

Determinação das correntes de curto-circuito no arranque dos motores monofásicos com colector, segundo RICHTER e sua influência sobre o binário.

Dimensionamento das ligações radiais resistentes*

CARLOS MANUEL PEREIRA CABRITA

Eng.º Electrotécnico (I. S. T.)

Assistente (I. S. T.)

resumo

Neste trabalho é apresentado, segundo Richter, o método de cálculo das correntes de circulação nas secções curto-circuitadas do enrolamento induzido, durante o arranque, nos motores de tracção do tipo monofásico com colector (motores directos). É igualmente analisado o efeito daquelas correntes sobre o binário de arranque.

Com base naquele método é efectuado o dimensionamento de ligações radiais resistentes a instalar entre as secções do induzido e as lâminas do colector.

abstract

This work presents the Richter's method of calculation of the circulating currents in the short-circuited coils of the armature winding, during the starting period, in the single-phase commutator-type traction motors («straight» motors). The effect of those currents on the starting torque is also analysed.

Based on the Richter's method it was made the design of radial resistive connections to be placed between the winding elements and the commutator segments.

1 — COMUTAÇÃO NOS MOTORES MONOFÁSICOS COM COLECTOR

Como o fluxo indutor é variável no tempo (alternado sinusoidal) as secções em comutação do enrolamento induzido nos motores monofásicos com colector são sede de uma f.e.m. estática ou de transformação, semelhante

à que é induzida nos enrolamentos dos transformadores e de valor eficaz

$$E_{tr} = 2 \pi f \Phi \quad (1)$$

sendo f a frequência da rede de alimentação e Φ o valor eficaz do fluxo útil por polo.

Esta f.e.m., que é característica da comutação em corrente alternada, bem como a f.e.m. reactiva, que é característica da comutação em corrente contínua, são compensadas através de polos auxiliares shuntando o seu enrolamento com uma resistência. Contudo, enquanto que a f.e.m. reactiva é nula no arranque sendo neutralizada a todas as velocidades, a f.e.m. de transformação, pelo facto de ser independente da velocidade e proporcional ao fluxo, por conseguinte constante atendendo a que este tipo de motores funcionam a carga constante, é apenas neutralizada a uma velocidade.

A f.e.m. de transformação dá origem a correntes de curto-circuito que circulam nas secções em comutação, nas ligações radiais, nas lâminas do colector às quais são ligados os extremos daquelas secções e ainda nas escovas que curto-circuitam essas lâminas, sendo a sua intensidade máxima nos arranques exactamente nos períodos antes do rotor entrar em movimento. Estas correntes, cujas intensidades calcularemos de seguida, provocam

(*) Extracto dos trabalhos realizados no Serviço de Manutenção de Campolide e no Gabinete de Estudos da Direcção Industrial, da Companhia dos Caminhos de Ferro Portugueses, de Abril de 1977 a Fevereiro de 1978.

grandes aquecimentos nos contornos comutados, havendo inclusive o risco, caso os arranques não sejam os mais rápidos possível, de se verificarem deformações nas lâminas do colector directamente em contacto com as escovas e também nas ligações radiais, com a destruição das respectivas soldaduras.

Como o enrolamento dos polos principais e o conjunto das secções em comutação estão um para o outro como o primário e o secundário dum transformador, as correntes de curto-circuito provocam ainda uma reacção sobre o campo indutor, com a consequente redução do valor do binário. A intensidade das referidas correntes é limitada nos arranques e às baixas velocidades, utilizando escovas divididas, normalmente tripartidas, e ligações resistentes, também denominadas ligações radiais, que estabelecem o contacto entre as secções do enrolamento induzido e as lâminas do colector.

2 — DETERMINAÇÃO DAS CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO

Dissemos anteriormente que o enrolamento indutor e o conjunto de todas as secções em curto-circuito se comportam como os enrolamentos dum transformador. É um facto. Contudo, se raciocinarmos em termos do fluxo útil por polo, será o enrolamento indutor o primário e as secções curto-circuitadas o secundário, ao passo que, e é isso o que nos interessa considerar, se se desprezar aquele fluxo e, consequentemente, a corrente de alimentação do motor face às correntes de curto-circuito, pensando apenas no fluxo de reacção gerado por essas correntes, o primário será o conjunto das secções em curto-circuito e o secundário o conjunto de todos os enrolamentos do motor, em série.

Por conseguinte, tendo em atenção as equações das f.e.m.'s dos transformadores [4] e desprezando a corrente de alimentação, por escova, I/p , face às correntes de curto-circuito, $I_{cc}/2p$, ter-se-á [1]

$$\dot{E}_{tr} = -\dot{U}_{cc} + (R_1 + jX_1) \dot{I}_{cc} \quad (2)$$

$$\dot{E}_2 = (R_2 + jX_2) \dot{I}_2 \quad (3)$$

sendo E_{tr} a f.e.m. de transformação, I_{cc} a corrente resultante das correntes de curto-circuito de todas as secções curto-circuitadas, supostas em paralelo, U_{cc} a tensão entre duas lâminas do colector curto-circuitadas, ou seja, a tensão aos terminais do paralelo de todas aquelas secções, paralelo esse de resistência R_1 e com uma reactância de dispersão X_1 , E_2 a f.e.m. induzida no enrolamento indutor pelo fluxo de reacção, I_2 a corrente induzida no mesmo enrolamento por aquele fluxo e que circula em todos os enrolamentos, em série, do motor, e R_2 e X_2 a resistência e a reactância de dispersão totais desses enrolamentos.

Sendo K a relação de transformação, ter-se-á

$$\dot{E}_2 = \frac{1}{K} \dot{E}_{tr} \quad (4)$$

$$I_2 = -K I_{cc} \quad (5)$$

e, por conseguinte,

$$\dot{U}_{cc} = [(R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2)] \dot{I}_{cc}$$

$$\text{ou} \quad \dot{U}_{cc} = (R_{cc} + jX_{cc}) \dot{I}_{cc} = \dot{Z}_{cc} \dot{I}_{cc} \quad (6)$$

representando $\dot{Z}_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}$, com

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 = R_1 + K^2 R_2 \quad (7)$$

$$\text{e} \quad X_{cc} = X_1 + X'_2 = X_1 + K^2 X_2 \quad (8)$$

a impedância de curto-circuito do transformador considerado.

Conhecendo-se assim o valor de Z_{cc} as correntes de curto-circuito serão calculadas através da equação, apresentada por Richter [5],

$$\dot{E}_{tr} = \dot{V} + \dot{Z}_{cc} \dot{I}_{cc}$$

$$\text{ou} \quad \dot{E}_{tr} = \dot{V} + R_{cc} \dot{I}_{cc} + jX_{cc} \dot{I}_{cc} \quad (9)$$

em que V representa a soma das tensões de passagem escova-lâmina 1 e lâmina 2-escova. Como se desprezou a corrente de alimentação I/p , estas tensões de passagem são iguais e encontram-se em fase com a corrente de curto-circuito (fig. 1).

Na eq. (9) figuram portanto duas grandezas, E_{tr} e V , cujos valores se têm que saber para se poder calcular I_{cc} . Quanto a E_{tr} , conhecendo-se o valor da intensidade de corrente no arranque, através da característica de magnetização, saber-se-á qual o fluxo correspondente, não oferecendo deste modo o cálculo daquela f.e.m. qualquer dificuldade, cálculo esse que será efectuado através da exp. (1). Contudo, o mesmo não poderá ser afirmado no que respeita a V , pois esta tensão é variável, sobretudo com o rotor parado, devido aos aquecimentos das escovas e às irregularidades das superfícies de contacto entre as escovas e o colector. Richter [5] considera como admissíveis para os valores eficazes da tensão V os mesmos valores utilizados nas máquinas de corrente contínua, cujo andamento em função dos valores eficazes da densidade de corrente nas escovas Δ_{cc} tem a forma representada na figura 2.

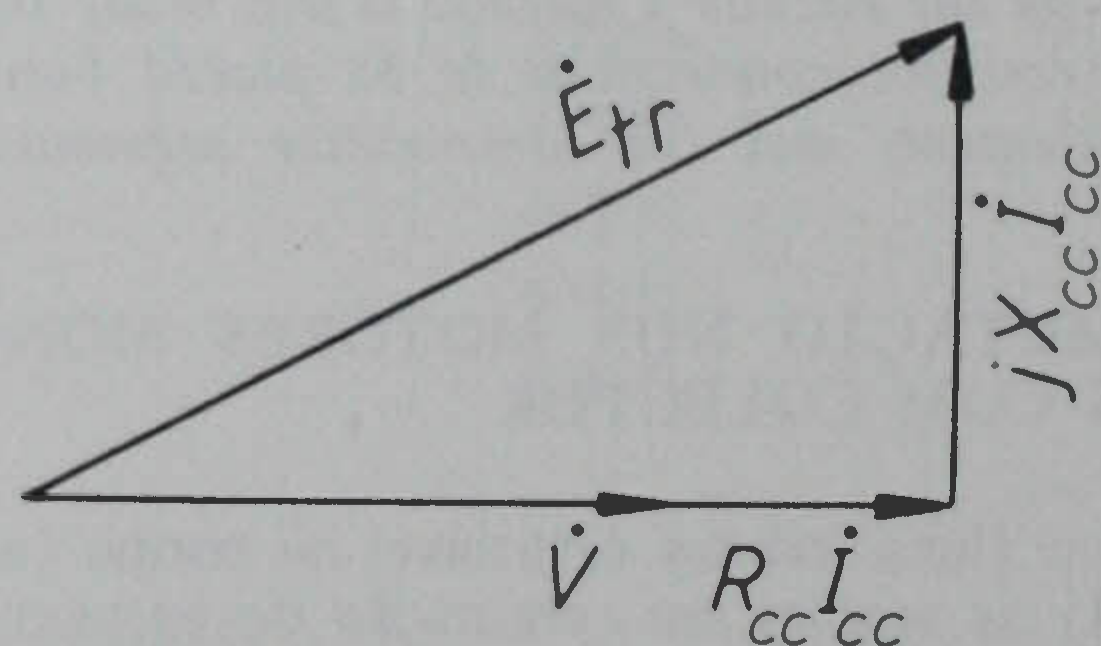


Fig. 1 — Diagrama vectorial de tensões correspondente à eq. 9

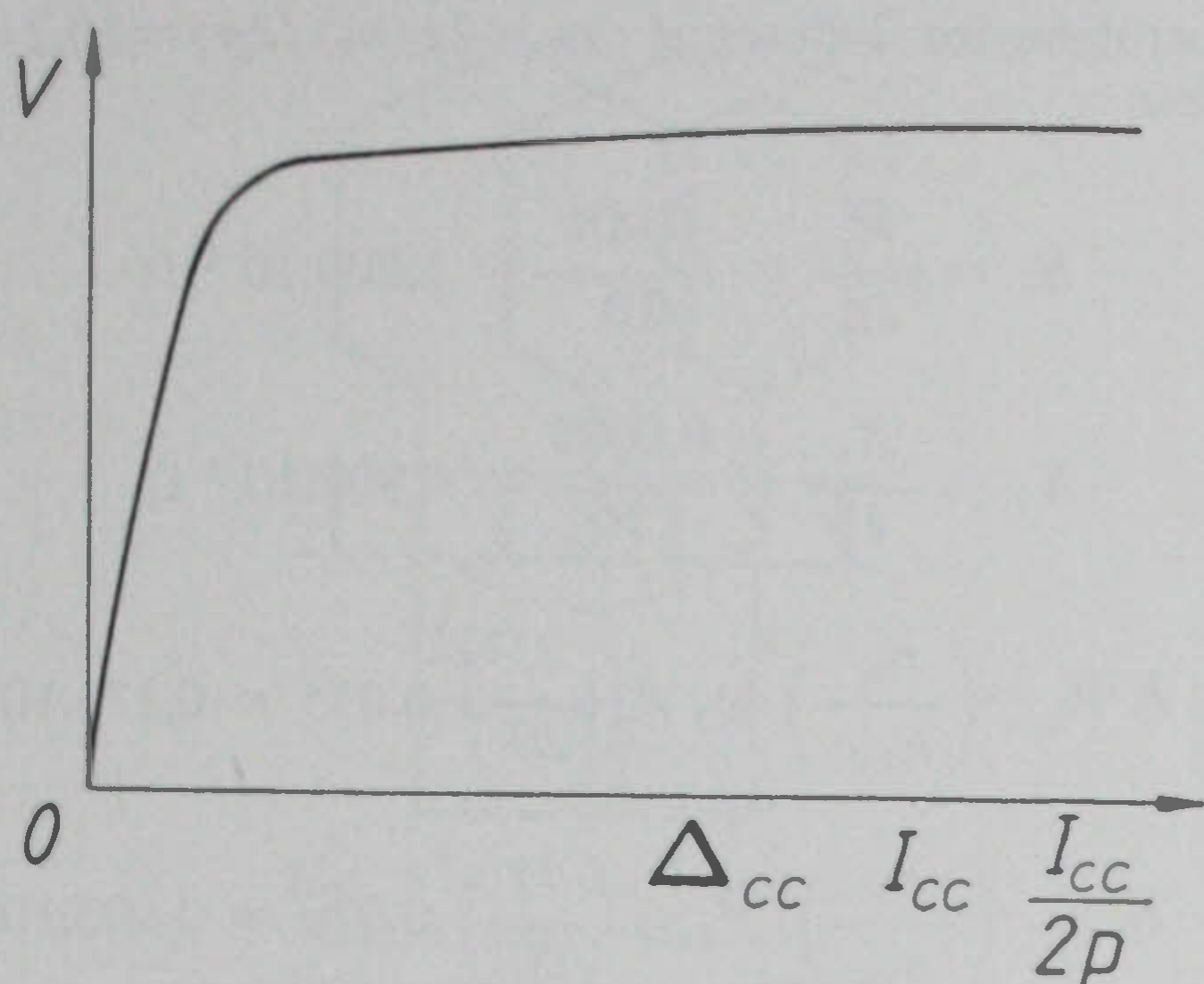


Fig. 2 — Tensão de passagem escovas-colector

Por conseguinte, sendo $I_{cc}/2p$ a intensidade das correntes de curto-circuito por escova e S a superfície de contacto de cada escova com o colector, ter-se-á

$$\frac{I_{cc}}{2p} = S \Delta_{cc} \quad (10)$$

podendo, deste modo, o eixo das abcissas do gráfico da figura 2 ser graduado igualmente em valores de $I_{cc}/2p$ ou, atendendo a que

$$I_{cc} = 2 p S \Delta_{cc} \quad (11)$$

em valores de I_{cc} , segundo uma relação linear pois $2pS$ é um factor constante.

Quando a S , se n_e for o número de escovas por polo, a o seu comprimento e b a largura das lâminas do colector em contacto com as escovas, o seu valor será

$$S = a b n_e \quad (12)$$

Conclui-se assim que o valor de $I_{cc}/2p$, tem que ser calculado graficamente, por tentativas, com base no dia-

grama vectorial da figura 1 e na característica $V(\Delta_{cc})$ da figura 2, pelo seguinte processo:

- 1) Para um valor de I_{cc} , arbitrário, através da característica $V(\Delta_{cc})$ sabe-se qual o correspondente valor de V , ou seja, o módulo do vector $\vec{V}$;
- 2) Para o mesmo valor de I_{cc} calculam-se os módulos dos vectores $R_{cc}\vec{I}_{cc}$ e $jX_{cc}\vec{I}_{cc}$ respectivamente $R_{cc}I_{cc}$ e $X_{cc}I_{cc}$;
- 3) Traça-se, à escala, o respectivo diagrama vectorial, obtendo-se um determinado valor para a f.e.m. de transformação E_{tr} ;
- 4) Compara-se o valor de E_{tr} assim obtido com o calculado através da exp. (1) e correspondente ao fluxo de arranque. Se forem coincidentes é porque o valor atribuído a I_{cc} é o procurado, caso contrário tem que se repetir o processo até que os valores de E_{tr} sejam coincidentes.

Esta nossa metodologia de cálculo das correntes de curto-circuito no arranque do motor, antes do rotor entrar em movimento, é semelhante ao processo apresentado por Richter [5], que achamos contudo ser mais directo e que passamos a descrever com base na figura 3.

No mesmo referencial da característica $V(\Delta_{cc})$ e no quadrante inferior traçam-se as rectas 1 e 2, sendo a primeira a queda de tensão óhmica $R_{cc}I_{cc}$ e a segunda obtida de maneira a que, para cada ponto situado sobre a recta 1, o seu afastamento em abcissas e à mesma escala de tensões, seja igual a $X_{cc}I_{cc}$. Deste modo, para cada valor de I_{cc} , lido no eixo das abcissas, podemos efectuar uma construção gráfica idêntica ao diagrama vectorial da figura 1, sendo o valor exacto de I_{cc} determinado por tentativas mantendo-se E_{tr} com o valor calculado «à priori» através da exp. (1).

Para exemplificarmos vamos de seguida calcular o valor das correntes de curto-circuito para um motor de

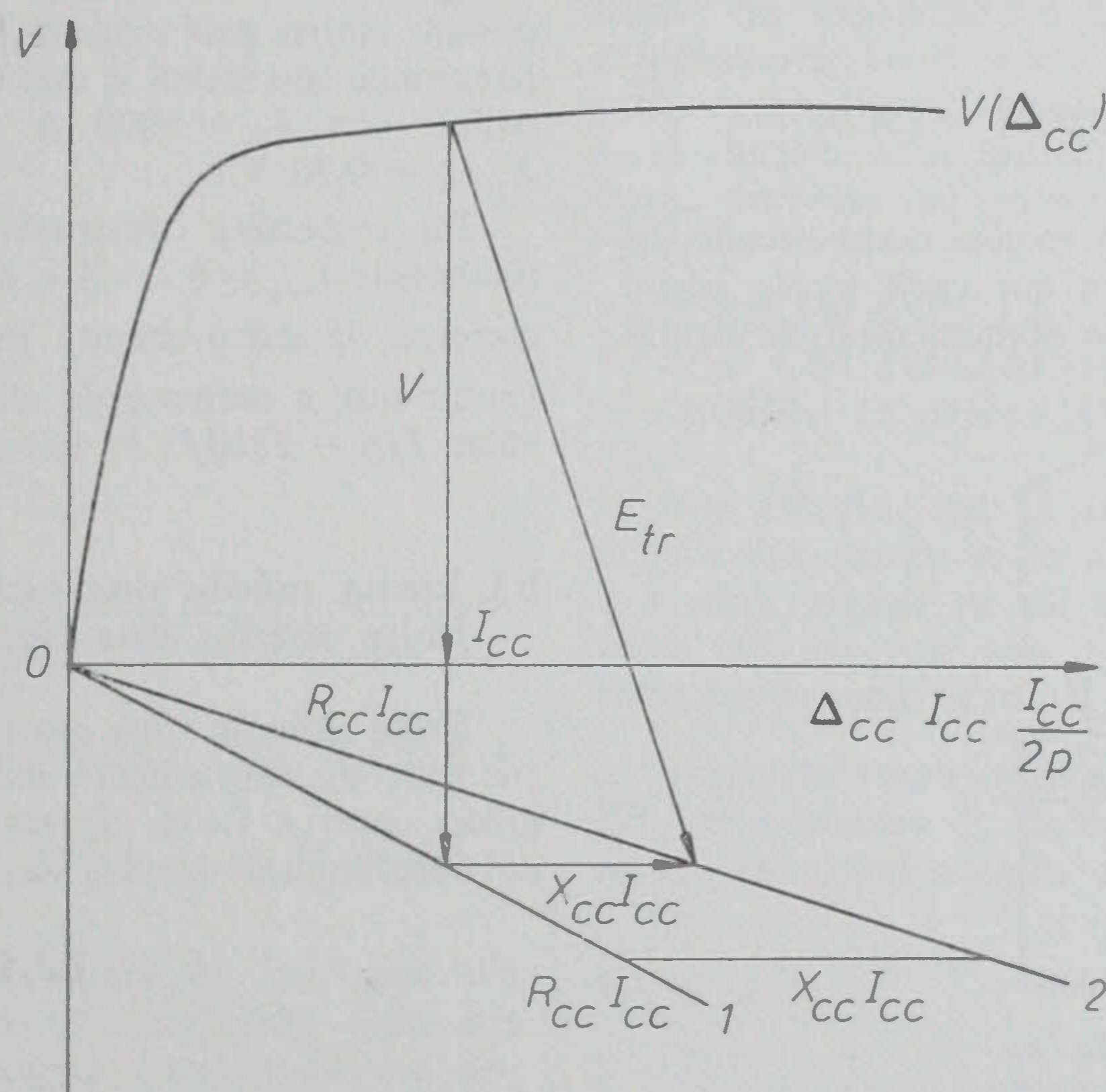


Fig. 3 — Determinação gráfica das correntes de curto-circuito, segundo Richter

tracção a 16 2/3 Hz, considerando-se separadamente as seguintes hipóteses [5]:

- Linha média das escovas coincidente com a mica isolante entre lâminas do colector;
- Linha média das escovas coincidente com a linha média das lâminas do colector.

Características do motor de tracção:

Enrolamento induzido — imbricado simples	$2p=2c$
Número de polos	$2p=10$
Número de espiras por polo principal	$n_{PP}/2p=2$
Número total de condutores do induzido	$n=620$
Número de espiras por secção do induzido	$n_s=1$
Largura das lâminas do colector	$b_c=4,3 \text{ mm}$
Número de escovas por polo	$n_e=5$
Comprimento de cada escova	$a=5 \text{ cm}$
Resistência total dos enrolamentos	$R_2=0,015 \Omega$
Reactância de dispersão dos enrolamentos	$X_2=0,020 \Omega$
Resistência das secções do induzido	$R_s=0,001 \Omega$
Reactância de dispersão das secções do induzido	$X_s=0,0009 \Omega$
Corrente de arranque	$I=2310 \text{ A}$
Fluxo útil por polo no arranque	$\Phi=0,0325 \text{ Wb}$

a) Linha média das escovas coincidente com a mica isolante entre lâminas do colector

Como cada escova curto-circuita apenas uma secção do enrolamento induzido (fig. 4), a f.e.m. de transformação será

$$E_{tr} = 2 \pi \left(\frac{50}{3} \right) 0,0325 = 3,4 \text{ V}.$$

Atendendo a que se têm $2p$ secções curto-circuitadas, supostas em paralelo, e ainda a que cada secção possui uma só espira ($n_s=1$) e que o número total de espiras

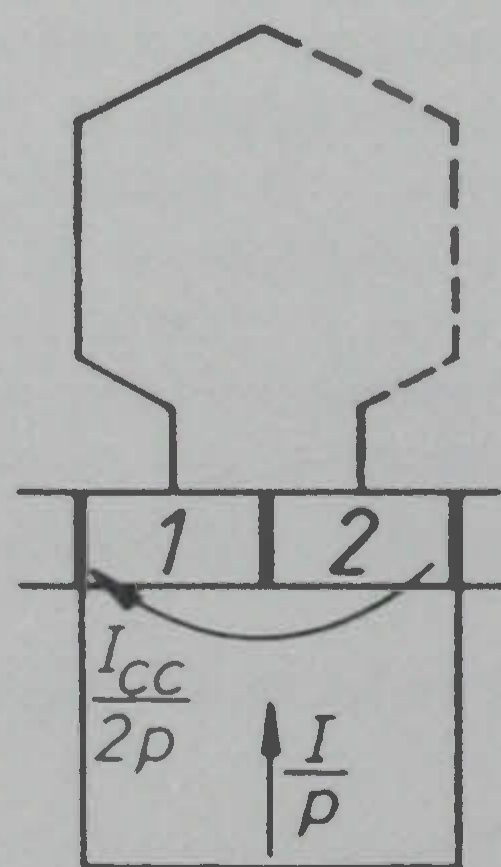


Fig. 4—Linha média das escovas coincidente com a mica isolante

do enrolamento indutor é $n_{PP}=2p(n_{PP}/2p)=10.2=20$, ter-se-á

$$R_1 = \frac{R_s}{2p} = \frac{0,001}{10} = 1,000.10^{-4} \Omega$$

$$X_1 = \frac{X_s}{2p} = \frac{0,0009}{10} = 0,900.10^{-4} \Omega$$

$$R'_2 = K^2 R_2 = \left(\frac{n_s}{n_{PP}} \right)^2 R_2 = \left(\frac{1}{20} \right)^2 0,015 = 0,375.10^{-4} \Omega$$

$$X'_2 = K^2 X_2 = \left(\frac{n_s}{n_{PP}} \right)^2 X_2 = \left(\frac{1}{20} \right)^2 0,020 = 0,500.10^{-4} \Omega$$

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 = 1,375.10^{-4} \Omega$$

$$X_{cc} = X_1 + X'_2 = 1,400.10^{-4} \Omega$$

Sendo cada escova constituída por n_e escovas simples, a superfície de contacto com o colector será, atendendo a que, por hipótese, cada escova cobre duas lâminas,

$$S = a b n_e = 5.0,43.5 \cong 10 \text{ cm}^2$$

donde

$$\frac{I_{cc}}{2p} = 10 \Delta_{cc}$$

$$I_{cc} = 100 \Delta_{cc}$$

o que nos permite graduar o eixo das abcissas do referencial Δ_{cc} , V em valores de I_{cc} e de $I_{cc}/2p$. Assim, se α for o factor de escala de Δ_{cc} , os factores de escala de $I_{cc}/2p$ e de I_{cc} serão, respectivamente, $\beta = 10\alpha$ e $\gamma = 100 \alpha$.

Quanto às rectas a traçar no quadrante inferior, como passam ambas pela origem basta definir um outro ponto para cada uma delas, o que não oferece dificuldade. Portanto, para $I_{cc} = 5000 \text{ A}$ ter-se-á $R_{cc}I_{cc} = 0,69 \text{ V}$ e $X_{cc}I_{cc} = 0,70 \text{ V}$.

Da respectiva construção gráfica (fig. 6) obtém-se finalmente $I_{cc_1} = 6600 \text{ A}$ o que corresponde a ter-se uma corrente de curto-circuito por escova $I_{cc_1}/2p = 660 \text{ A}$ (notar que a corrente de alimentação por escova tem o valor $I/p = 2310/5 = 462 \text{ A}$).

b) Linha média das escovas coincidente com a linha média das lâminas do colector

Nesta situação cada escova curto-circuita duas secções em série do enrolamento induzido (fig. 5), sendo deste modo tanto a f.e.m. de transformação como a relação de transformação duplas das da situação anterior, isto é

$$E'_{tr} = 2.3,4 = 6,8 \text{ V}$$

$$K = \frac{2 n_s}{n_{PP}} = \frac{1}{10}$$

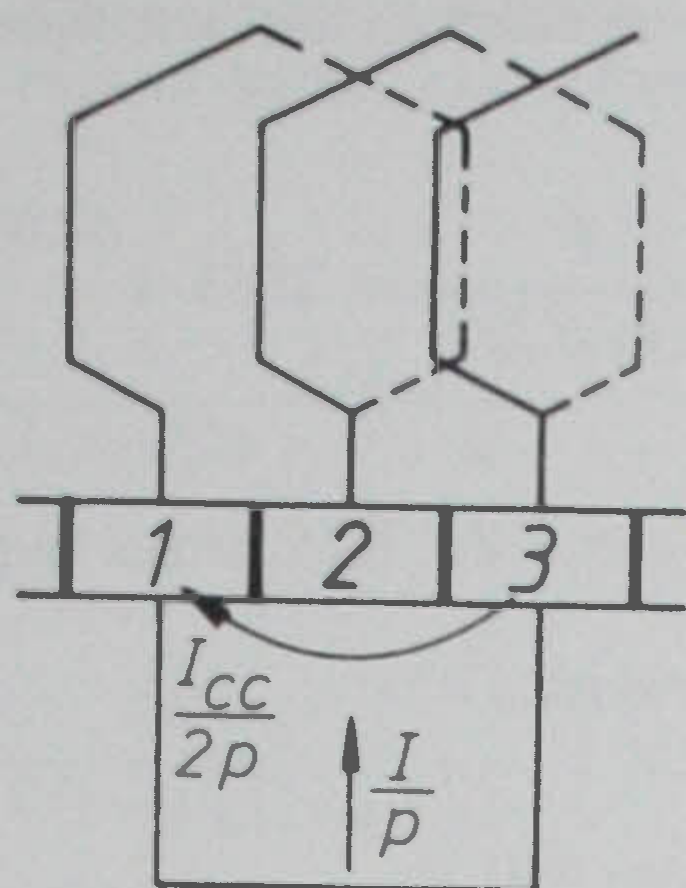


Fig. 5 — Linha média das escovas coincidente com a linha média das lâminas

Como cada escova curto-circuita 2 secções em série, o primário será constituído por um paralelo de $2p$ séries com 2 secções cada. Teremos assim

$$R_1 = \frac{2 R_s}{2p} = 2,000.10^{-4} \Omega$$

$$X_1 = \frac{2 X_s}{2p} = 1,800.10^{-4} \Omega$$

$$R'_2 = K^2 R_2 = 1,500.10^{-4} \Omega$$

$$X'_2 = K^2 X_2 = 2,000.10^{-4} \Omega$$

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 = 3,500.10^{-4} \Omega$$

$$X_{cc} = X_1 + X'_2 = 3,800.10^{-4} \Omega$$

Quanto à superfície de contacto, o seu valor será

$$S = a b n_c = 5 \left(\frac{0,43}{2} \right) 5 \cong 5 \text{ cm}^2$$

e, por conseguinte,

$$\frac{I_{cc}}{2p} = 5 \Delta_{cc}$$

$$I_{cc} = 50 \Delta_{cc}$$

Assim, sendo α' o factor de escala de Δ_{cc} , os factores de escala das correntes $I_{cc}/2p$ e I_{cc} serão, respectivamente, $\beta' = 5 \alpha'$ e $\gamma' = 50 \alpha'$.

Para $I_{cc} = 10\,000 \text{ A}$ tem-se ainda $R_{cc} I_{cc} = 3,5 \text{ V}$ e $X_{cc} I_{cc} = 3,8 \text{ V}$.

Da respectiva construção gráfica (fig. 6) obtém-se finalmente $I_{cc2}/2p = 940 \text{ A}$.

Os valores calculados em ambos os casos não são exactos mas sim aproximados. Na realidade, além dos erros introduzidos pelas hipóteses consideradas na demonstração teórica, há ainda que ter em conta que, se a densidade de corrente nas escovas atingir valores muito

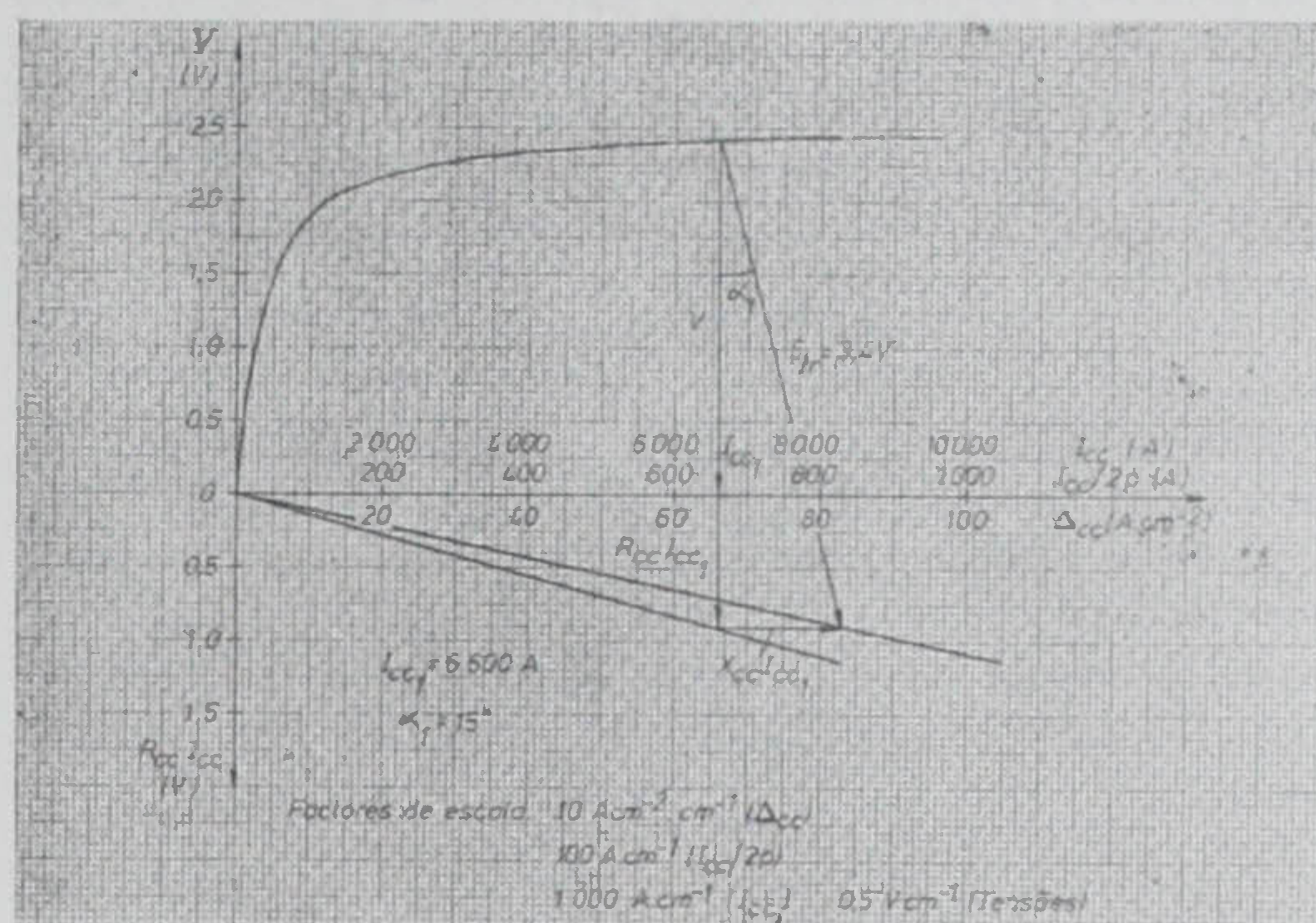
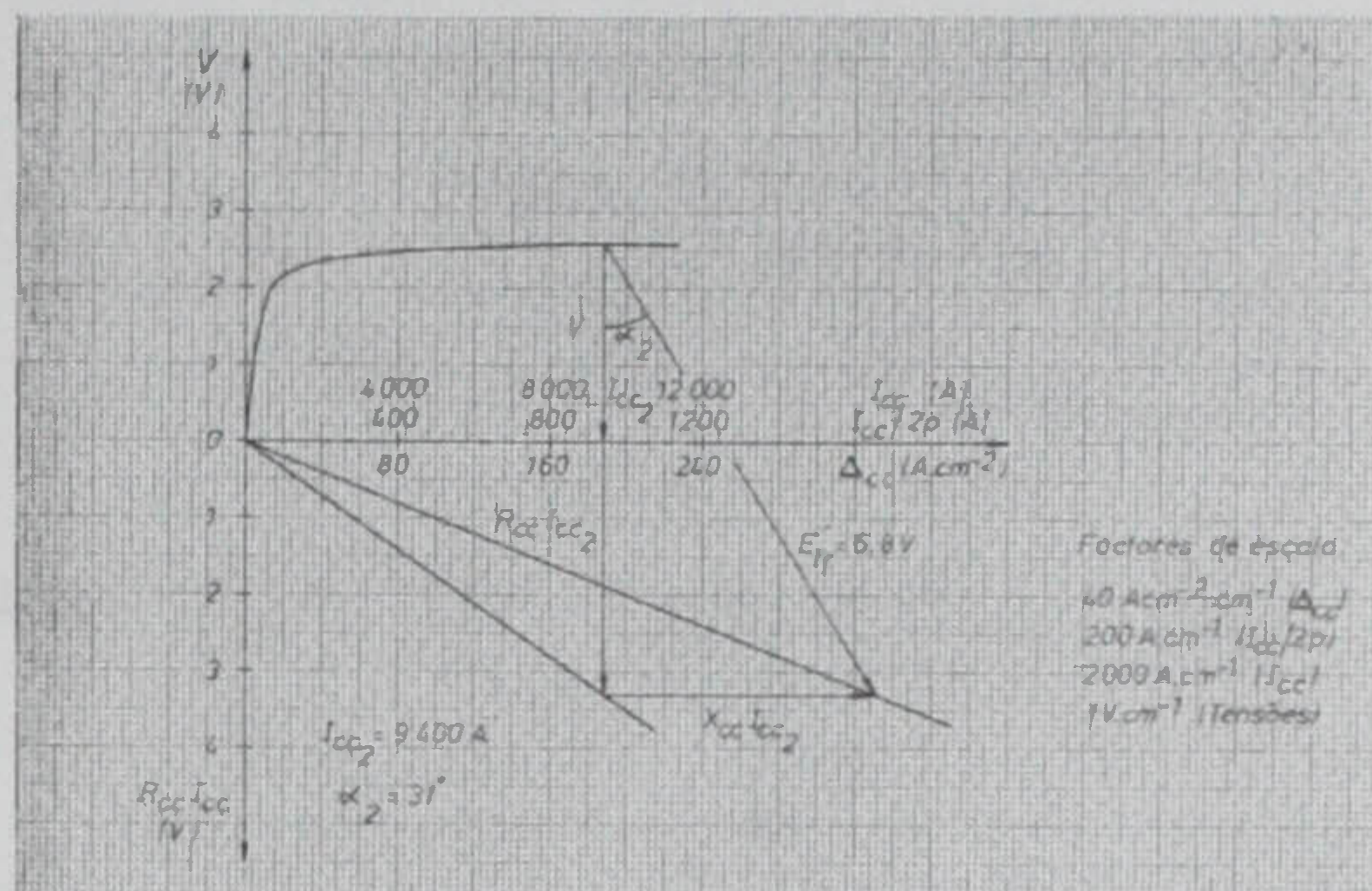


Fig. 6 — Linha média das escovas coincidente com a linha média das lâminas

superiores aos máximos admissíveis e durante muito tempo, o que pode acontecer se o rotor não entra imediatamente em movimento, o seu aquecimento pode levá-las à incandescência, e, sendo o seu coeficiente de temperatura negativo, a resistência de passagem das correntes de curto-circuito seria menor, o que conduziria a valores dessas correntes superiores aos calculados.

3 — INFLUÊNCIA DAS CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO SOBRE O BINÁRIO DE ARRANQUE

Nos cálculos que se seguem vamos considerar que metade das escovas se encontram na posição da figura 4 e a outra metade na da figura 5 [5]. No arranque o fluxo útil por polo tem o valor de $0,0325 \text{ Wb}$ ao qual corresponde uma f.e.m. de transformação de $3,4 \text{ V}$.

Tomando como referência o vector $\dot{\Phi} = 0,0325 e^{j0^\circ} \text{ Wb}$, as correntes de curto-circuito calculadas anteriormente serão, em notação complexa,

$$\dot{I}_{cc1} = I_{cc1} e^{-j(90^\circ + \alpha_1)} = 6600 e^{-j(90^\circ + 15^\circ)} \quad (13)$$

$$\dot{I}_{cc2} = I_{cc2} e^{-j(90^\circ + \alpha_2)} = 9400 e^{-j(90^\circ + 31^\circ)} \quad (14)$$

$$\frac{\dot{I}_{cc_1}}{2p} = 660 e^{-j(90^\circ + 15^\circ)} \quad (15)$$

$$\frac{\dot{I}_{cc_2}}{2p} = 940 e^{-j(90^\circ + 31^\circ)} \quad (16)$$

e as respectivas f.m.m.'s,

$$\dot{F}_{cc_1} = n_s \frac{\dot{I}_{cc_1}}{2p} = 660 e^{-j(90^\circ + 15^\circ)} \quad (17)$$

$$\dot{F}_{cc_2} = 2n_s \frac{\dot{I}_{cc_2}}{2p} = 1880 e^{-j(90^\circ + 31^\circ)} \quad (18)$$

$$\dot{F}_{cc} = \dot{F}_{cc_1} + \dot{F}_{cc_2} = 2520 e^{-j(90^\circ + 27^\circ)} \quad (19)$$

À f.e.m. de transformação $E_{tr} = 3,4$ V, induzida em cada secção curto-circuitada do enrolamento induzido e, consequentemente, entre duas lâminas consecutivas em curto-circuito uma vez que aquele enrolamento é imbricado simples, corresponde, como se sabe, o fluxo $\Phi = 0,0325$ Wb e a corrente $I_o = 2310$ A. Desprezando-se o ângulo de fase entre estas duas grandezas, devido à saturação e às perdas no ferro, virá, em notação complexa,

$$\dot{I}_o = I_o e^{j0^\circ} = 2310 e^{j0^\circ} \quad (20)$$

sendo a f.m.m. indutora

$$\dot{F}_o = 2 \frac{n_{PP}}{2p} \dot{I}_o = 9240 e^{j0^\circ} \quad (21)$$

Com efeito, como o motor possui $2p$ polos, o número de circuitos magnéticos é igualmente $2p$, sendo cada circuito constituído por dois polos adjacentes, pelos respectivos entreferros e pelas chapas magnéticas empilhadas do estator e do rotor (fig. 7a). Sendo, por outro lado, a f.m.m. gerada em cada um daqueles circuitos pela corrente indutora função do número total de espiras que abraçam o núcleo equivalente de cada circuito (fig. 7b), como se têm dois polos com $n_{PP}/2p$ espiras cada um, aquela f.m.m. será $F_o = 2(n_{PP}/2p) I_o$.

Do diagrama vectorial da figura 8 obtém-se a f.m.m. indutora

$$\dot{F} = \dot{F}_o - \dot{F}_{cc} = 10\,650 e^{j12,5^\circ} \quad (22)$$

que é necessário que seja gerada pelos polos principais para que o binário real de tracção, no arranque, tenha o valor

$$M_o = \frac{p}{2\pi c} n \Phi I_o = \frac{1}{2\pi} \cdot 620 \cdot 0,0325 \cdot 2310 = 7410 \text{ N.m} \quad (23)$$

Por sua vez, a corrente de arranque necessária será

$$\dot{I} = \frac{\dot{F}}{2(n_{PP}/2p)} = 2663 e^{j12,5^\circ} \quad (24)$$

por conseguinte cerca de 1,15 vezes superior a I_o .

Quanto à corrente

$$\dot{I}'_{cc} = 630 e^{j(90^\circ - 27^\circ)} \quad (25)$$

obtida através do diagrama vectorial da figura 8, ela corresponde à resultante das correntes de curto-circuito referidas ao enrolamento com $2(n_{PP}/2p)$ espiras. O seu valor pode ser confirmado analiticamente atendendo a que, dentro das hipóteses consideradas, estamos em presença dum transformador em que o enrolamento primário possui $2(n_{PP}/2p)$ espiras e o secundário é constituído por 2 enrolamentos, correspondendo um deles, com n_s espiras e percorrido pela corrente $I_{cc_1}/2p$, à secção curto-circuitada pela escova cuja linha média coincide com a mica isolante, e o outro, com $2n_s$ espiras e percorrido pela corrente $I_{cc_2}/2p$, às 2 secções em série curto-circuitadas pela escova cuja linha média coincide com a linha média das lâminas do colector. Deste modo,

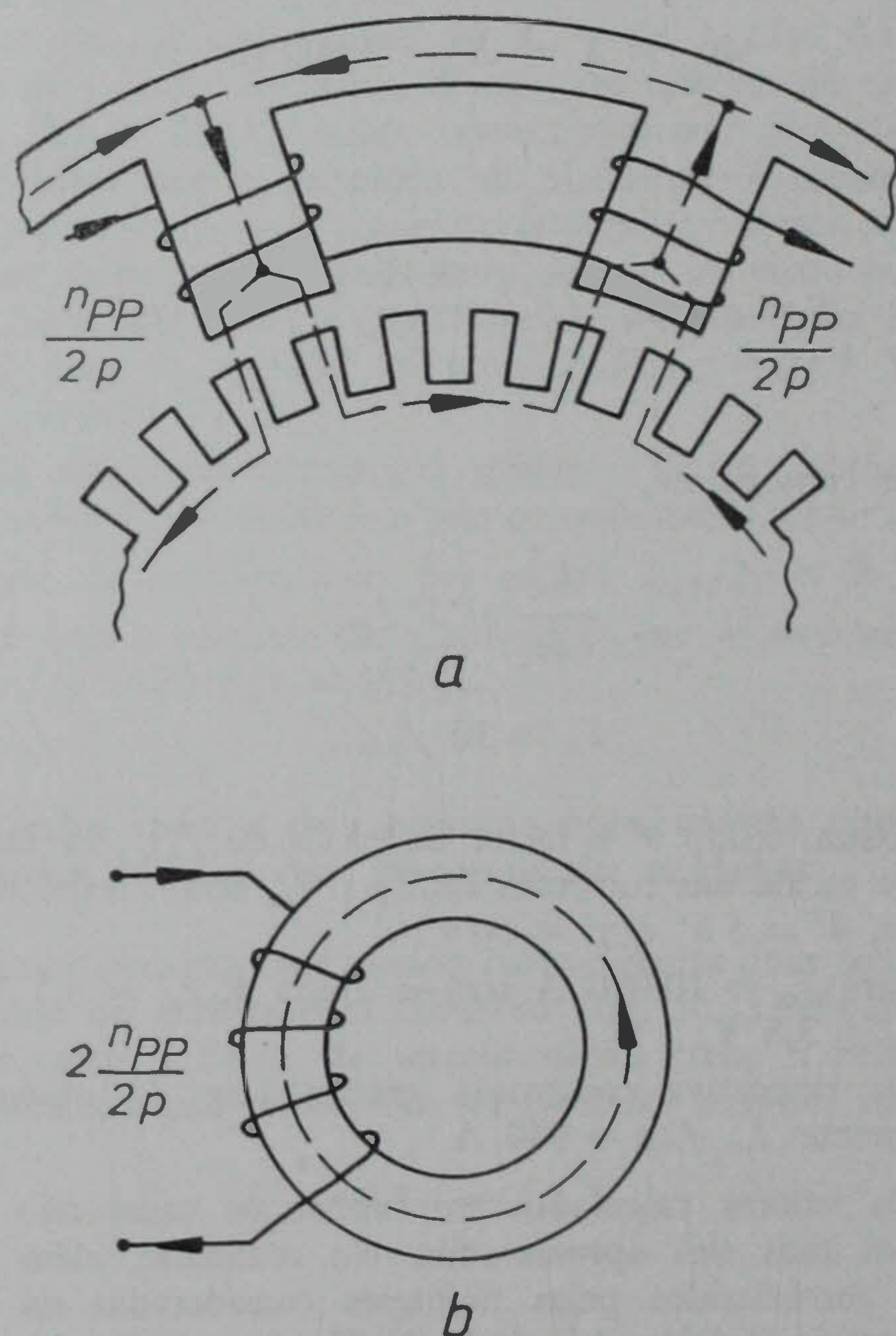


Fig. 7 — Circuito magnético do motor

as correntes de curto-circuito referidas ao enrolamento com $2(n_{pp}/2p)$ espiras serão, respectivamente,

$$\left(\frac{\dot{I}_{cc1}}{2p}\right)' = -\frac{n_s}{2(n_{pp}/2p)} \left(\frac{\dot{I}_{cc1}}{2p}\right) = 165 e^{j(90^\circ - 15^\circ)} \quad (26)$$

$$\left(\frac{\dot{I}_{cc2}}{2p}\right)' = -\frac{2n_s}{2(n_{pp}/2p)} \left(\frac{\dot{I}_{cc2}}{2p}\right) = 470 e^{j(90^\circ - 31^\circ)} \quad (27)$$

vindo para a resultante o valor

$$I'_{cc} = \left(\frac{\dot{I}_{cc1}}{2p}\right)' + \left(\frac{\dot{I}_{cc2}}{2p}\right)' = 630 e^{j(90^\circ - 27^\circ)} \quad (28)$$

Esta corrente poderia ainda ser determinada analiticamente através da expressão

$$\dot{F}_{cc} = -2 \frac{n_{pp}}{2p} \dot{I}'_{cc} \quad (29)$$

Quanto ao binário de arranque resultante, o seu valor será

$$M = \frac{p}{2\pi c} n \Phi I \cos \gamma = \frac{1}{2\pi} \cdot 620 \cdot 0,0325 \cdot 2663 \cdot \cos 12,5^\circ = 8340 \text{ N.m.} \quad (30)$$

ou seja, cerca de 1,13 vezes superior a M_o .

Conhecidos os valores de M e de M_o , o binário devido à reacção das correntes de curto-circuito será, consequentemente,

$$M'_{cc} = M - M_o = \frac{p}{2\pi c} n \Phi (I \cos \gamma - I_o)$$

ou

$$M'_{cc} = \frac{p}{2\pi c} n \Phi I'_{cc} \cos \gamma'_{cc} = 930 \text{ N.m.} \quad (31)$$

Sendo os valores do binário calculados através da expressão geral

$$M = \frac{p}{2\pi c} n \Phi I \cos \gamma \quad (32)$$

em que $I \cos \gamma$ representa a componente da corrente I segundo a direcção definida pelo vector Φ , como

$$I \cos \gamma \text{ (A)} = \delta \text{ (A.cm}^{-1}\text{)} \cdot I \cos \gamma \text{ (cm)} \quad (33)$$

ter-se-á

$$M \text{ (N.m)} = \lambda \text{ (N.m.cm}^{-1}\text{)} \cdot I \cos \gamma \text{ (cm)} \quad (34)$$

sendo $\lambda \text{ (N.m.cm}^{-1}\text{)} = (p/2\pi c) n \Phi \delta \text{ (A.cm}^{-1}\text{)}$ o factor de escala de M , podendo assim os valores de M_o , M

e M'_{cc} serem também obtidos graficamente a partir do diagrama vectorial da figura 8.

Por conseguinte, sendo $\lambda = 642 \text{ N.m.cm}^{-1}$ viria

$$I_o = 11,55 \text{ cm}$$

$$I \cos \gamma = 13 \text{ cm}$$

$$M_o = 7415 \text{ N.m} \simeq 7410 \text{ N.m}$$

$$M = 8346 \text{ N.m} \simeq 8340 \text{ N.m}$$

$$I'_{cc} \cos \gamma'_{cc} = 1,45 \text{ cm}$$

$$M'_{cc} = 931 \text{ N.m} \simeq 930 \text{ N.m}$$

As correntes de curto-circuito, além de provocarem uma redução do binário nos períodos de arranque, dão ainda origem, nos mesmos períodos, a vibrações mecânicas nos motores, vibrações essas que são facilmente sentidas nas automotoras das unidades triplas eléctricas da série 2000 ao serviço na rede electrificada a 25kV-50 Hz da CP, equipadas com 4 motores monofásicos de colector com uma potência unitária de 277 kW uni-horários. Vejamos qual a causa deste fenómeno

Sendo a corrente absorvida e, consequentemente, o fluxo, grandezas alternadas sinusoidais,

$$i = \sqrt{2} I \sin (\omega t + \gamma) \quad (35)$$

$$\phi = \sqrt{2} \Phi \sin \omega t \quad (36)$$

o binário,

$$m = \frac{p}{2\pi c} n \Phi I [\cos \gamma - \cos (2\omega t + \gamma)] \quad (37)$$

oscila, como se esquematiza na figura 9, com uma frequência dupla da frequência da rede de alimentação, em torno do valor médio M , dado pela exp. (32).

As vibrações acontecem precisamente nos intervalos de tempo $(\gamma/2\pi) T$, durante os quais o binário muda de sentido o que, em termos práticos, corresponde a uma tentativa de inversão do sentido de rotação do motor e, sendo o ângulo γ máximo no arranque, é nesse período que aquelas vibrações são perceptíveis. O binário de arranque nos motores em questão é, por assim dizer, um binário «martelador».

À medida que o motor vai acelerando a intensidade das correntes de curto-circuito diminui consideravelmente, podendo o ângulo γ ser desprezado.

4 — DIMENSIONAMENTO

DAS LIGAÇÕES RADIAIS RESISTENTES

Estas ligações resistentes, ao aumentarem a impedância dos contornos em comutação, permitem um aumento da f.e.m. de transformação entre lâminas consecutivas do colector curto-circuitadas, limitando simultaneamente a intensidade das correntes de curto-circuito, podendo assim os motores serem dimensionados com um fluxo superior ao correspondente à f.e.m. de transformação aconselhada pela prática (3 Va 4 V), conseguindo-se maiores potências por polo.

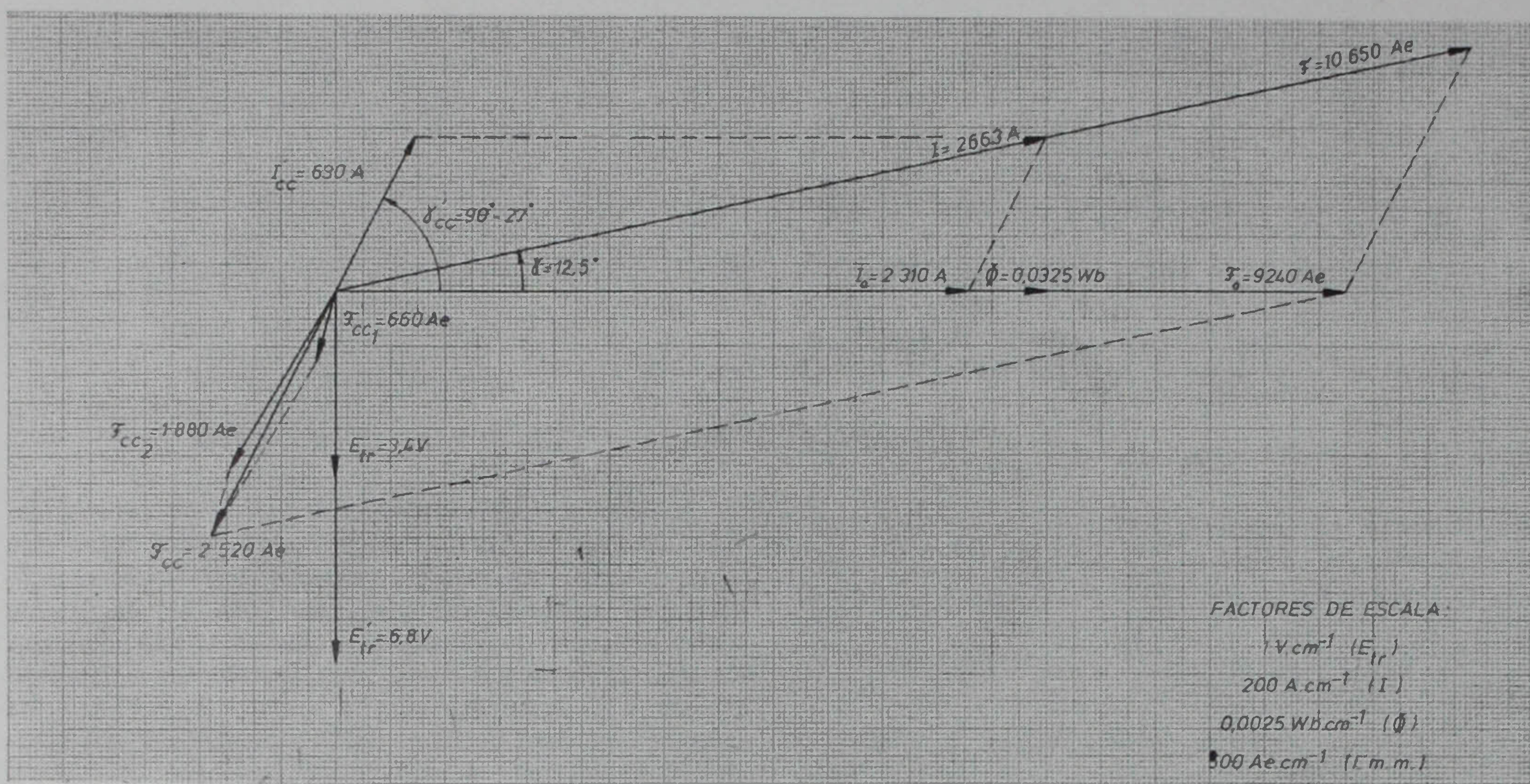


Fig. 8 — Reacção das correntes de curto-circuito

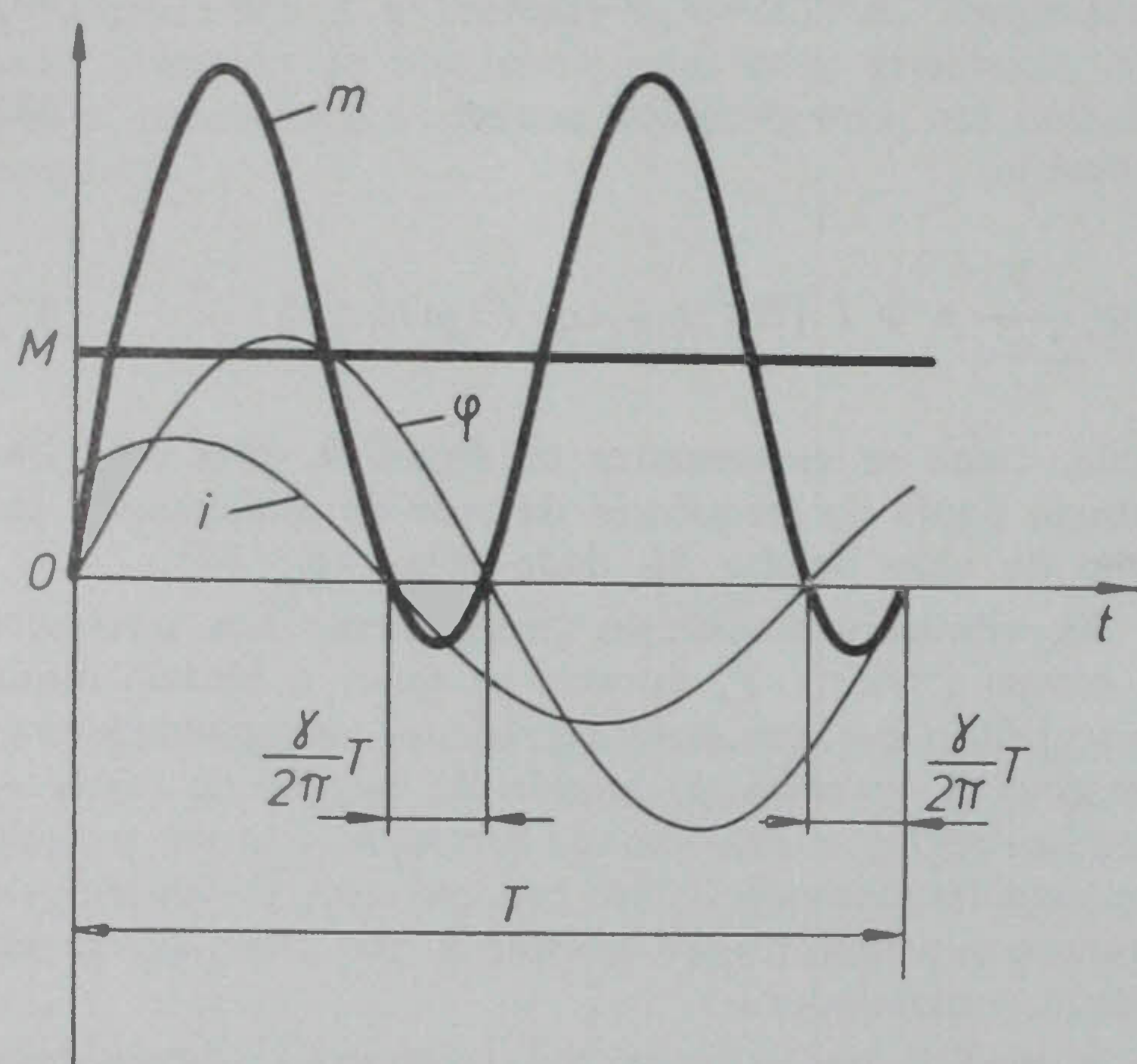


Fig. 9 — O binário nos motores monofásicos com colector

O dimensionamento destas ligações resistentes pode ser efectuado, analiticamente, a partir do método de cálculo das correntes de curto-circuito, carecendo no entanto de verificação experimental.

Vejamos então qual a metodologia a seguir.

- 1) Supondo que a linha média das escovas coincide com a mica isolante, gradua-se o eixo das abcissas da característica $V(\Delta_{cc})$ em valores de I_{cc} e de $I_{cc}/2p$. Traça-se igualmente a recta $R_{cc} I_{cc}$, correspondente à queda de tensão óhmica em R_{cc} , não se considerando as ligações resistentes;

- 2) Fixa-se um valor para a f.e.m. de transformação superior ao limite admissível (3 V a 4 V), mas sem ultrapassar normalmente os 5 V;
- 3) Por tentativas procede-se a uma construção gráfica, esquematizada na figura 10, de modo a que a corrente de curto-circuito seja inferior à calculada sem ligações resistentes e nas mesmas circunstâncias, devendo o segmento de recta $R_{cc_a} I_{cc}$ ser superior a $R_{cc} I_{cc}$, e $X_{cc} I_{cc}$ corresponder ao respectivo valor de I_{cc} ;

- 4) A partir do valor da queda de tensão óhmica $R_{cc_a} I_{cc}$ obtém-se

$$R_{cc_a} = \frac{R_{cc_a} I_{cc}}{I_{cc}} ; \quad (38)$$

- 5) Como em série com cada secção curto-circuitada existem 2 ligações resistentes (fig. 11), a resistência total do conjunto será $R_s + R_a$, vindo assim

$$R_{cc_a} = R_{1_a} + R_2' \quad (39)$$

com

$$R_{1_a} = \frac{R_s + 2R_a}{2p} \quad (40)$$

ou seja,

$$R_a = p (R_{cc_a} - R_2') - \frac{R_s}{2} \quad (41)$$

expressão esta que permitirá determinar o valor de R_a ;

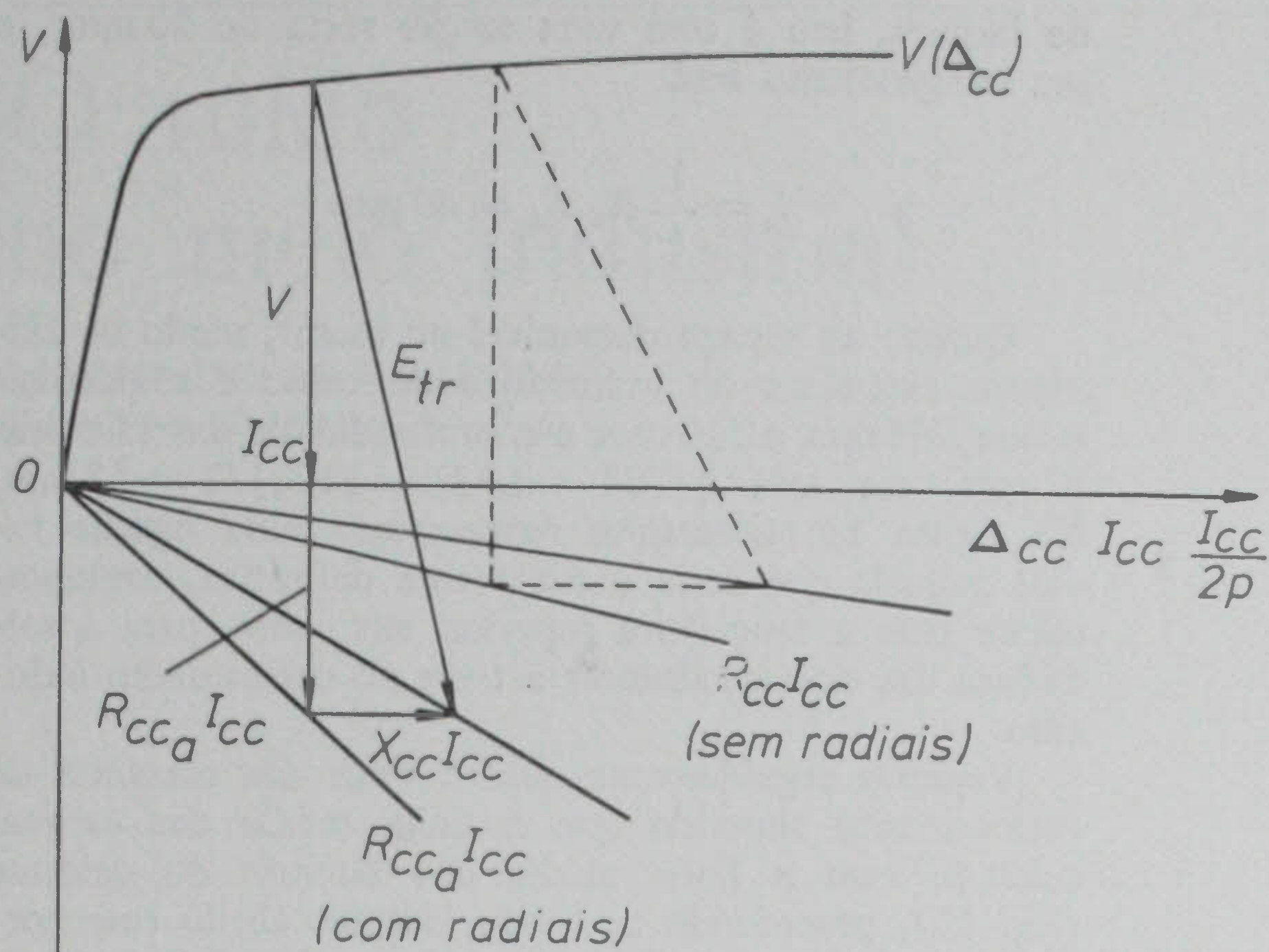


Fig. 10 — Dimensionamento das ligações radiais

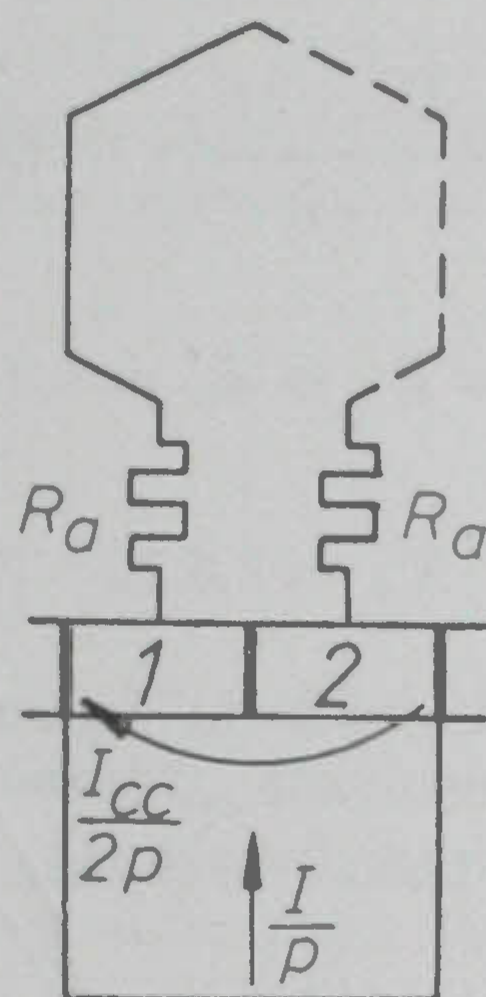


Fig. 11 — Ligações radiais

- 6) O comprimento l_a e a secção S_a das ligações resistentes serão calculados através da fórmula

$$R_a = \rho \frac{l_a}{S_a} \quad (42)$$

em que ρ representa a resistividade do material a utilizar.

Como é evidente, o número de radiais é igual ao número de lâminas do colector, sendo cada radial constituído por uma barrinha de liga metálica resistente, de forma ondulada, para que o comprimento calculado, l_a , seja satisfeito na prática. A sua montagem é efectuada radialmente ao veio do motor, daí a sua designação, constituindo o colector e as ligações radiais um só bloco a ser montado no veio.

Vamos de seguida exemplificar o dimensionamento daquelas ligações, tomando como base o motor utilizado na determinação das correntes de curto-circuito.

braçadeira em cobre para a soldadura dos condutores do induzido

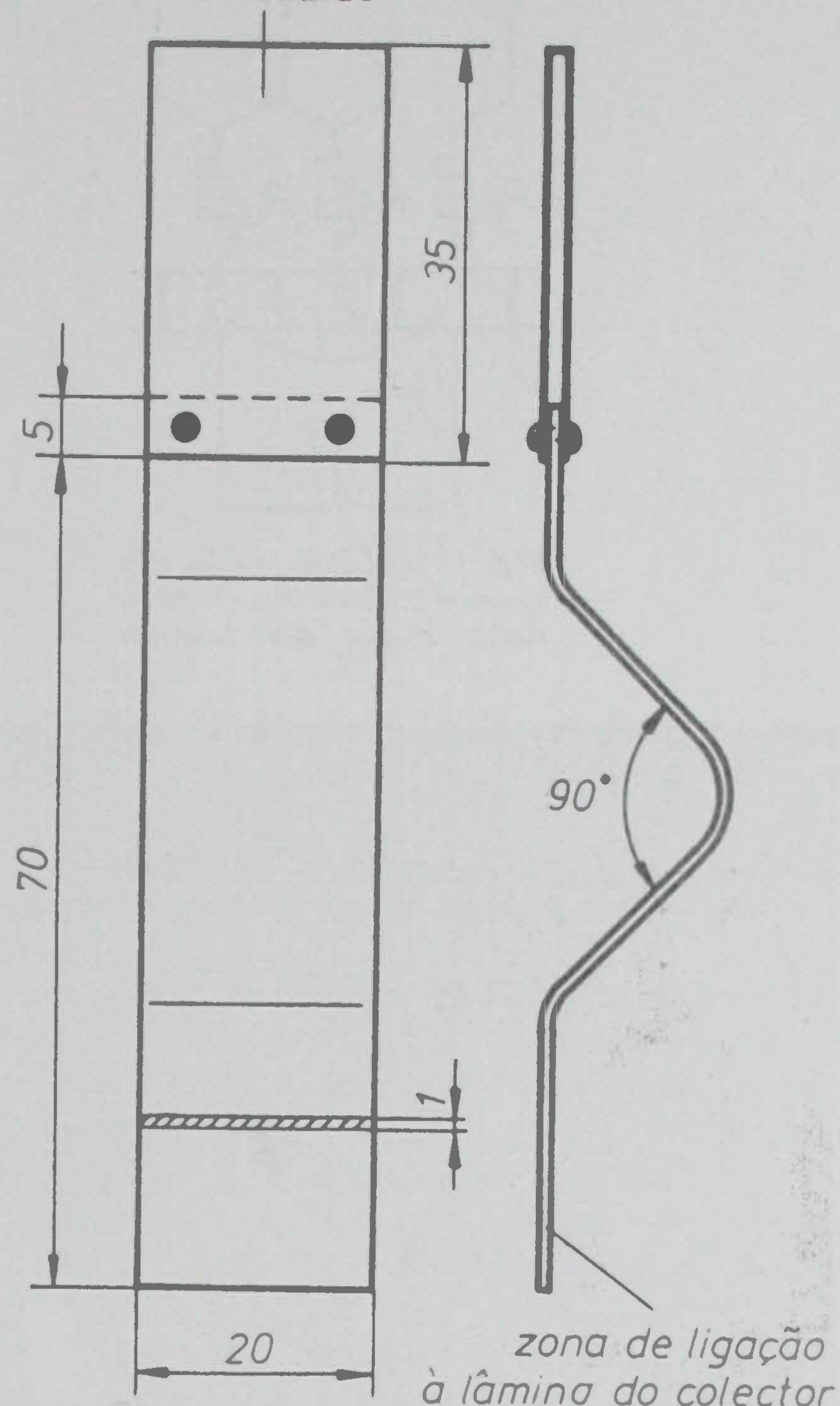


Fig. 12 — Forma e dimensões das ligações radiais

Assim, supondo que a linha média das escovas coincide com a mica isolante, ao impor-se para a f.e.m. de transformação o valor de 4,75 V consegue-se reduzir a intensidade das correntes de curto-circuito a $I_{cc_1}/2p = 550$ A (gráfico 1 da fig. 14).

Do mesmo gráfico, atendendo a que $I_{cc_1} = 5500$ A e $R_{cc_a} I_{cc_1} = (4,6 \text{ cm}) \cdot (0,5 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}) = 2,3$ V, ter-se-á

$$R_{cc_a} = \frac{R_{cc_a} I_{cc_1}}{I_{cc_1}} = 4,2 \cdot 10^{-4} \Omega$$

e, por conseguinte, sabendo-se que $p=5$, $R'_2 = 0,375 \cdot 10^{-4} \Omega$ e $R_s = 0,001 \Omega$,

$$R_a = p (R_{cc_a} - R'_2) - \frac{R_s}{2} = 0,0014 \Omega.$$

O material resistente a utilizar será o Constantan, que é uma liga com 60 % de cobre e 40 % de níquel, e com uma resistividade $\rho = 0,49 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$. Dimensionando as barrinhas com 1 mm de espessura e 20 mm

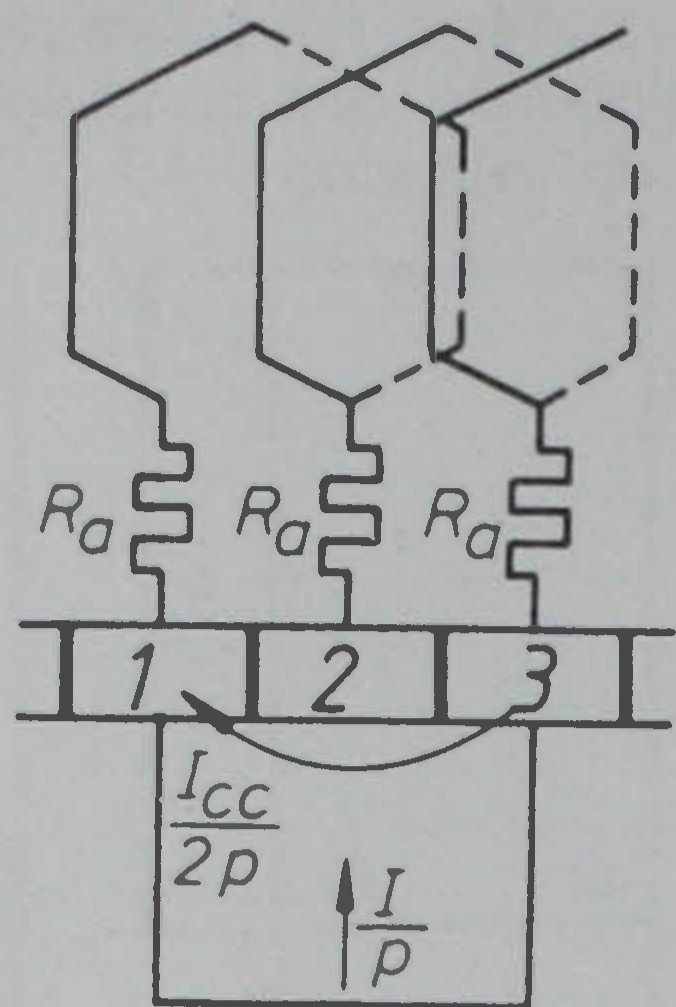


Fig. 13 — Linha média das escovas coincidente com a linha média das lâminas

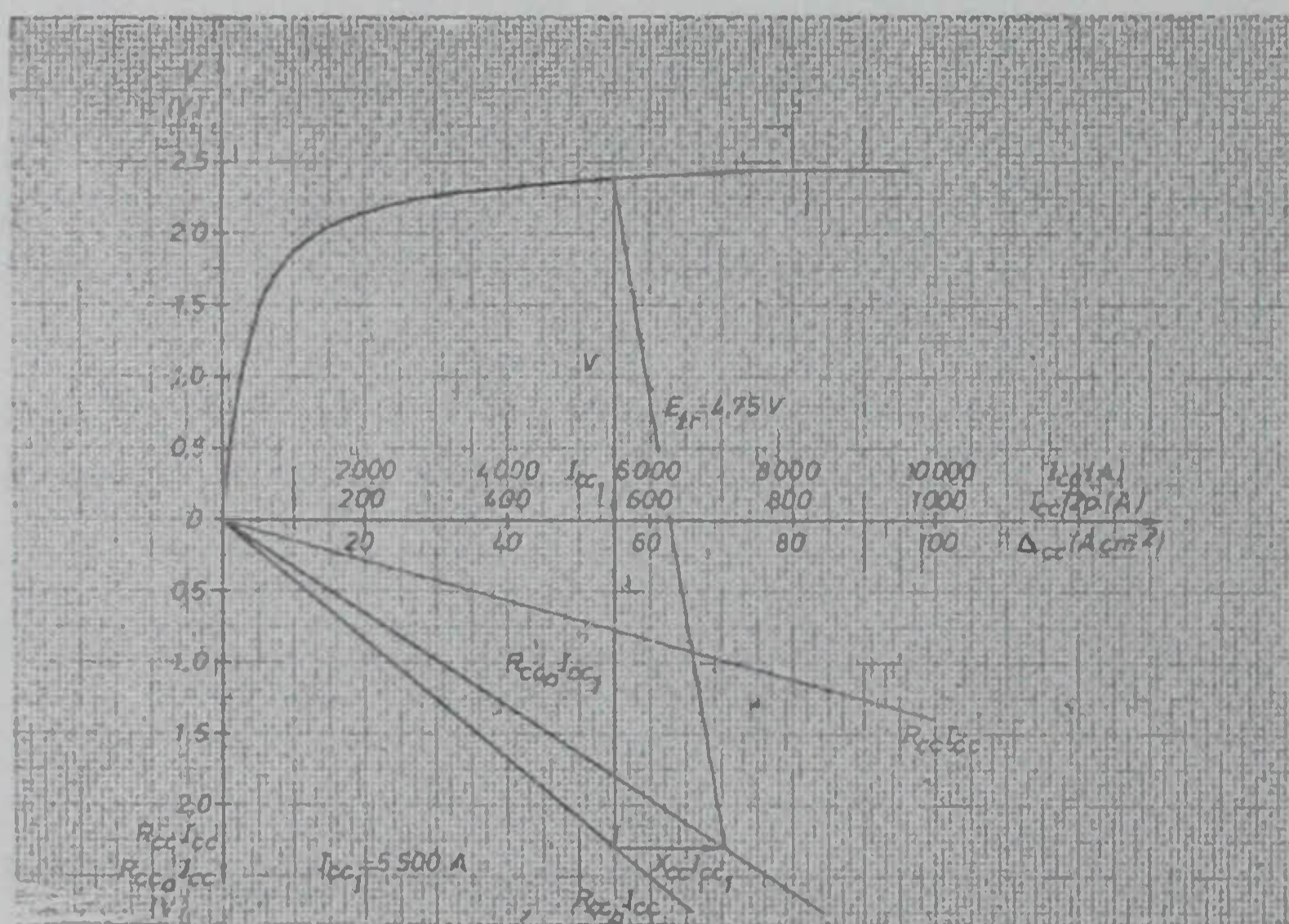
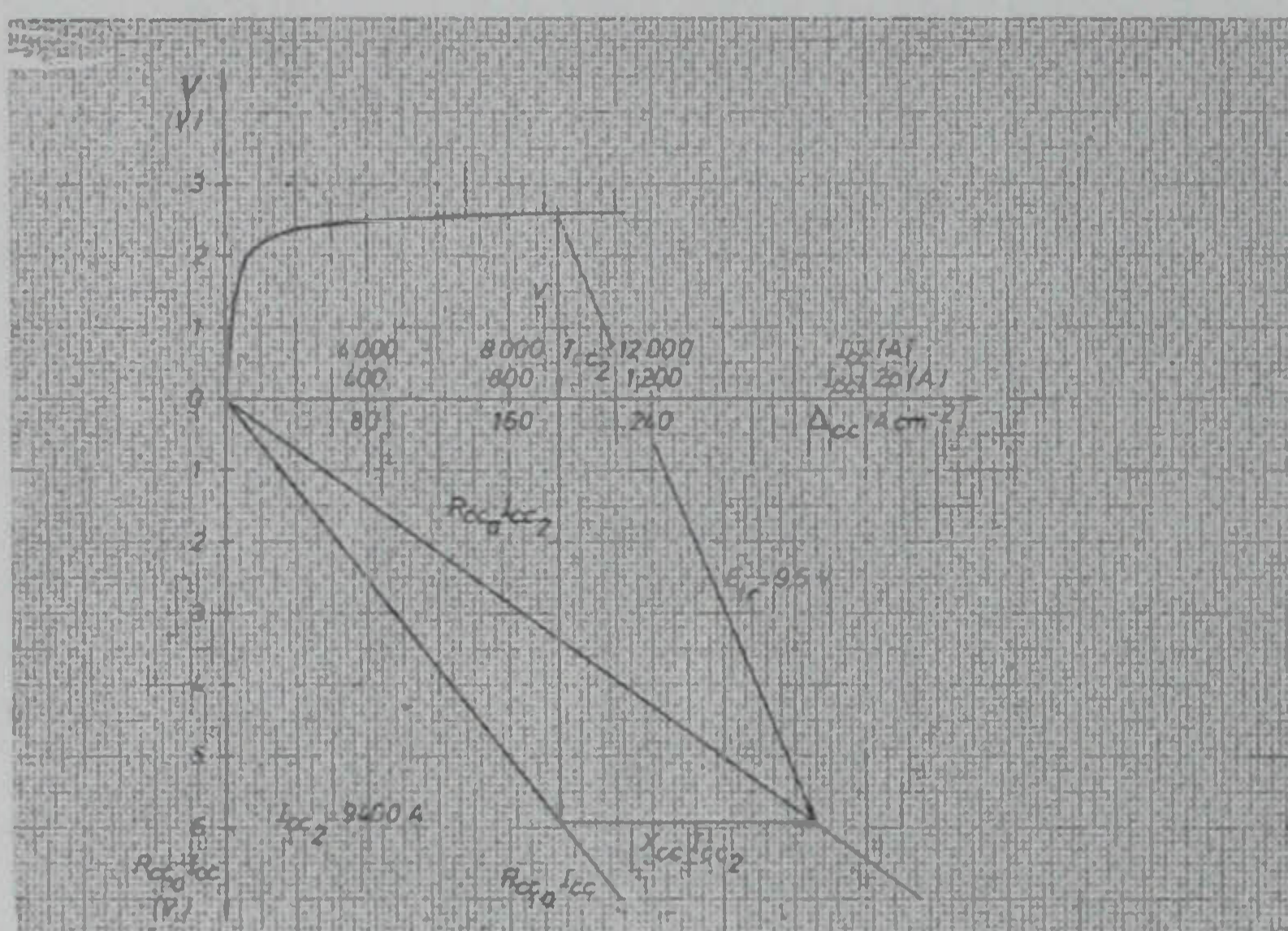


Fig. 14 — Correntes de curto-circuito, com ligações radiais resistentes

de largura, isto é com uma secção recta de 20 mm^2 , o seu comprimento será

$$l_a = \frac{1}{\rho} R_a S_a \cong 60 \text{ mm} .$$

Quanto ao espaço disponível no motor, sendo os diâmetros exteriores do induzido e do coletor respectivamente 704 mm e 510 mm e a profundidade das ranhuras 42 mm , ele será $[(704 - 2.42) - 510]/2 = 55 \text{ mm}$. Na figura 12 encontra-se representada uma ligação radial naquela que seria a sua forma definitiva, conjuntamente com a braçadeira superior, em cobre, para a soldadura dos dois condutores activos do enrolamento induzido.

Vejamos seguidamente qual o valor das correntes de curto-circuito supondo que a linha média das escovas coincide com a linha média das lâminas do coletor (fig. 13), procedendo de modo idêntico ao do caso correspondente mas sem ligações radiais resistentes.

Assim, como se têm 2 secções curto-circuitadas, em série, virá

$$E'_{tr} = 2.4,75 = 9,5 \text{ V}$$

$$R_{1a} = \frac{2R_s + 2R_a}{2p} = 4,8 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$R_{cc_a} = R_{1a} + R'_2 = 6,3 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$X_{cc} = 3,8 \cdot 10^{-4} \Omega$$

obtendo-se, do gráfico 2 da figura 14, a corrente de curto-circuito por escova $I_{cc_2}/2p = 940 \text{ A}$, portanto igual à que se teria sem radiais mas com uma f.e.m. de transformação menor.

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. CARVALHO: *Motores Monofásicos Série de Colector*; Dissertação de doutoramento, Porto, 1960.
- [2] GAIDE: *Le moteur direct a courant monophasé 50 Hz*; Revue Générale des Chemins de Fer, Novembro 1951, p. 611-617.
- [3] GARREAU, NOUVION: *Considérations sur les moteurs de traction monophasés du type série a collecteur*; Revue Générale des Chemins de Fer, Julho 1948, p. 221-235.
- [4] KOSTENKO, PIOTROVSKI: *Máquinas Eléctricas*; Mir, Moscovo, 1976.
- [5] RICHTER: *Moteurs Monophasés à Collecteur*; Dunod, Paris, 1959.