Método da simulação aplicado à minimização de custos na substituição de lâmpadas

JOSÉ RODRIGUES DIAS
Eng. Electrotécnico (I. S. T.)
Departamento de Matemática (Uni. Évora)

resumo

Using simulation, different policies of substitution of lamps are compared in order to minimize the total average cost (cost of lamps and different substitution expenses). For such a purpose, we introduce some objective functions, the behaviour of which is analysed. According to the results we have obtained, some options for different situations (concerning the cost of lamps and the substitution expenses) are suggested and discussed. We also refer the validity of the method in solving any problem of substitution of equipments.

abstratc

Utilizando como método a simulação, comparam-se diferentes políticas de substituição de lâmpadas com o objectivo de minimizar o custo médio global (custo das lâmpadas e diferentes encargos de substituição). Estabelecem-se, para isso, funções económicas cujo comportamento se analisa em função dos diversos parâmetros que nelas intervêm. Em face dos resultados obtidos, apontam-se e discutem-se opções a tomar no presente e no futuro. Refere-se ainda a validade do método no tratamento de quaisquer problemas de substituição de equipamentos.

1 — INTRODUÇÃO

O problema da manutenção da iluminação pública no nosso País, quer a nível dos grandes centros urbanos quer a nível das pequenas comunidades rurais, é resolvido sempre (quase sempre) substituindo as lâmpadas à medida que fundem: hoje uma, amanhã outra, etc. Este processo é idêntico àquele que cada um de nós utiliza em sua casa.

Nesta política de substituição de lâmpadas (ou, se se quiser, de manutenção da iluminação) é bem nítida a ideia de que cada lâmpada deve ser aproveitada até ao fim, o que implicitamente significa que o único aspecto relevante, em termos económicos, é a própria lâmpada e o seu tempo de vida. Ora isto é fundamentalmente verdade em casa de cada um de nós, mas já o não é na manutenção de uma iluminação pública, onde o trabalho e os encargos de substituição de lâmpadas têm um preço que é necessário ter em devida conta. No entanto, é natural que este preço fosse desprezável nos primeiros tempos em que a electricidade brilhou no céu de cidades e vilas, quer em valor absoluto (já que a mão-de-obra, abundando, seria barata), quer comparado com o preço das lâmpadas (certamente poucas e caras, como usualmente acontece antes da produção industrial em grande escala de qualquer produto). Daí que, nessa altura, o único aspecto verdadeiramente importante fosse a própria lâmpada (o que sugeria, como consequência, que as lâmpadas apenas fossem substituídas à medida que fundiam). Lógico, portanto!

Porém, como diria o Poeta, o tempo traz mudança. Avanços tecnológicos importantes e melhoria dos salários dos trabalhadores (entre outros factores) têm feito com que não mais se mantenha hoje a situação de ontem. É assim que presentemente o custo de substituição de uma lâmpada num poste de iluminação pública é comparável ao custo da própria lâmpada, variando em função do país, da localização do poste, do salário dos electricistas, do preço dos combustíveis, da qualidade da lâmpada, etc.

Este facto impõe, de imediato, uma reflexão: será que continua a ser hoje preferível substituir as lâmpadas de iluminação pública apenas quando elas fundem? Ou será que existem hoje políticas alternativas que do ponto de vista económico melhor servem a comunidade e o País? Esta é a nossa questão! Fazer a sua análise em termos matemáticos e, se possível, chegar a conclusões é o objectivo fundamental deste trabalho.

Para atingir este objectivo vamos utilizar como método a simulação do problema em computador digital. Trata-se de um processo que consideramos simples e cómodo e que é especialmente aconselhável quando os problemas em estudo são complexos, não podendo facilmente ser descritos por relações matemáticas, ou então, podendo-o, o seu tratamento analítico é delicado.

Embora este trabalho se debruce fundamentalmente sobre um caso particular (a substituição de lâmpadas), a verdade é que o método utilizado e até mesmo o próprio programa de cálculo automático podem ser aplicados de imediato a qualquer problema de substituição de equipamentos.

2 — FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 — Aspectos genéricos

Ao analisar o problema do custo de manutenção ([1]) da iluminação pública de uma dada zona ([2]) há três elementos fundamentais a ter em conta:

a) as lâmpadas
b) os electricistas
c) as deslocações em viatura.

Vejamos cada um deles:

a) Relativamente às lâmpadas, há dois aspectos básicos a considerar: o tipo e o preço.

Quanto ao tipo, pensamos em especial nas lâmpadas de vapor de mercúrio e de vapor de sódio (que são aquelas que predominam na iluminação pública). Ora é sabido da Luminotecnia que o fluxo luminoso emitido é uma função decrescente do tempo de funcionamento (fig. 1).

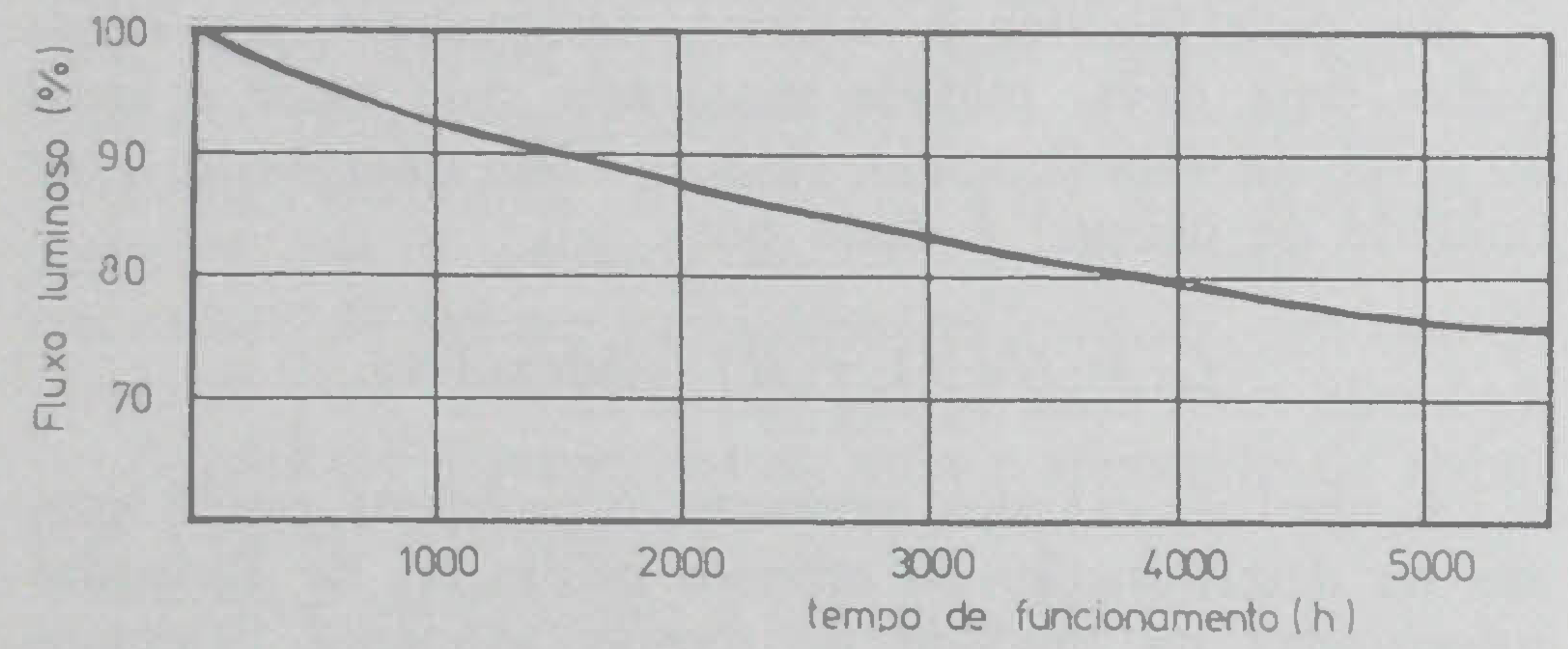

Fig. 1 — *Fluxo luminoso em função do tempo de funcionamento*

Define-se então «vida útil» de uma lâmpada como sendo o tempo que decorre até ao momento em que o fluxo luminoso se reduz a 80 % do valor inicial. Por uma questão de simplicidade, vamos considerar «boas» ou «fundidas» as lâmpadas que estão ou não no período da sua vida útil.

Deste modo, o tempo de vida de uma lâmpada coincidirá com a sua vida útil. Note-se, no entanto, e desde já, que não existe qualquer problema em considerar um maior tempo de vida para as lâmpadas (correspondente, por exemplo, a uma redução do fluxo luminoso para 70 % do valor inicial).

Relativamente a lâmpadas de um mesmo tipo (ou seja, com idênticas características), consideramos que o seu tempo de vida segue uma distribuição normal, de média e variância conhecidas ([3]).

Sendo assim, as lâmpadas quanto ao tipo são então caracterizadas pelo tempo de vida média, que designaremos por V_0, e pelo desvio padrão, que designaremos por D.

Quanto ao preço das lâmpadas, que designaremos por L, dependerá, em princípio, do tipo, do fabricante e do tempo (na medida em que a evolução do preço dependerá, entre outros aspectos, de avanços tecnológicos, dos lucros, dos salários, etc.). Em cada momento, este preço é conhecido.

b) Quanto aos electricistas, é evidente que ao substituirem uma lâmpada gastam tempo, do mesmo modo que também o gastam nas deslocações de ida e volta. Este tempo, como é natural, custa dinheiro.

No entanto, não é tarefa fácil obter uma estimativa para este custo, mesmo em casos concretos. E isto para já não falar a um nível geral, uma vez que as situações que surgem são as mais diversas. Basta notar, por exemplo, que o poste se pode encontrar apenas a centenas de metros da sede dos serviços de substituição de lâmpadas (caso de cidades ou vilas) ou então a uns bons quilómetros (caso de aldeias). De qualquer modo, vamos admitir que é possível encontrar, em cada caso concreto, uma estimativa razoável.

c) Relativamente ao que chamámos deslocações em viatura, a questão coloca-se a dois níveis: por um lado, a própria viatura de transporte (de electricistas e material); por outro lado, o combustível.

O custo que daqui resulta é, para cada caso, função do tempo (lembremo-nos, por exemplo, da evolução do preço do combustível).

Embora não seja também aqui tarefa fácil, vamos admitir que é possível obter uma estimativa para este custo.

Designemos por S o que passaremos a chamar custo de substituição de uma lâmpada, e que resulta dos encargos que provêm de *b*) e *c*).

2.2 — Diferentes políticas de substituição de de lâmpadas e respectivas funções económicas

Para manter iluminada uma dada zona (um bairro, por exemplo) podem conceber-se diferentes políticas de substituição de lâmpadas de modo a manter um deter-

([1]) Admite-se que a instalação eléctrica está feita e exclui-se neste estudo o custo da energia consumida.

([2]) Pode ser uma aldeia, um bairro, uma avenida de uma cidade, etc.

([3]) Admite-se que estes dados são fornecidos pelo fabricante.

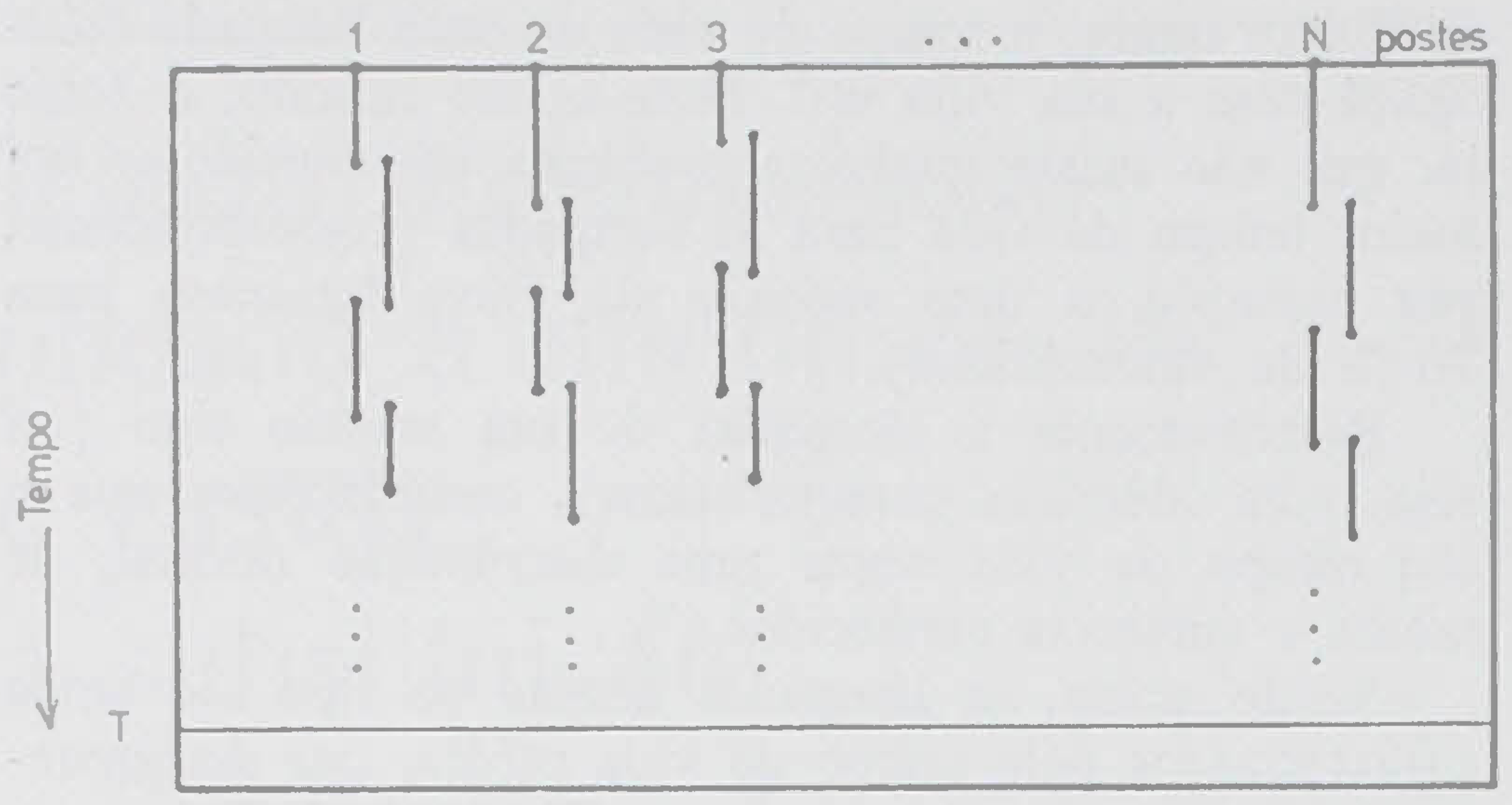

Fig. 2 — *Política 1*

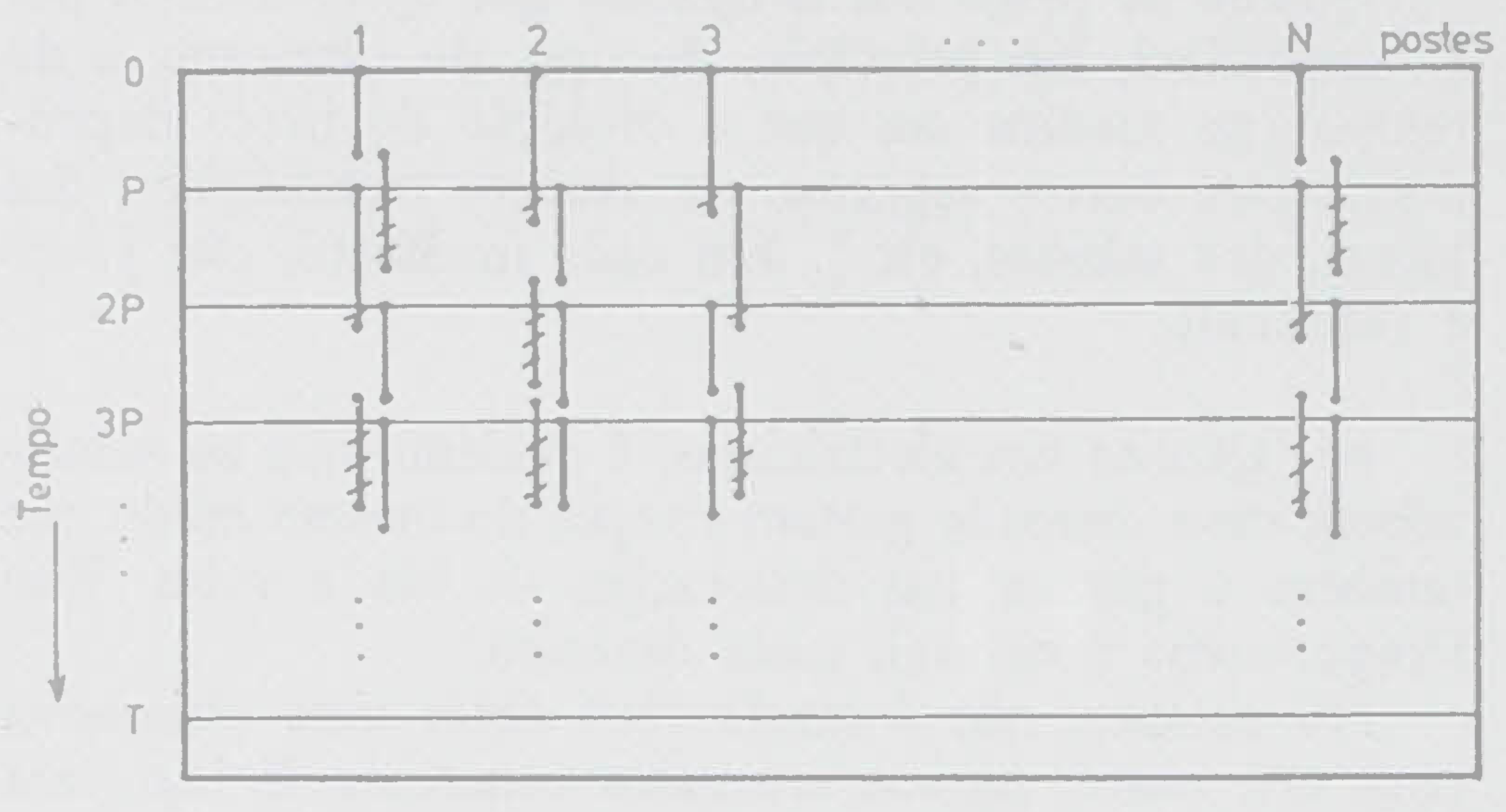

Fig. 3 — *Política 2*

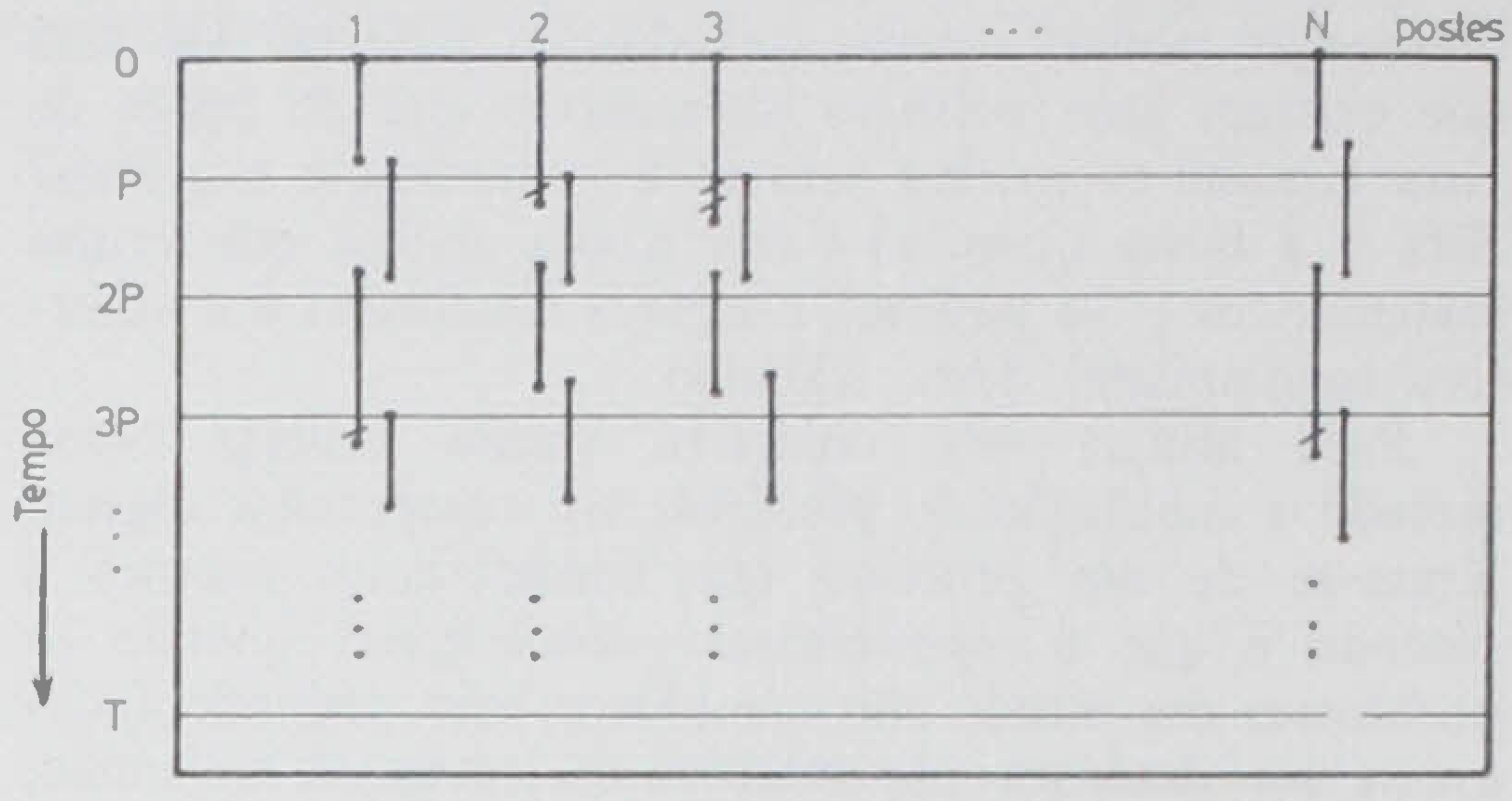

Fig. 4 — *Política 3*

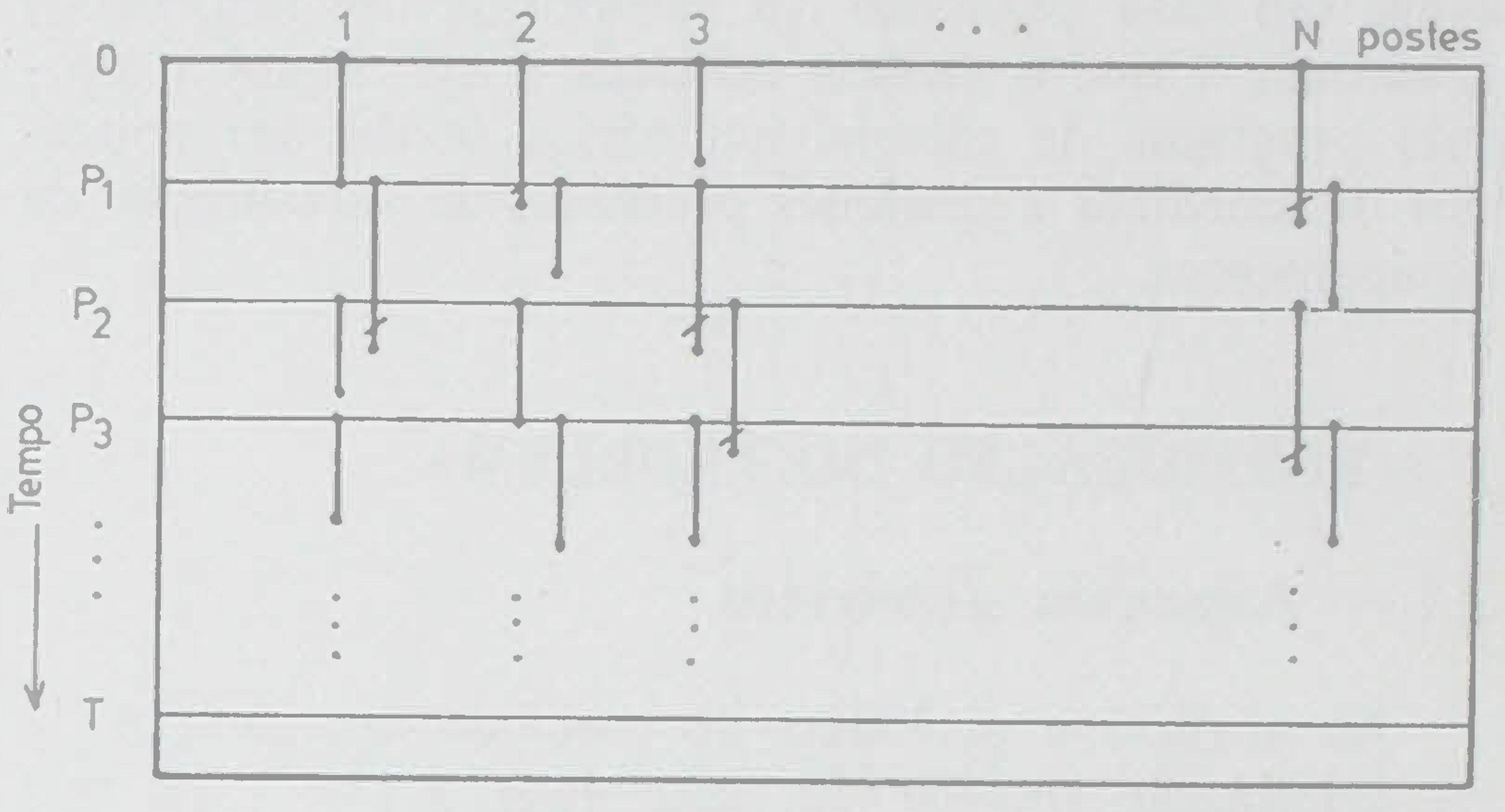

Fig. 5 — *Política 4*

minado índice de iluminação. Assim, poderemos pensar nas seguintes:

a) Política 1 (fig. 2): Substituição das lâmpadas apenas à medida que elas fundem;

b) Política 2 (fig. 3): Substituição periódica de todas as lâmpadas, incluindo aquelas que já foram substituídas (por entretanto terem fundido);

c) Política 3 (fig. 4): Substituição periódica das lâmpadas que ainda não foram substituídas no período respectivo (por ainda não terem fundido);

d) Política 4 (fig. 5): Substituição de todas as lâmpadas logo que uma determinada percentagem delas tenha fundido (mas que entretanto não foram substituídas).

Outras se poderiam referir, naturalmente. Das apontadas, vamos desde já pôr de lado a Política 4, pelo facto de pensarmos que não seria conveniente nem bem recebida pelo público, a quem se destinaria ([4]). Analisemos, então, separadamente, cada uma das outras.

a) Política 1

É aquela que, segundo julgamos saber, é aplicada, se não na totalidade do nosso país, pelo menos em boa parte dele. Tem atrás de si, a seu favor, todo um passado e até a própria experiência «caseira» de cada um de nós.

Nesta política é possível calcular, para uma unidade de tempo escolhida, o custo total ([5]) médio de substituição das lâmpadas de N postes ([6]) desde que se conheça o número médio N_1 de lâmpadas substituídas durante a unidade de tempo. De facto, sendo C_1 esse custo, tem-se

$$C_1 = N_1 \,.\, L + N_1 \,.\, S$$

Se designarmos por R a razão entre o custo de substituição de uma lâmpada e o seu preço, resulta

$$R = \frac{S}{L}$$

ou $\quad S = R\,L$

e portanto $\quad C_1 = N_1 \,.\, L + N_1 \,.\, R\,L = N_1 \,.\, L\,(1 + R)$

donde $\quad C_1 = N_1 \,.\, (1 + R) \,.\, L \,.$

Se, para facilitar o cálculos, designarmos por «lâmpada» uma nova unidade monetária cujo valor é igual ao preço de uma lâmpada, então o custo total médio (por unidade de tempo) é dado por

$$C_1 = N_1\,(1 + R) \text{ «lâmpadas».}$$

A nível de cálculos, portanto, o problema reside apenas na determinação do número médio N_1 de lâmpadas substituídas na unidade de tempo adoptada. Veremos posteriormente como é possível obter esse valor a partir do conhecimento do tempo de vida média e do desvio padrão das lâmpadas.

([4]) Poderia, no entanto, ser considerada conveniente por parte dos serviços responsáveis pela substituição das lâmpadas.

([5]) Inclui o custo das lâmpadas.

([6]) Considera-se aqui o caso simples em que cada poste tem apenas uma lâmpada.

b) Política 2

A concepção desta política assenta no facto, à semelhança do que acontece em outros domínios, de que é preferível muitas vezes, em termos económicos, substituir várias lâmpadas de uma só vez (no mesmo dia) do que substituir uma de cada vez (uma em cada dia). De facto, este tipo de solução parece correcto se nos lembrarmos de que assim se evitam muitas idas para o mesmo local (ou locais muito próximos), passando-se o mesmo para as vindas. Deste modo, poupa-se tempo ([7]), combustível e desgaste de viaturas. Em contrapartida, é claro que ao substituir todas as lâmpadas de uma só vez se vão deitar fora lâmpadas ainda em funcionamento ([8]). A questão está em encontrar uma solução de compromisso que optimize o custo total médio por unidade de tempo.

Nesta política, se conseguirmos determinar o número médio de lâmpadas N_1 que por unidade de tempo são substituídas uma a uma e o número médio de lâmpadas N_2 que por unidade de tempo são substituídas de uma só vez, então o custo total médio é dado por

$$C_2 = N_1\ L + N_1\ S + N_2\ L + N_2\ S'$$

onde S' representa o custo de substituição de uma lâmpada quando é substituída conjuntamente com outras.

De acordo com a própria «filosofia» desta política, é claro que se tem $S' < S$. Admitamos que se pode escrever $S' = \alpha\ S$ com $0 < \alpha < 1$.

Simplificando um pouco, a função económica é então dada por

$$C_2 = [N_1\ (1 + R) + N_2\ (1 + \alpha\ R)]\ .\ L$$

e tomando como unidade a «lâmpada», obtém-se, finalmente

$$C_2 = N_1\ (1 + R) + N_2\ (1 + \alpha\ R)\ \text{«lâmpadas»}.$$

c) Política 3

Na política anterior, ao fim de um certo período todas as lâmpadas eram substituídas, incluindo aquelas que já o tinham sido durante esse mesmo período. Pois bem, numa política deste tipo pode acontecer que uma lâmpada, pouco tempo depois de ter sido substituída, seja de novo substituída. A ocorrência de um facto destes significa que é «deitada ao lixo» uma lâmpada ainda em estado de óptimo funcionamento, atitude esta que do ponto de vista económico não parece ser a mais plausível.

A política 3 surge, assim, com o objectivo de remediar este inconveniente.

O custo total médio é expresso por

$$C_3 = N_1\ L + N_1\ S + N_2\ L + N_2\ S'$$

onde

N_1 — número médio de lâmpadas substituídas uma a uma por unidade de tempo;

N_2 — número médio de lâmpadas substituídas de uma só vez por unidade de tempo.

Fazendo, como anteriormente, $S = R\ L$ e $S' = \alpha\ S$ obtém-se

$$C_3 = [N_1\ (1 + R) + N_2\ (1 + \alpha\ R)]\ L$$

ou seja (tomando a «lâmpada» como unidade monetária)

$$C_3 = N_1\ (1 + R) + N_2\ (1 + \alpha\ R)\ \text{«lâmpadas»}.$$

3. SIMULAÇÃO DO PROBLEMA

Não nos parecendo a resolução analítica deste problema muito acessível, vamos recorrer ao método da simulação que aqui se aplica com muita facilidade. Para o fazer dispomos, naturalmente, de um computador ([9]).

Assim, gerando aleatoriamente tempos de vida para as lâmpadas, vamos determinar para o conjunto dos N postes o número de lâmpadas que durante um tempo T são substituídas uma a uma (à medida que fundem) e o número daquelas que são substituídas globalmente (ao fim de cada período P). Uma vez que estamos a trabalhar em termos estatísticos, vamos simular a substituição de lâmpadas durante um tempo T suficientemente longo ($T = 30$ anos, usualmente) de modo que os resultados obtidos apresentem uma pequena dispersão.

A partir do conhecimento da quantidade de lâmpadas substituídas individual e globalmente durante T, é fácil calcular N_1 e N_2.

Conhecendo N_1 e N_2 é, então, fácil calcular os custos totais médios (anuais, por exemplo) relativos às diferentes políticas: basta substituir esses valores na expressão de cada uma das funções económicas. Estamos a admitir, é claro, que são também conhecidos os valores dos parâmetros que nelas intervêm.

Pode acontecer, porém, que haja dificuldade em estabelecer com precisão esses valores, conforme já assinalámos. Por esta razão, e também porque pretendemos ter uma visão global da evolução dos custos, iremos atribuir a esses parâmetros valores diversos de modo a cobrir as diferentes situações. Assim, faremos

$$R = 0{,}25;\ 0{,}5;\ 1;\ 2$$
$$\alpha = 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}5.$$

Com o mesmo objectivo, consideraremos diferentes valores quer para o tempo de vida média das lâmpadas quer para o desvio padrão.

Para simular este problema em computador admitem-se algumas hipóteses e estabelecem-se algumas especificações. Assim:

a) Os tempos de vida das lâmpadas seguem uma distribuição normal, de média V_o e variância D^2 conhecidos. Deste modo, considera-se desprezável quer o número de lâmpadas fundidas «à pedrada» quer o número de lâmpadas fundidas por se encontrarem desprotegidas das intempéries;

([7]) Tempo é dinheiro, dizem os ingleses!

([8]) Pode-se, talvez, pensar num aproveitamento posterior dessas lâmpadas.

([9]) Trata-se de um minicomputador Wang 2200 do Centro de Cálculo da Universidade de Évora.

b) As noites (tempo de funcionamento das lâmpadas) têm uma duração média fixa de 11 horas([10]). Os meses têm 30 dias;

c) Uma lâmpada é substituída no dia que se segue à noite em que funde (incluindo fins-de-semana);

d) No instante inicial do período de simulação todas as lâmpadas se encontram novas (acabam de ser colocadas);

e) Não se fazem substituições no dia que se segue à última noite do período de simulação.

Para gerar no computador tempos de vida que obedeçam a uma distribuição normal utilizamos um método que podemos decompor em 3 etapas:

a) Geração de um par de números aleatórios R_1 e R_2 ([11]) com distribuição uniforme no intervalo (0,1);

b) Transformação num par de valores X_1 e X_2 da variável normal reduzida N (0,1), utilizando as relações de transformação seguintes:

$$X_1 = \sqrt{-2 \ln R_1} \cos (2 \pi R_2)$$
$$X_2 = \sqrt{-2 \ln R_2} \cos (2 \pi R_1);$$

c) Transformação, finalmente, em 2 valores V_1 e V_2 da variável normal N (V_o, D^2) de média V_o e variância D^2 conhecidos, através das relações:

$$V_1 = V_o + X_1 \,.\, D$$
$$V_2 = V_o + X_2 \,.\, D.$$

Os valores assim obtidos são precisamente tempos de vida das lâmpadas.

Ao correr o programa de cálculo automático que foi elaborado (de tipo conversacional), o computador começa por pedir sucessivamente:

1) indicação da política (1,2 ou 3);
2) número de postes (ou seja, de lâmpadas);
3) tempo de vida média das lâmpadas (em horas);
4) desvio padrão dos tempos de vida (em horas);
5) valor de R;
6) valor de α, apenas para as políticas 2 e 3;
7) período de substituição, apenas para as políticas 2 e 3 (em meses);
8) período de simulação (em anos).

Depois de introduzir todos estes dados, o computador começa os cálculos propriamente ditos.

Quanto aos resultados, estamos aqui fundamentalmente interessados nos valores de N_1 e de N_2 e no custo total médio anual (em «lâmpadas»). Este custo será representado nas políticas 2 e 3 em função do período de substituição. De resto, convém ter presente que um dado extremamente importante a conhecer numa política de substituição de lâmpadas é o período óptimo ao fim do qual estas devem ser substituídas.

4 — RESULTADOS OBTIDOS

4.1 — Política 1

Começou-se por fazer uma análise sucinta (que funcionou praticamente como um teste ao próprio programa). Os resultados que se obtiveram, tomando para período

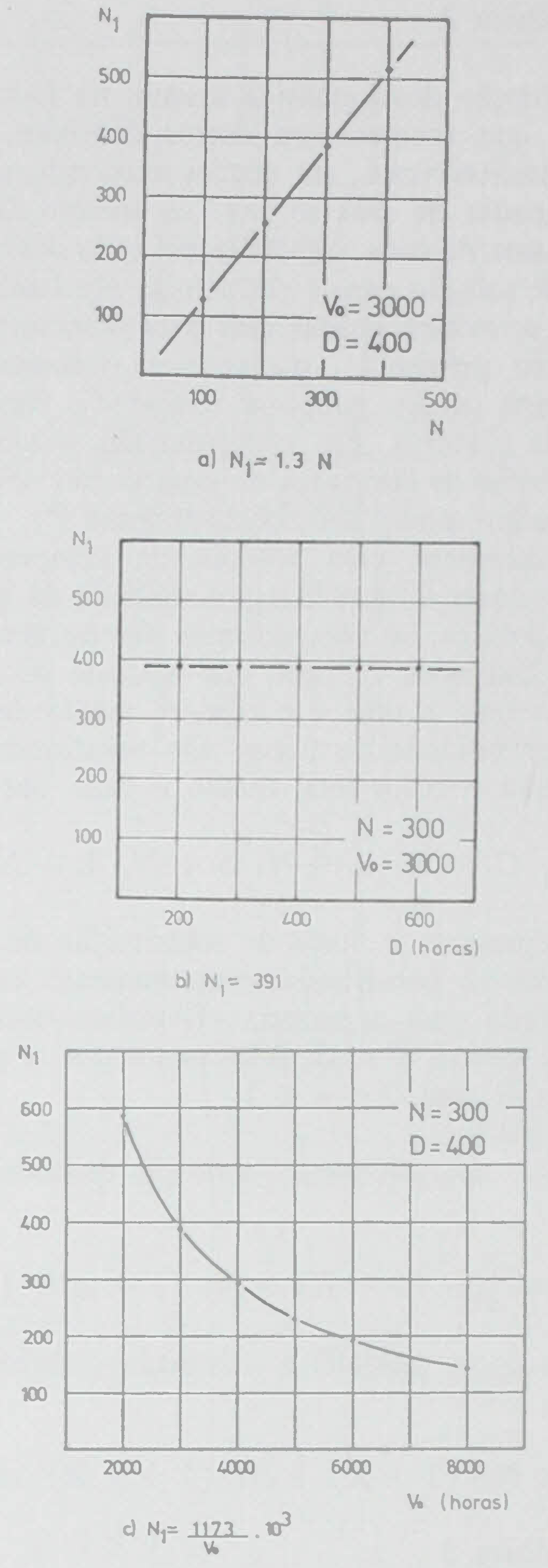

Fig. 6 — *Número médio de lâmpadas substituídas por ano na política 1 em função*

a) *do número total de lâmpadas*

b) *do desvio padrão*

c) *do tempo de vida média*

de simulação $T = 30$ anos, estão representados graficamente na figura 6.

As conclusões que se podem tirar são evidentes e compreensíveis, pelo que nos limitamos a indicá-las:

a) para um mesmo tipo de lâmpadas, o número médio anual das que são substituídas é directamente proporcional ao número de postes, $N_1 = K\ N$;

([10]) Note-se, no entanto, que a consideração de noites com maior e menor duração (inverno e verão, respectivamente) não traz qualquer dificuldade.

([11]) Trata-se, na realidade, de números pseudo-aleatórios.

b) o número médio anual de lâmpadas substituídas não depende do desvio padrão ([12]), desde que o tempo de vida média se mantenha;

c) o número médio anual de lâmpadas substituídas varia na razão inversa do seu tempo de vida média.

Lembremos aqui, a propósito, a expressão a que se chega teoricamente e que relaciona o número médio de lâmpadas fundidas com o número total de lâmpadas e com o seu tempo de vida média

$$N_1 = \frac{N}{V_0} .$$

Se tivermos o cuidado de comparar os resultados obtidos a partir desta fórmula com os obtidos por simulação veremos como são próximos.

A partir dos resultados anteriores é possível calcular estimativas de custos totais médios anuais.

Em figuras seguintes (fig. 7, fig. 9 e fig. 10) apresentam-se a traço interrompido diversas estimativas (para diferentes situações) comparadas com outras relativas às políticas 2 e 3.

4.2 — Política 2

Na figura 7 encontra-se representada a evolução do custo total médio anual (expresso em «lâmpadas») em função do período de substituição (em meses) e para diferentes valores de *R*.

Três conclusões se podem tirar com facilidade:

a) para um dado valor de *R*, o custo total médio anual atinge um mínimo para um determinado valor de *P*. Este facto compreende-se na medida em que para pequenos valores de *P* se despreza uma boa percentagem do tempo de vida de todas as lâmpadas (o que implica um custo elevado) e para grandes valores de *P* se despreza uma elevada percentagem do tempo de vida de muitas lâmpadas que são entretanto substituídas uma a uma (o que igualmente acarreta um custo elevado). Deste modo, é natural que exista um valor intermédio de *P* que provoque um equilíbrio entre as duas situações anteriores, assim se obtendo um custo mínimo.

([12]) No entanto, para menores desvios padrões e durante a fase transitória do processo, existe uma maior concentração de lâmpadas substituídas na proximidade de períodos múltiplos do tempo de vida média.

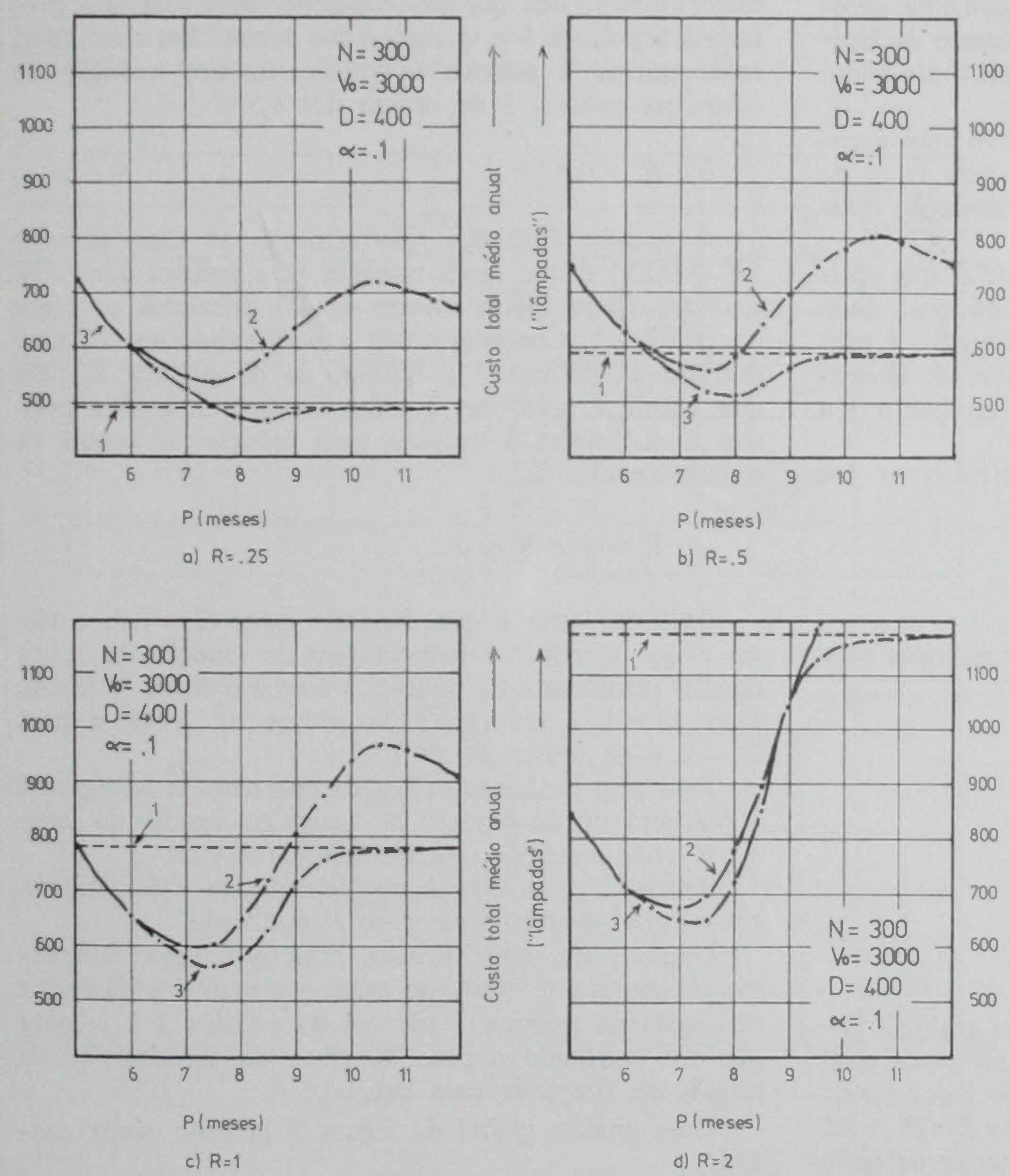

Fig. 7 — *Custo total médio anual em função do período de substituição (políticas 2 e 3) e para: a)* R=0,25; *b)* R=0,5; *c)* R=1; *d)* R=2

b) à medida que aumenta o valor de *R*, diminui (ligeiramente) o valor de *P* que minimiza a função objectivo.

Suponhamos, para facilitar, que o preço de uma lâmpada se mantém constante. Então, aumentando *R* aumenta o custo de substituição. Mas se este aumenta há conveniência em reduzir o número de lâmpadas substituídas uma a uma, ou seja, em reduzir o período *P* de substituição global. No entanto, é claro que esta redução vai provocar um efeito contrário: um menor aproveitamento do tempo de vida das lâmpadas ainda em funcionamento, o que faz com que a redução de *P* não seja acentuada.

c) aumentando *R* (sendo *L* fixo), aumenta naturalmente o custo total médio.

4.3 — Política 3

Nas figuras 7, 9 e 10 apresentam-se os resultados obtidos para diferentes valores dos parâmetros.

Desde já se podem tirar algumas conclusões:

a) o custo total médio anual atinge um mínimo para um determinado valor de *P* (para um dado *R*). Assim, quando *P* aumenta o custo médio começa por decrescer (pelo facto de se aproveitar melhor o tempo de vida das lâmpadas) para depois crescer até atingir um valor praticamente constante (pelo facto de aumentar o número de lâmpadas substituídas uma a uma, até que todas sejam assim substituídas).

b) o custo total médio atinge um mínimo mais acentuado para maiores valores de *R* (pelo facto de se fazer sentir mais o custo da substituição individual).

c) à medida que *R* aumenta, o valor de *P* que optimiza a função objectivo diminui (é que, dado o peso crescente do custo de substituição, é preferível evitar a substituição individual de lâmpadas do que aproveitar um pouco melhor o seu tempo de vida).

d) aumentando *R*, aumenta naturalmente o custo global (sendo *L* constante).

4.4 — Comparação de políticas

Comecemos por comparar entre si as 3 políticas para cada um dos valores de *R* quando (fig. 7)

N = 300 lâmpadas
V_o = 3000 horas
D = 400 horas
α = 0,1
T = 30 anos

a) $R = 0{,}25$

Assim, quando $R = 0{,}25$, verifica-se que qualquer que seja o valor de *P* a política 2 acarreta um custo total médio superior ao da política 1. Por outro lado, verifica-se que na política 3 existe um valor de *P* ($P = 8{,}5$ meses) que conduz a um custo mínimo inferior ao custo

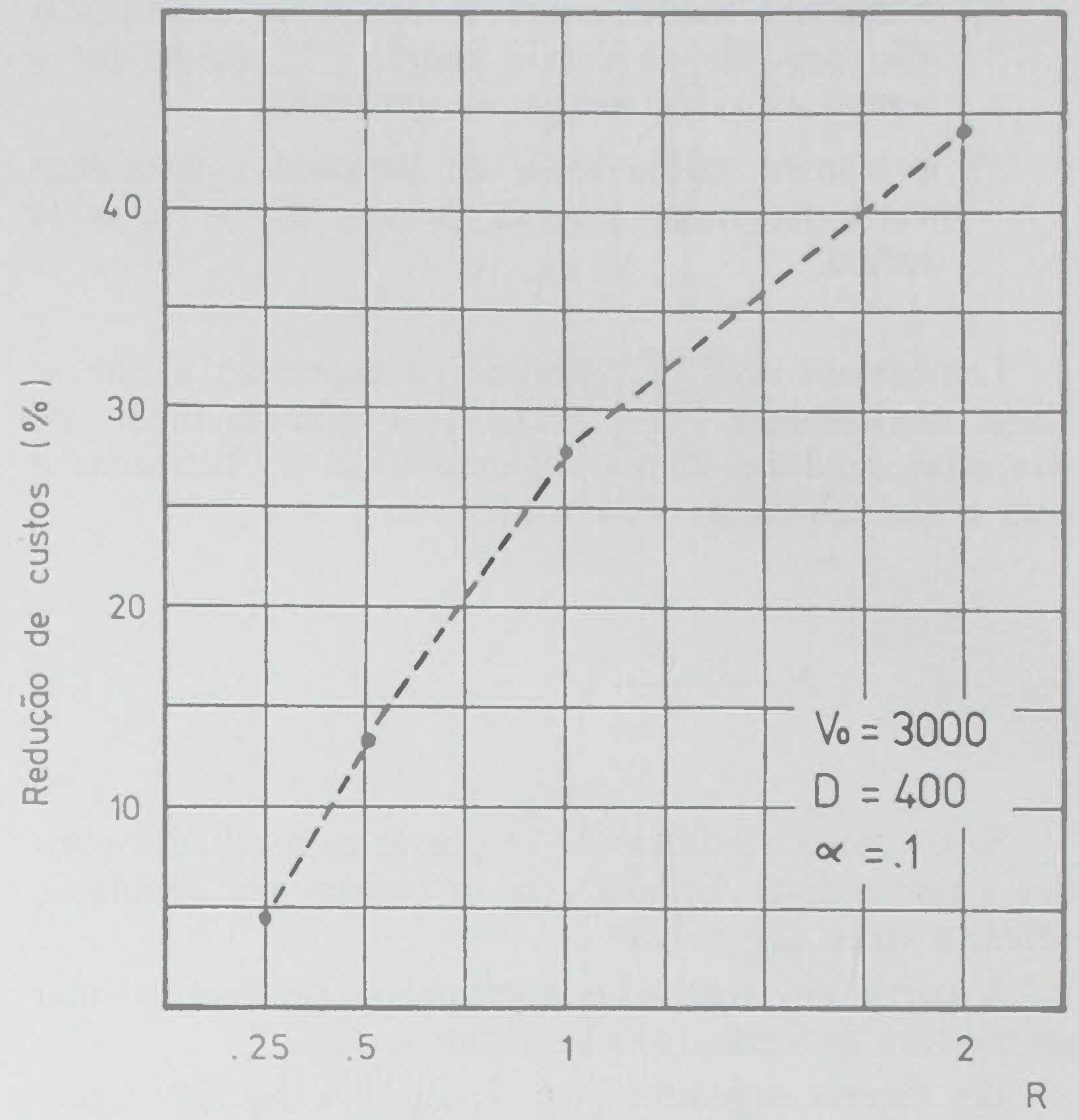

Fig. 8 — *Redução do custo total médio em função de R, quando se compara a política 3 com a política 1*

da política 1. Daí que nas condições indicadas seja preferível a política 3 a qualquer das outras. Em particular, relativamente à política 1, verifica-se uma redução de custos na política 3 da ordem dos 4,5 %.

b) $R = 0{,}5$

A grande diferença relativamente ao caso anterior ($R = 0{,}25$) é que agora também já a política 2 conduz a custos (para certos valores de *P*) inferiores ao custo da política 1. Continua ainda a verificar-se que o custo mínimo da política 3 é inferior ao da política 2, pelo que aquela é preferível a esta. Comparada com a política 1, a política 3 provoca uma redução de custos da ordem de 13,5 %.

c) $R = 1$ e $R = 2$

Aplica-se aqui o que dissemos para $R = 0{,}5$, a não ser o que se refere à percentagem de redução de custos quando comparamos a política 3 com a política 1. Assim, para $R = 1$ a redução é da ordem de 28 % e para $R = 2$ é da ordem de 44,7 %.

Para uma melhor visualização, apresenta-se na figura 8 a percentagem de redução de custos em função do valor de *R* (nas condições anteriormente referidas).

Trata-se, como é evidente, de reduções consideráveis, em especial quando o valor de *R* é elevado.

Daqui pode, pois, tirar-se uma conclusão extremamente importante: torna-se cada vez mais justificável a utilização da política 3 em vez da política 1 à medida que vai crescendo o peso do custo de substituição em relação ao preço de uma lâmpada.

Uma análise global da figura 7 permite ainda concluir:

a) para pequenos valores de P as políticas 2 e 3 tomam valores bastante próximos (coincidindo mesmo quando P é suficientemente pequeno);

b) à medida que R aumenta diminui a diferença entre os custos das políticas 2 e 3;

c) o valor de P que optimiza o custo da política 2 é inferior ao correspondente valor de P da política 3, sendo a diferença mais nítida para menores valores de R;

d) à medida que P aumenta o custo da política 3 aproxima-se do custo da política 1;

e) à medida que P aumenta o custo da política 2 vai oscilando em torno do custo da política 1, tendendo para ele (o que não aparece indicado na figura 7).

Estes factos não são difíceis de compreender, pelo que não nos detemos na sua justificação.

Tendo sido a política 3 aquela que nos conduziu a custos mais baixos, vamos seguidamente analisá-la com um pouco de mais cuidado. No entanto, convém não esquecer que para valores elevados de R a política 2 pouco difere dela, com a pequena vantagem até de não exigir o conhecimento de que lâmpadas já foram substituídas durante o período respectivo.

4.5 — Análise detalhada da política 3

Conforme dissemos anteriormente, não é fácil, mesmo num caso particular, obter uma expressão correcta para a função económica que pretendemos optimizar. Este facto deve-se fundamentalmente à dificuldade em estimar determinados custos. Por outro lado, podem as características das lâmpadas não ser conhecidas com a precisão desejada, ou então, pode-se pretender conhecer a alteração de custos resultante da alteração do tipo de lâmpadas. Daí que haja conveniência em conhecer a evolução dos custos em situações diferentes para então se poderem comparar resultados e, a partir deles, tomar as devidas decisões.

É nesta óptica que vamos analisar a política 3 com algum detalhe.

Assim, vamos calcular o valor da função económica $C_3 = N_1 . (1 + R) + N_2 (1 + \alpha R)$, em «lâmpadas», para diferentes valores das grandezas que nela intervêm: R, N_1 ([13]), N_2 e α.

Os resultados que se obtêm estão representados nas figuras 9 e 10, onde se indicam os valores atribuídos às diferentes grandezas.

A partir da figura 9 podem-se tirar as seguintes conclusões (que nos dispensamos de justificar):

a) o custo médio anual aumenta com α (mantendo fixas as outras grandezas). Assim, para valores elevados de α o custo médio mínimo da política 3 aproxima-se do custo da política 1. Em particular, para $\alpha = 1$ já não haveria, do ponto de vista económico, qualquer vantagem em utilizar a política 3;

([13]) Note-se N_1 e N_2 dependem de V_o e D.

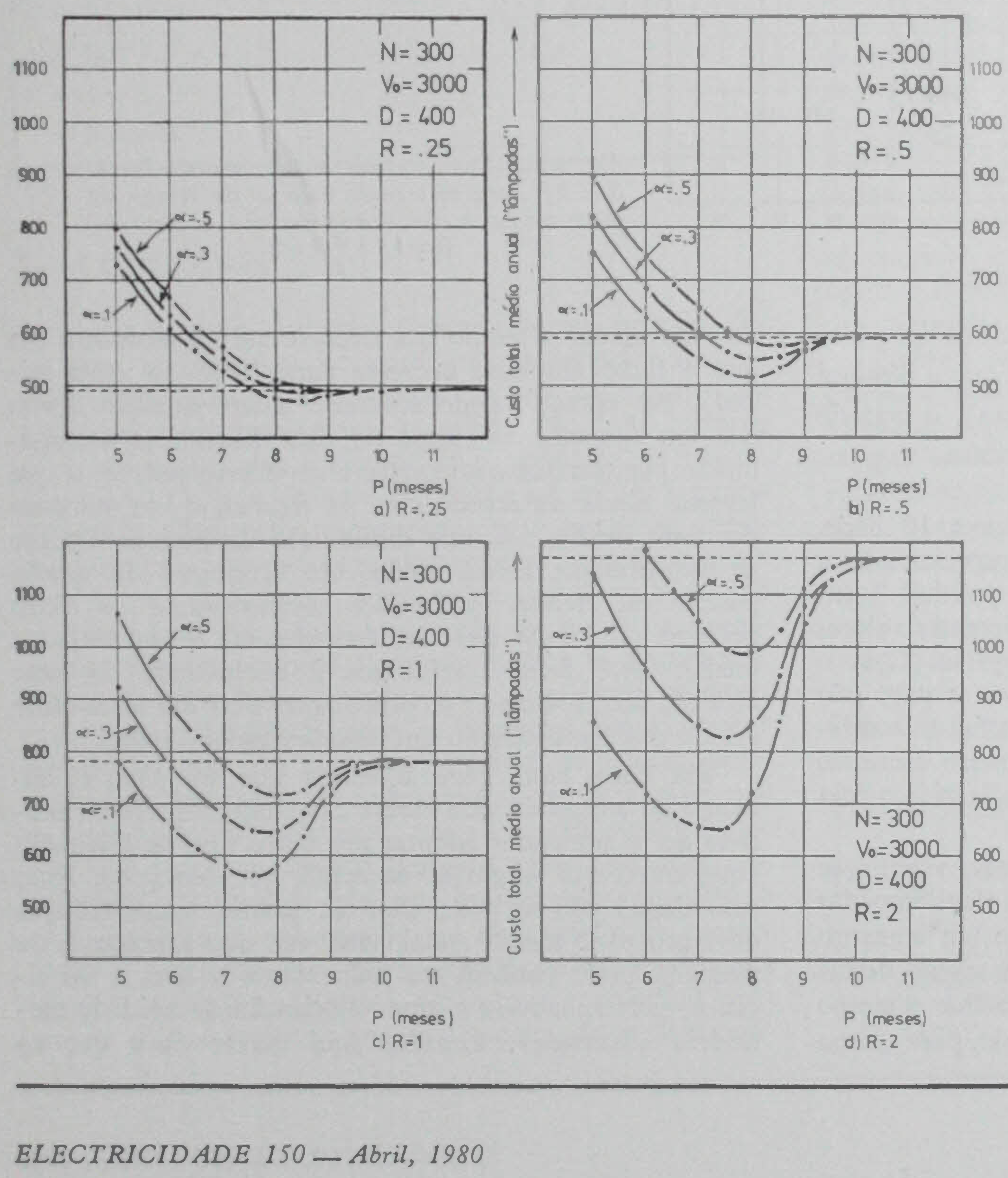

Fig. 9 — *Custos totais médios anuais (política 3) para* α=*0,1;* α=*0,3;* α=*0,5 e para a)* R=*0,25; b)* R=*0,5; c)* R=*1; d)* R=*2*

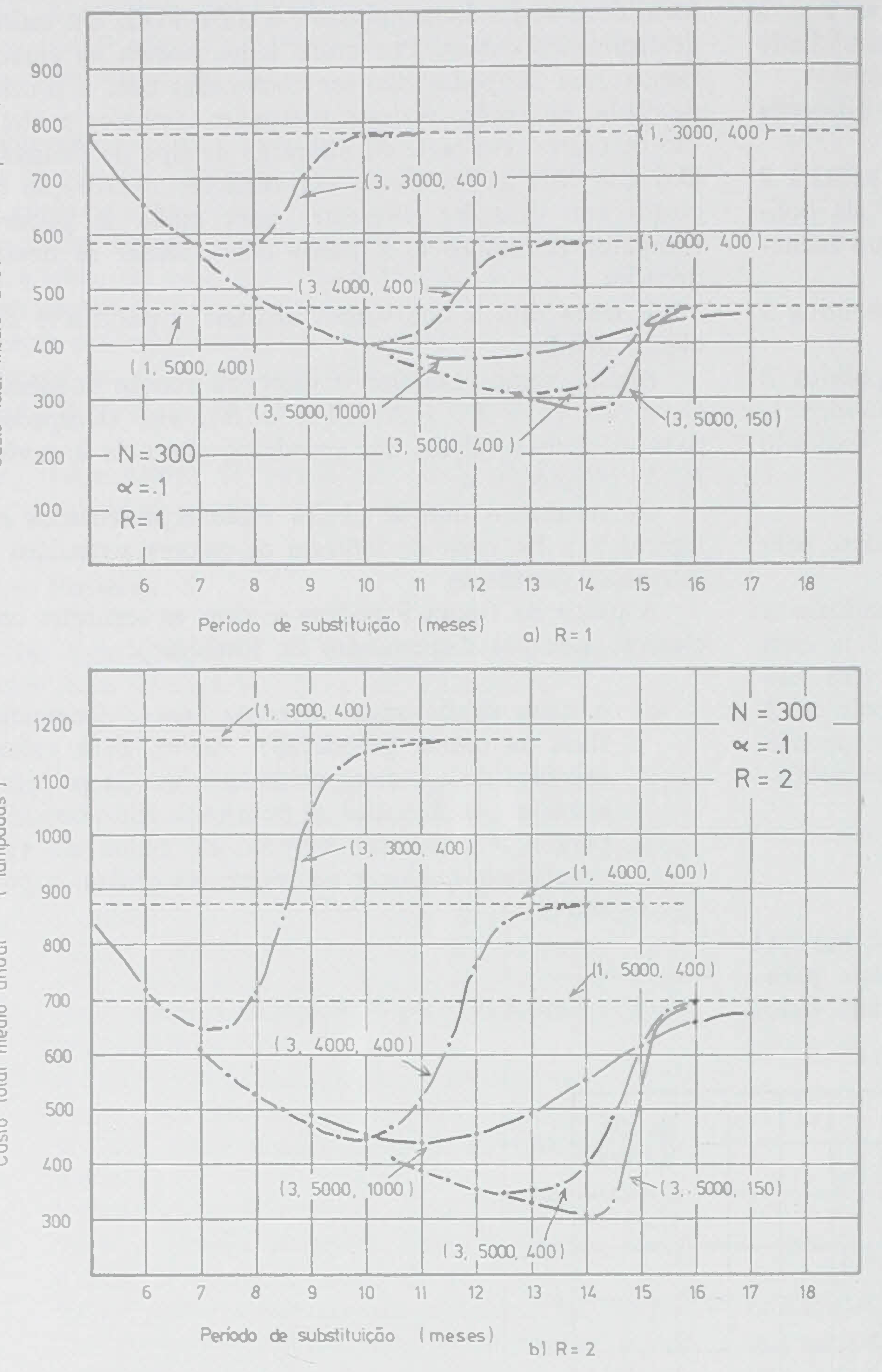

Fig. 10 — *Custos totais médios anuais (política 3) para diferentes valores do tempo de vida média e do desvio padrão e para a)* R=*1; b)* R=*2*

b) à medida que é mais atractiva a substituição global de lâmpadas, ou seja, à medida que α diminui (mantendo fixas as outras grandezas), o período óptimo de substituição diminui também.

Fixemos agora a nossa atenção na figura 10 onde, para além do custo da política 1, está representada a evolução do custo total médio anual da política 3 em função do período de substituição, para diferentes valores do tempo de vida média e do desvio padrão. Com o objectivo de identificar facilmente as curvas e para não sobrecarregar muito as figuras, a cada curva faz-se corresponder um terno ordenado em que o primeiro elemento diz respeito à política, o segundo ao tempo de vida média e o terceiro ao desvio padrão.

Mantendo constantes as outras grandezas, verifica-se que um aumento do tempo de vida média das lâmpadas provoca uma diminuição do custo médio e um aumento do período óptimo de substituição. Uma situação destas pode ocorrer quando se decide aproveitar melhor o tempo de vida das lâmpadas (tomando, por exemplo, para tempo de vida média o tempo que decorre até ao momento em que o fluxo luminoso decresce para 70 % do valor inicial). No entanto, pode acontecer numa situação destas que um aumento do tempo de vida média seja acompanhado por um aumento também do desvio padrão, o que levaria, ainda de acordo com as figuras, a um aumento do custo médio e a uma diminuição do período óptimo de substituição. Deste modo, um acréscimo do desvio padrão vai atenuar (ou talvez mesmo anular) o efeito positivo produzido por um aumento do tempo de vida média. Este facto conduz-nos à necessidade de uma reflexão atenta quando se pensa aproveitar até mais tarde a vida das lâmpadas (o que usualmente se verifica).

Por outro lado, pode acontecer que um possível aumento do tempo de vida média das lâmpadas seja o resultado de se pretender adoptar um outro tipo de lâmpadas (que entretanto surgiu no mercado, por exemplo). Num caso destes não se pode falar «à priori» numa redução do custo total médio anual, uma vez que o preço *L* da lâmpada pode também ter aumentado, o que, a verificar-se, corresponderia a uma valorização da unidade monetária «lâmpada». Convém aqui deixar claro que ao elaborar a figura 10 se admitiu implicitamente que o valor da «lâmpada» se mantinha constante. Daí que ao pretender-se optar entre diferentes tipos de lâmpadas se deva ter em conta os respectivos preços, de modo que se obtenha efectivamente um custo mínimo.

Para finalizar esta análise da política 3, debrucemo-nos um pouco sobre a precisão dos resultados obtidos. Pela própria natureza do método utilizado (a simulação), é claro que os valores do custo médio (ou quaisquer outros resultados) são valores aleatórios (basta lembrarmo-nos que os tempos de vida das lâmpadas são gerados aleatoriamente). Pois bem, numa situação destas é importante conhecer uma ordem de grandeza do desvio padrão dos resultados. Com este objectivo fomos obter 10 valores do custo total médio, de acordo com o Quadro I.

O desvio padrão que se obtém é bastante pequeno. Este facto deve-se fundamentalmente a termos considerado um longo período de simulação ($T = 30$ anos) e também a termos considerado um número bastante razoável de postes ($N = 300$).

QUADRO I

DETERMINAÇÃO DO DESVIO PADRÃO

Parâmetros (Política 3)	*Custo total médio anual («lâmpadas»)*	*Média*	*Desvio padrão*
$N = 300$ lâmpadas	565		
	564		
$V_0 = 3000$ horas	564		
$D = 400$ horas	565		
	562		
$P = 7{,}5$ meses	564	564,6	1,7
$\alpha = 0{,}1$	565		
	563		
$R = 1$	566		
$T = 30$ anos	568		

5 — CONCLUSÃO

Antes de mais, convém salientar bem que hoje em dia se torna já imperiosa no nosso país a adopção de uma substituição global de lâmpadas em vez da substituição individual que normalmente se utiliza. De facto, perante a rápida subida dos encargos de substituição, já não se compreende hoje a ideia de aproveitar até ao fim o tempo de vida das lâmpadas, esquecendo (pelo menos na actuação prática) as vantagens decorrentes de substituir de uma só vez todas (ou quase todas) as lâmpadas. Não se trata só de reduções consideráveis de custos, conforme vimos; trata-se também de servir melhor as populações, mantendo uma melhor iluminação. Na realidade, se tivermos a preocupação de olhar as lâmpadas fundidas quer em aldeias, quer em vilas, quer mesmo em cidades, veremos como constituem percentagens elevadas. É claro que as populações se habituam, mas isso não significa que não seja um mau serviço prestado pelas entidades responsáveis. É verdade que em muitas zonas o sistema de iluminação se encontra já em mau estado de conservação e funcionamento, para além de existirem diversos tipos de lâmpadas. Dir-se-á, então, que é aí difícil pensar em termos racionais quanto à escolha da melhor política de substituição de lâmpadas. Talvez seja. Mas então não seria já altura de renovar o próprio sistema? A perspectiva de redução futura de custos não poderá ajudar a uma decisão? Mas esquecendo estes casos «difíceis», o que pensar das iluminações mais recentes? Será que se pensou um pouco no melhor tipo de lâmpadas e na altura mais conveniente para a sua substituição? Se o não tivermos feito, continuaremos a ser o que infelizmente somos hoje: um país alongando a cauda da Europa!

Por outro lado, as políticas 2 e 3 têm sobre a política 1 duas vantagens que consideramos muito importantes: uma é a que se refere à quantidade de lâmpadas que devem existir em stock; outra é a que diz respeito à ocupação do electricistas. De facto, aplicando qualquer dessas duas políticas, sabe-se (ou pode-se determinar) quantas lâmpadas são necessárias em datas conhecidas, o que facilita as respectivas encomendas. Quanto aos electricistas, a vantagem está no seguinte: depois de terem sido substituídas todas (ou quase todas) as lâmpadas de uma só vez, sabe-se que durante um certo tempo (meio ano ou mais, conforme os casos) a probabilidade de fundir alguma dessas lâmpadas é extremamente reduzida, pelo que os electricistas podem ser destacados quase a tempo inteiro para outros sectores ou tarefas.

Como conclusão deste trabalho deve-se salientar também a influência que tem na determinação do período óptimo de substituição das lâmpadas quer a razão R entre o custo de substituição e o preço das lâmpadas quer o desvio padrão D dos tempos de vida. O valor de R não é usualmente considerado, admitindo-se que o preço das lâmpadas é desprezável ($R \to \infty$). Ora se isto é, digamos, verdade para as lâmpadas de incandescência, já o não é para as lâmpadas de vapor de mercúrio e de vapor de sódio, cujo preço é de respeitar. Quanto ao desvio padrão, é importante tê-lo em conta na medida até em que se prende com o controlo de qualidade de que tanto se vem falando. É que, na realidade, um aumento de D provoca para além de um aumento de custos, uma diminuição do período óptimo de substituição. Refira-se aqui, a propósito, a ideia incorrecta (que parece, contudo, generalizar-se um pouco) de que este período óptimo deveria coincidir com o tempo de vida média das lâmpadas.

Embora neste estudo tenhamos falado apenas de lâmpadas, a verdade é que poderíamos ter falado em substituição de outro tipo de equipamento. As alterações seriam insignificantes. De facto, quer as próprias expressões das funções objectivo utilizadas, quer o próprio método adoptado, quer ainda o próprio programa de cálculo elaborado, permitem o tratamento de qualquer problema deste tipo. Por outro lado, apesar de alguns poderem ver nisso um inconveniente, convém notar que o método da simulação que foi aqui adoptado permitiu contornar todo um tratamento analítico que eventualmente poderia ser feito. Ora esta é, para muitos, uma enorme vantagem.

BIBLIOGRAFIA

[1] T. SHIMIZU: *Simulação em Computador Digital;* Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo (1975).

[2] A. KAUFMANN: *Méthodes et Modèles de la Récherche Opérationnelle (tome 1);* Dunod (1972).

[3] D. MOURA: *Noções de Luminotecnia;* A. E. I. S. T. (1965).