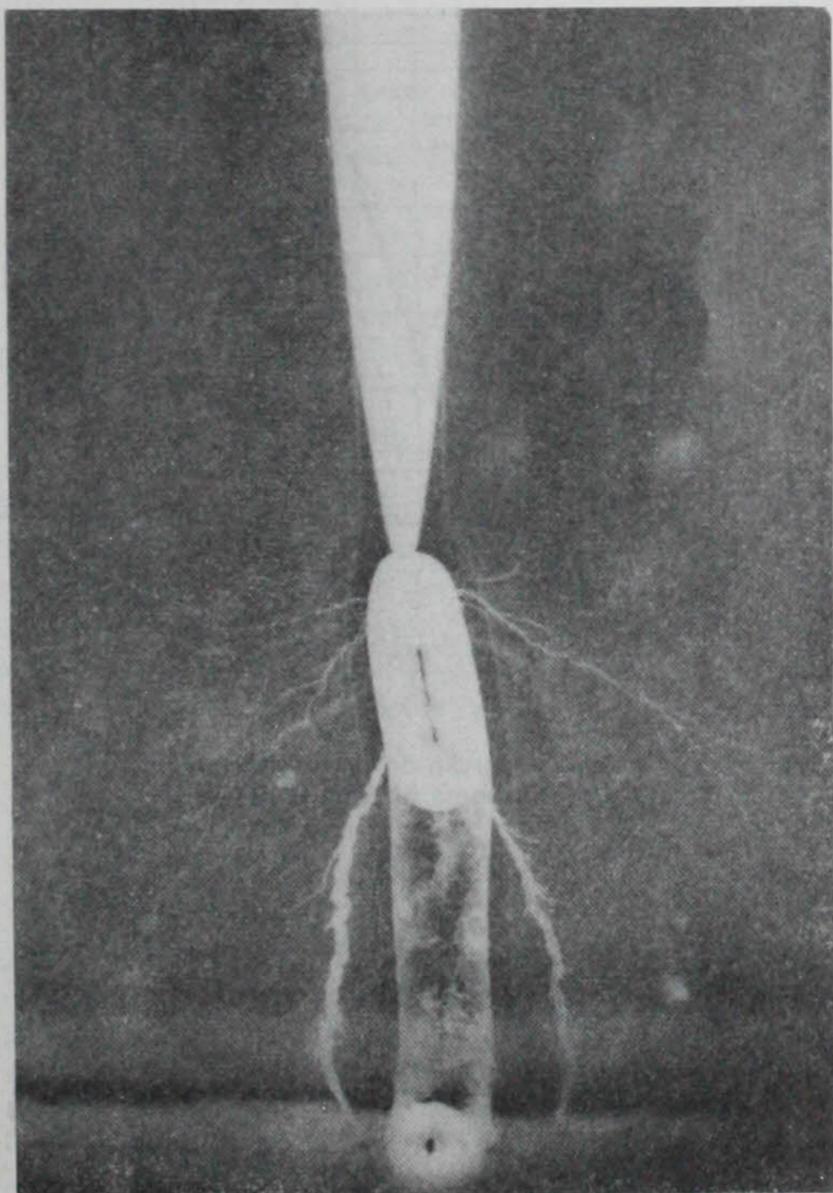


Fig. 8 — Canais do arvorejamento e canal de disrupção completa num provete de polietileno tipo 1812 DXSK (após o teste da fig. 9a)

trico imediatamente a seguir ao início do arvorejamento. Mas nas grandes espessuras (até 3 mm) conseguiu-se acompanhar o desenvolvimento do fenómeno, mesmo mantendo a tensão constantemente igual ao valor da tensão de inserção, através da detecção e medição das descargas parciais nos canais do arvorejamento (fig. 8). Como a disrupção completa demorava muito tempo (conforme a espessura disruptiva) decidiu-se realizar os testes continuando a subir a tensão aplicada à taxa de 0,5 kV/s, a fim de acelerar o processo de disrupção e proceder a um ensaio de curta duração. Verificou-se que esta tensão de disrupção U_D era sempre inferior a 40 kV nos provetes ensaiados (distância disruptiva até 3 mm), garantindo-se assim que os impulsos detectados não correspondiam a descargas superficiais no óleo de transformador ($\epsilon = 2,2$) onde se embeberam os provetes de polietileno ($\epsilon = 2,3$).

As medidas da tensão, uma vez marcadas em papel normal, caíram todas dentro da faixa de confiança da certeza unilateral de 95%, atribuindo-se a dispersão das medidas às diferenças nos raios de curvatura das pontas electródicas: para $d = 1,6$ mm a tensão de inserção do arvorejamento resultou com o valor médio $U_I = 30,1$ kV e o desvio padrão $s = 5,0$ kV, sendo o valor médio da tensão de disrupção do polietileno $U_D = 31,3$ kV com $s = 3,5$ kV (fig. 9a, b); para $d = 2,6$ mm obteve-se $U_I = 27,7$ kV e $s = 4,3$ kV, sendo $U_D = 34,2$ kV com $s = 2,2$ kV (fig. 9c, d).

7. ENSAIO DE DURAÇÃO DE VIDA DO POLIETILENO

As propriedades disruptivas dos isolantes costumam ser relacionadas com fenómenos de curta duração. Mas para que os indicadores característicos dos materiais se aproximem mais daqueles que na realidade poderão ocorrer em serviço, o comportamento dos isolantes deve ser caracterizado ao longo do tempo de funcionamento.

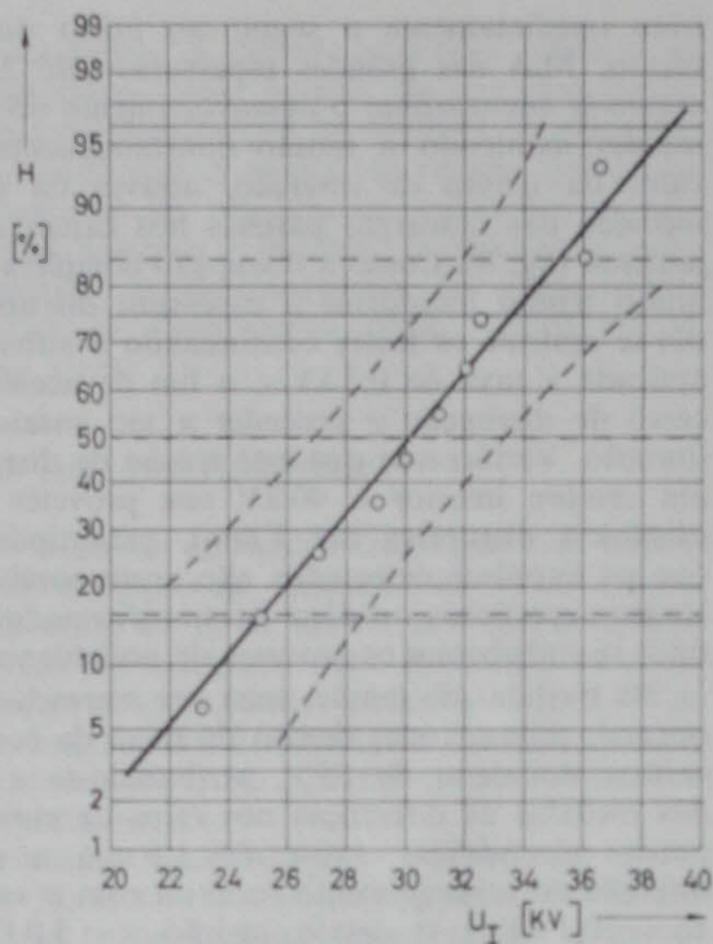
Estes ensaios destrutivos de longa duração, típicos dos estudos de duração de vida, são necessariamente de natureza estatística, pois as medidas aparecem eivadas de uma dispersão inevitável.

Tais estudos experimentais têm sido muito utilizados na avaliação do comportamento do polietileno nas construções de alta tensão, com vista à definição da estrutura material mais resistente ao envelhecimento eléctrico, quer à custa de processos físicos que provoquem emalhamentos nas cadeias macromoleculares, quer pela adição nessa estrutura de componentes especiais chamados estabilizadores.

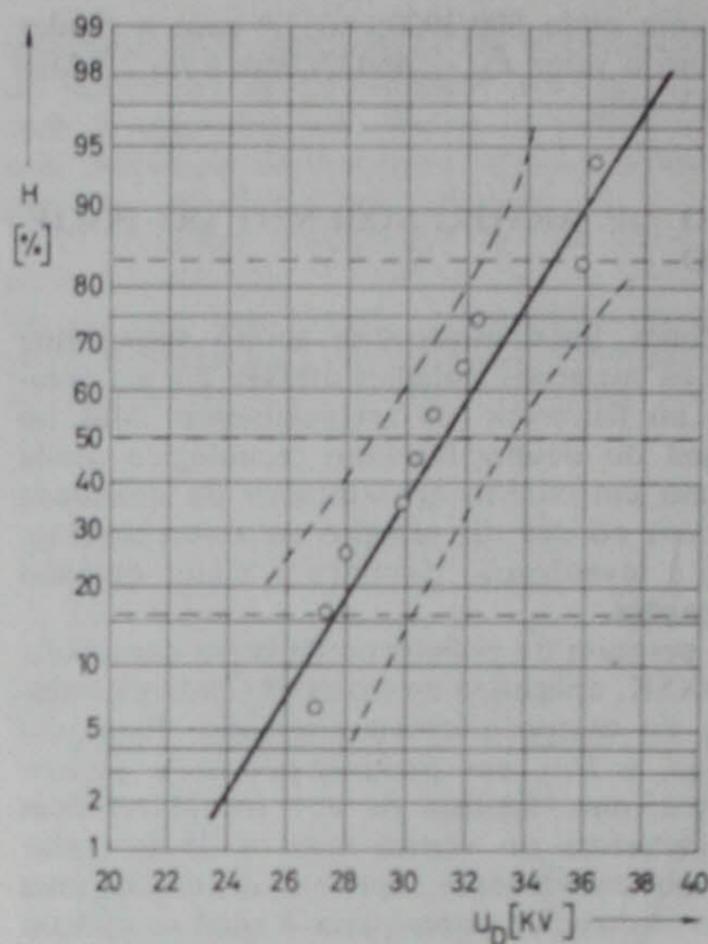
Aplicando a iguais provetes diferentes valores da tensão, mantidos constantes até à disrupção, em provetes de polietileno tipo Lupolen 1812 DXSK, mediu-se o tempo de aplicação da tensão [11]. O tratamento estatístico fez-se então em papel lognormal (fig. 10a).

Efectuando os respectivos cálculos para diferentes valores de tensão aplicada traçou-se a curva de duração de vida (em papel duplamente logarítmico), que relaciona a tensão aplicada aos provetes com o tempo central t_D até à disrupção (fig. 10b). Ainda se acrescenta a curva $t_D - 2s$ (segundo a norma DIN 53 804).

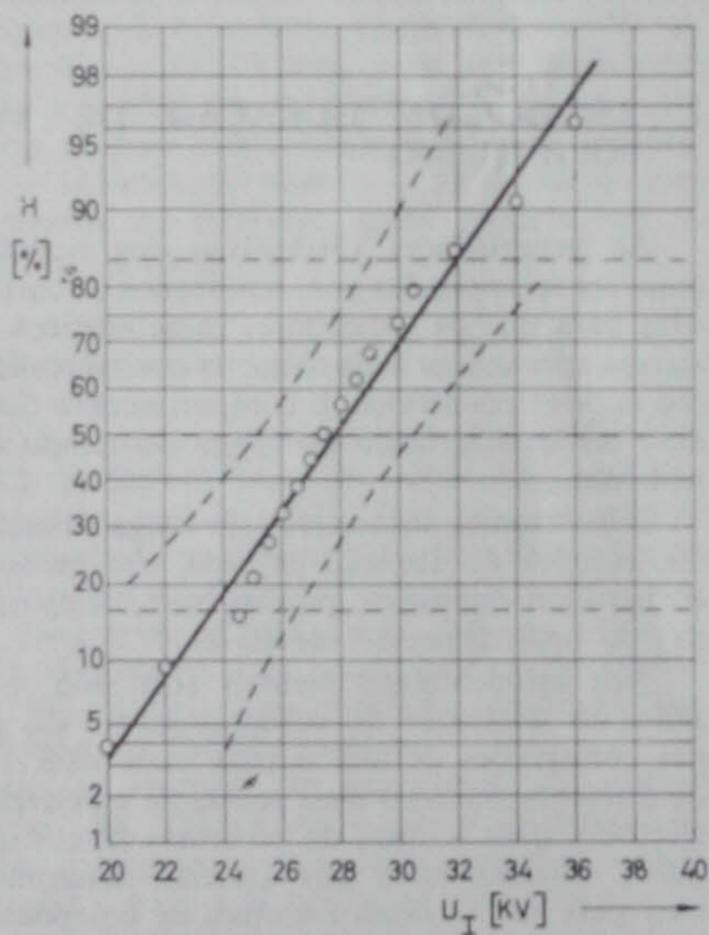
Estes testes forneceram as conclusões seguintes: o tempo de disrupção do polietileno decresce com o aumento da tensão aplicada; o mesmo polietileno com um estabilizador apropriado tem uma duração de vida muito superior à do polietileno puro.



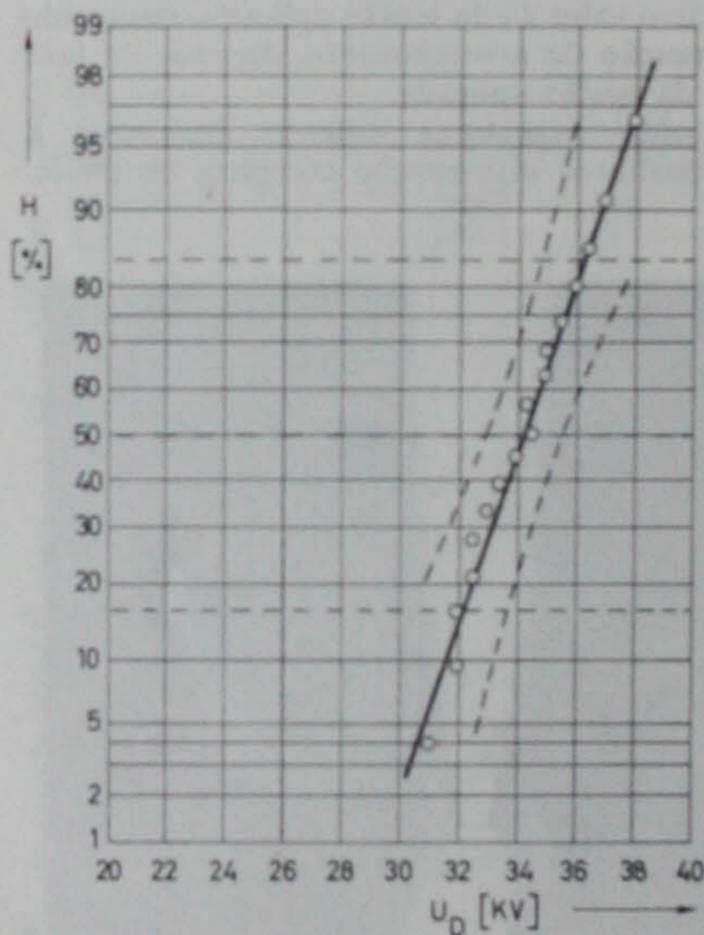
a)



b)



c)



d)

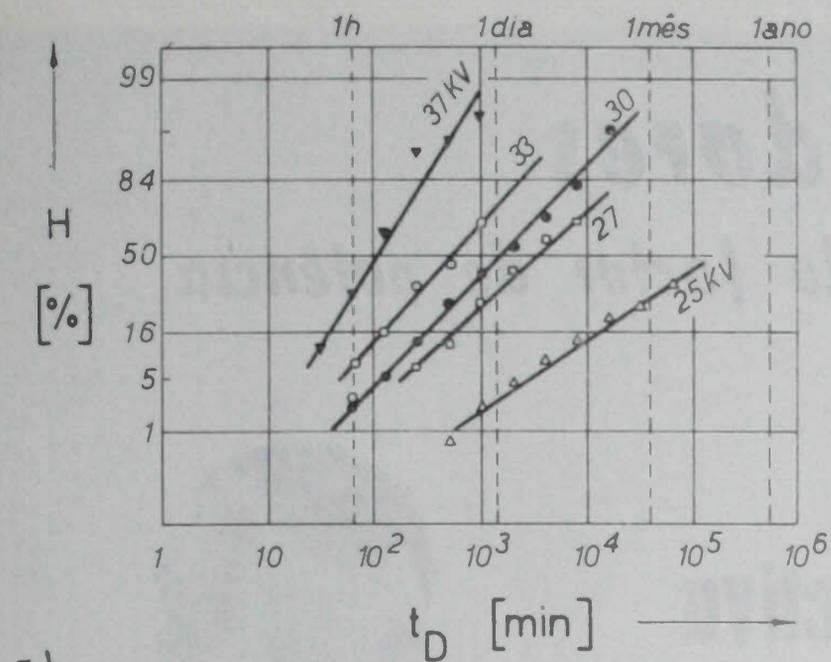
Fig. 9 — Ensaio de arvorejamento do polietileno tipo 1812 DSXK (U_I -tensão de inserção do arvorejamento; U_D -tensão de ruptura dos provetes de polietileno; raio de curvatura da ponta hiperbólica 25 μ m)
 a, b) Distância disruptiva $d = 1,6$ mm
 c, d) Distância disruptiva $d = 2,6$ mm

8. CONCLUSÕES

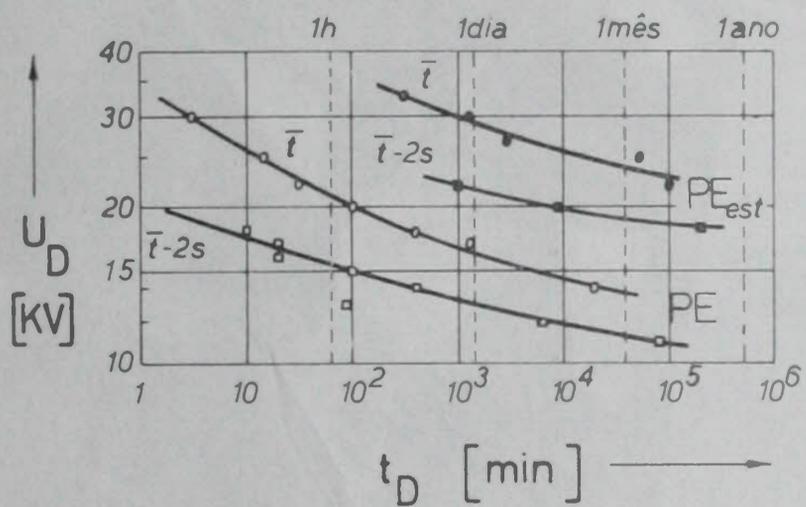
Na determinação experimental do comportamento dos dieléctricos ao fenómeno de ruptura obtém-se medidas eivadas de uma dispersão maior ou menor conforme as estruturas dos materiais e as configurações electrónicas. Como as diferenças entre essas medidas são de natureza aleatória o uso dos métodos estatísticos revela-se com múltiplas vantagens.

Em primeiro lugar, os métodos estatísticos, suposta

uma determinada certeza estatística (geralmente 95%), permitem extrapolar os resultados experimentais conseguidos num reduzido número de provetes. Depois, constituem uma representação simples e muito clara de várias medidas mais ou menos dispersas em torno de um valor médio. Além disso, possibilitam a comparação imediata dos resultados em diferentes amostragens. Ainda dão indicações sobre os mecanismos subjacentes nos fenómenos destrutivos, como sucede numa amostragem de provetes repartíveis em lotes



a)



b)

Fig. 10 — Ensaio de duração de vida do polietileno tipo 1812 DXSK [11]

- a) Disrupção de longa duração do PE estabilizado
 b) Curvas de duração de vida do PE de alta pressão normal e do mesmo PE estabilizado

distintos ou quando há mais de um factor a influenciar o processo físico. Finalmente, fornecem uma indicação preciosa na comparação das propriedades dieléctricas de materiais diferentes.

Estas razões justificam o estudo das distribuições normal, lognormal e de Weibull. Em cada uma destas distribuições utiliza-se um papel especial, no qual a distribuição simples é uma recta, ajustada aos pontos experimentais pelo critério do mínimo da soma dos erros quadráticos. Caracterizam-se então os dados estatísticos através do valor médio (relativo à ocorrência cumulativa de 50% nas distribuições normal e lognormal ou

63,2% na distribuição de Weibull) e pelo desvio padrão, desde que todos os dados estejam contidos na faixa de confiança da distribuição relativa à certeza estatística admitida.

Para se atingirem estes objectivos descreveram-se os respectivos procedimentos práticos, baseados em fórmulas, tabelas ou ábacos. Fizeram-se aplicações concretas em ensaios de rigidez dieléctrica, de curta e de longa duração. Nestas exemplificações ensaiou-se o polietileno, material isolante muito usado na tecnologia da alta tensão, utilizando diferentes tipos de tensão (contínua, alternada, choque) em configurações electrónicas tradicionais.

As diferenças obtidas no valor da rigidez dieléctrica do polietileno devem-se a variados factores físicos, principalmente por serem distintas as proveniências dos materiais ensaiados e diferentes as respectivas instalações de ensaio, pois são vários os autores em cujos dados se basearam as aplicações estatísticas. Os procedimentos a seguir ficaram entretanto perfeitamente indicados. ■

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W. WEIBULL: *A Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids*; Trans. Royal Inst. Techn. 27 (1949) pp.1-42.
- [2] W. WEIBULL: *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*; J. Appl. Mech. 18 (1951) pp. 293-297.
- [3] V. GRAF, H.-J. HENNING: *Statistische Methoden bei textilen Untersuchungen*; Springer, Berlin, 1952.
- [4] R. A. FISHER, F. YATES: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*; Oliver and Boyd, London, 1953.
- [5] H. KLEIN: *Ueber die Streugrenzen statistischer Verteilungskurven*; Mitteilungsblatt fuer mathematische Statistik 6 (1954) p. 140.
- [6] D. B. OWEN: *Handbook of Statistical Tables*; Addison-Wesley, London, 1962.
- [7] P. DOKOPOULOS: *Die Durchschlagswahrscheinlichkeit von Hochspannungsisolierungen*; ETZ-A 89 (1968) pp. 145-150.
- [8] H. J. MAIR, W. ZAENGL: *Die elektrische Festigkeit von Polyäthyläen und Polystyrol*; ETZ-A 90 (1969) pp. 147-152.
- [9] K. GIESE: *Zum elektrischen Alterungsverhalten stossspannungsbeanspruchter Polyäthylfolie*; Elektr. (1969) pp. 336-338.
- [10] IEC COMMISSION TC42: *High-Voltage Test Techniques*; 1970.
- [11] F. FEICHTMAYR, F. WUERSTLIN: *Die Spannungsstabilisierung von Hochdruck-Polyäthyläen*; Kunststoffe 60 (1970) pp. 381-385.
- [12] B. ANDRESS, P. FISHER, P. ROEHL: *Bestimmung der elektrischen Festigkeit von Kunststoffen*; ETZ-A 94 (1973) pp. 553-556.
- [13] P. FISHER, P. ROEHL: *Application of Statistical Methods to the Analysis of Electrical Breakdown in Plastics*; Siemens Forsch. u. Entwickl. — Ber. 3 (1974) pp. 125-129.
- [14] H. J. NUNES GARCIA: *A rigidez dieléctrica dos grandes intervalos de ar*; ELECTRICIDADE 112 (1975) pp. 7-25.
- [15] H. DUARTE-RAMOS: *Ensaio eléctrico de materiais isolantes*; ELECTRICIDADE 131 (1977) pp. 125-138.