



Aplicação da teoria dos processos em cadeia Markov no estudo da regularização do Médio Cuanza

resumo

Faz-se inicialmente uma breve descrição das características do rio Cuanza e dão-se breves indicações sobre o primeiro aproveitamento hidroelétrico nele construído. Depois de uma sucinta informação sobre o que se previu para o aproveitamento do troço médio do rio, foca-se o problema do respectivo estudo da regularização de caudais em conjugação com o domínio de cheias e expõe-se a teoria dos processos em cadeia de Markov utilizada naquele estudo. Apresenta-se um exemplo de aplicação salientando as possibilidades do método empregado.

1 — Introdução

O rio Cuanza, cuja bacia hidrográfica, com cerca de 157.000 km², situa-se totalmente em Angola, sendo o maior rio que corre inteiramente em território angolano. Com aproximadamente 1 300 km de desenvolvimento é constituído por três troços bem definidos, de inclinação muito diferente: O de montante — alto Cuanza — com 820 km de desenvolvimento e uma inclinação média de 0,6%, o troço central — médio Cuanza — com 260 km de desenvolvimento e uma inclinação média de 5%, e o de jusante — baixo Cuanza — com 220 km e uma inclinação apenas de 0,07%.

Se os troços de montante e de jusante oferecem um interesse muito limitado sob o ponto de vista hidroelétrico, em contrapartida o Médio Cuanza, com 20% do desenvolvimento total representa cerca de 60% das reservas energéticas da bacia, o que mostra bem a sua importância.

abstract

The Author describes some propertiers of River Cuanza and presents important features on the first scheme already implemented and in operation. It follows information concerning what is advisable to explore hydropower in the midle section of its principal course. The study focuses on the problem of flow control, and reviews the Markov chains theory for applying in such studies. An example is discussed, revealing the significance of the method.

Se se notar que o Cuanza é um rio cujos caudais conhecidos (1973) têm oscilado entre 120 e 3 500 m³/s, com um caudal semi-permanente variando entre 65 e 100% do caudal médio anual de 680 m³/s, melhor se pode aquilatar das virtualidades do seu troço médio.

O aproveitamento hidroelétrico deste troço foi estudado pela SONEFE e iniciado pela construção do escalão situado no extremo de jusante — o aproveitamento de Cambambe — constituído fundamentalmente por uma barragem abóbada de betão e por uma central subterrânea.

Deste escalão está construída a 1.ª fase, que corresponde à barragem com um descarregador central com o coroamento 30 m abaixo da cota do coroamento definitivo da barragem, e à central onde, actualmente,

(*) J. Valente da Silva, Eng. Civil (FEUP).

estão instalados 4 grupos com a potência reduzida a 48 MW cada, uma vez que a barragem não atingiu ainda a altura total.

Aproveitando elementos anteriormente recolhidos por outras entidades e completando-os com os que obteve na rede de estações hidrométricas que montou na bacia do Cuanza, foi possível à SONEFE elaborar um estudo prévio do aproveitamento hidroeléctrico do Médio Cuanza e propor, como passo a dar a seguir à conclusão do escalão de Cambambe, a construção da primeira fase de uma barragem — Capanda — conjugada com uma segunda central em Cambambe.

Nesse estudo previu-se a construção de oito barragens a montante da de Cambambe, duas das quais — Capanda e Nhangue — criarão grandes albufeiras, com a capacidade, respectivamente, de $3\,300 \times 10^6$ e $6\,000 \times 10^6$ m³, possibilitando não só uma conveniente regularização dos caudais como o domínio das cheias.

A totalidade da energia produtível, com o aproveitamento previsto no estudo, atinge o valor de 26 200 GWh com uma potência contínua garantida de cerca de 3 000 MW.

2 — Estudo da regularização do caudal e do domínio das cheias

São evidentes as razões por que convém que o caudal regularizado tenha um valor tão alto quanto possível, mas quando a jusante da zona dos aproveitamentos existem vastos terrenos cuja protecção também tem que se ter em conta, surge um antagonismo de objectivos. A solução terá que ser de compromisso, pois, a partir de certo limite, só é possível aumentar o caudal regularizado com prejuízo dum mais eficiente controlo das cheias; inversamente, um melhor controlo das cheias, obrigará a reduzir o valor do caudal regularizado.

Haverá portanto, em casos semelhantes, que valorizar aqueles objectivos, estabelecer uma ou mais soluções de compromisso e estudar regras de exploração adequadas, tendo em vista os resultados pretendidos. O problema surgiu ao estabelecer-se o esquema do aproveitamento do médio Cuanza, que se pode considerar típico, onde as zonas a proteger se situam apenas a jusante de todos os aproveitamentos.

Podendo os objectivos a valorizar ser traduzidos satisfatoriamente a partir dos caudais regularizados (Q_r) e dos valores máximos dos caudais descarregados (Q_d), uns e outros associados a certas probabilidades de ocorrência, o problema a resolver consiste em, dados Q_d^o e Q_r^o , correspondendo a situações fixadas, determinar $P(Q_r \geq Q_r^o)$ e $P(Q_d \leq Q_d^o)$ ou seja as probabilidades de ocorrência de valores $Q_r \geq Q_r^o$ e $Q_d \leq Q_d^o$. Como dados do problema há ainda a distribuição estatística dos caudais de cheia e os respectivos hidrogra-

mas das afluências dos anos em que existem registos e a capacidade total das albufeiras.

Um problema do tipo do enunciado pode ser abordado pela teoria dos processos em cadeia simples de Markov, de que a seguir se dá uma breve indicação.

2.1 — Teoria dos processos em cadeia simples de Markov

Considere-se um sistema podendo tomar os estados E_i , com $i = 1, 2, 3, \dots$, verificando-se mudanças de estado apenas em instantes determinados que se numeram $0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$.

Seja $p_i(n)$ a probabilidade do estado E_i no instante n ; o conjunto das probabilidades $p_i(n)$ referentes a um dado instante n pode ser representado por um vector de tantas dimensões quantos os estados do sistema, satisfazendo às seguintes condições

$$\begin{aligned} 0 &\leq p_i(n) \leq 1 \\ \sum_i p_i(n) &= 1 \end{aligned}$$

Um vector com estas propriedades é chamado um vector estocástico que, representando as suas componentes as probabilidades de estado dum sistema, se chamará «vector de estado» do sistema.

Na mesma ordem de ideias uma matriz estocástica é uma matriz quadrada possuindo por definição as seguintes propriedades

$$\begin{aligned} 0 &\leq p_{ij} \leq 1 \\ \sum_j p_{ij} &= 1 \end{aligned}$$

sendo p_{ij} os elementos da matriz.

Suponha-se agora que a todo o par (E_j, E_k) é possível associar uma probabilidade p_{jk} correspondendo o estado j ao momento n e o estado k ao momento $n+1$.

Sendo conhecidas as probabilidades iniciais $p_i(0)$, ter-se-á então, uma cadeia de Markov regida pelas equações:

$$p_k(n+1) = \sum_j p_j(n) p_{jk}$$

constituindo o conjunto p_{jk} uma matriz estocástica.

Assim uma cadeia de Markov é definida pela sua matriz estocástica, também chamada matriz de transição, e pelo conjunto das probabilidades dos estados iniciais.

Se as probabilidades de transição p_{jk} dependerem de n a cadeia diz-se não estacionária.

Sendo \mathbf{P} a matriz atrás referida demonstra-se que, se \mathbf{P}^n tende para um limite \mathbf{P}^* quando $n = \infty$, a matriz \mathbf{P} é regular e existe uma única distribuição estacionária $p_j(\infty) = p^*$ que é independente de $p_j(0)$.

2.2 — Formulação das cadeias de Markov ao estudo de um reservatório

As matrizes estocásticas a que se irá recorrer são finitas, isto é, terão um número finito de elementos.

O conteúdo dum reservatório num instante n considera-se um processo aleatório cujos valores, positivos ou nulos, são limitados superiormente pela capacidade do reservatório. Este processo surge condicionado pelas leis de distribuição das afluições e ainda pela regra de exploração que, à priori, se tenha fixado.

O problema a resolver consiste na determinação da lei de probabilidades dos estados, isto é, na determinação da distribuição estacionária traduzindo o conteúdo do reservatório.

Para se evitarem as dificuldades resultantes de se considerar a variável (conteúdo do reservatório) como contínua, seleccionou-se uma série de valores dessa variável e definiram-se a partir deles os diversos estados do reservatório. Assim a variável aleatória referida foi considerada como sendo discreta e cada estado definido por dois valores consecutivos dessa variável.

Está-se pois perante um processo aleatório discreto «Markoviano». É discreto porque as mudanças de estado só se verificam em instantes dados, não aleatórios, formando quando muito um conjunto numerável e é, neste caso, markoviano porque, aquando duma mudança de estado, a influência do passado se encontra resumida no conhecimento do resultado da última transição.

Atendendo ao que se disse em 2.1, e sendo p_{ij} a probabilidade de à data $n + 1$ o reservatório se encontrar no Estado E_j , dado que se encontrava no estado E_i à data n , a matriz seguinte permite conhecer a probabilidade associada a cada estado, quando $t = n + 1$, desde que se conheçam os valores p_{ij} e as probabilidades dos estados quando $t = n$.

$$P =$$

$n+1$					
u	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
E_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}	p_{41}	p_{51}
E_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}	p_{42}	p_{52}
E_3	p_{13}	p_{23}	p_{33}	p_{43}	p_{53}
E_4	p_{14}	p_{24}	p_{34}	p_{44}	p_{54}
E_5	p_{15}	p_{25}	p_{35}	p_{45}	p_{55}

Atendendo a que as matrizes no caso vertente são regulares, quando $n = \infty$ é possível determinar uma única distribuição estacionária caracterizando os estados E_1, E_2, \dots, E_5 .

Chama-se *tempo médio para passar dum estado a outro* à esperança matemática do número de etapas para passar dum estado E_i a um estado E_j .

Seja n_{ij} o número médio de anos (sendo os instantes espaçados de um ano) permitindo atingir pela primeira vez o estado E_j partindo do estado E_i .

A expressão

$$n_{ij} = 1 + \sum_{k=j} p_{ik} / n_{kj}$$

permite determinar os valores dos n_{ij} .

Seja N a matriz formada com os elementos n_{ij} e N^* esta mesma matriz tendo os elementos da diagonal principal sido substituídos por zeros; a matriz quadrada da mesma ordem que N cujos elementos são todos iguais à unidade representar-se-á por C .

Sendo assim da expressão anterior resulta a seguinte igualdade matricial

$$N = C + PN^*$$

que premultiplicada por P^n fazendo em seguida $n = \infty$ dá

$$P^*N = P^*C + P^*PN^* = C + P^*N^*$$

ou

$$p^* (N - N^*) = C$$

donde se tira

$$n_{ii} = \frac{1}{p_i^*} :$$

Para obter os restantes elementos da matriz N é necessário recorrer à igualdade $N = C + PN^*$ e resolver tantos sistemas de equações quantas as linhas da matriz. Os valores dos elementos da diagonal principal podem assim ser confirmados.

As componentes do vector p^* resultam da resolução do sistema formado pelas equações

$$p^* (P - I) = 0$$

$$\sum_{i=1}^5 p_i^* = 1$$

que facilmente se justificam. Com efeito, por ser $p^* = p^* P$ será $p^* (P - I) = 0$ e a segunda equação traduz o facto de o vector ser estocástico.

3 — Aplicação das cadeias de Markov ao estudo da regularização do Médio Cuanza

Considerou-se como capacidade útil do reservatório $C = 8.10^9 \text{ m}^3$ (soma das capacidades úteis das albufeiras de Capanda e Nhangue deduzida de $0,5.10^9 \text{ m}^3$ para atender a perdas, erros, etc.) e definiram-se os seguintes estados:

$$\begin{aligned} E_1 &\leq 0 \\ 0 &< E_2 \leq 2.10^9 \\ 2.10^9 &< E_3 \leq 4.10^9 \\ 4.10^9 &< E_4 \leq 6.10^9 \\ 6.10^9 &< E_5 \end{aligned}$$

A análise dos hidrogramas dos caudais afluentes permitiu tirar as seguintes conclusões:

- O máximo caudal ocorre, geralmente, na primeira quinzena de Abril;
- os caudais decrescem depois até fins de Outubro;
- o crescimento dos caudais tem início normalmente em Novembro;
- é a evolução dos caudais entre Dezembro e Abril que condiciona as regras de exploração que se pretendam adoptar.

Com estas permissas e atendendo a que os hidrogramas anuais apresentam, relativamente ao hidrograma médio anual, dispersões acentuadas, não permitindo, por isso, a resolução do problema partindo da distribuição das aflúncias anuais, seleccionaram-se vários períodos cobrindo o ano hidrológico, e relativamente a cada um procurou-se uma distribuição estatística que representasse, com suficiente precisão, as respectivas aflúncias.

Ainda que existam correlações entre as aflúncias elas foram consideradas variáveis aleatórias independentes, verificando-se, pela confirmação dos resultados, que aquela hipótese simplificadora não tinha influência significativa nos valores dos resultados finais.

Assim foi possível formular uma regra de exploração, relativamente a cada período, durante as águas altas, sempre com o seguinte aspecto:

«Para um determinado valor da aflúncia deve procurar-se, nunca descarregando mais que um certo caudal Q_f , que, no fim do período, a albufeira tenha um certo volume disponível, isto é, esteja em determinado estado».

Por cada regra ensaiada fixou-se o valor Q_f que, em alguns casos, se fez variar de período para período.

Formulou-se ainda um outro tipo de regra de exploração relacionando os caudais a descarregar com as cotas da albufeira, definindo-se assim os valores médios destes caudais, ao passar dum estado para outro estado da albufeira.

De acordo com a teoria que muito resumidamente se expôs, determinaram-se, depois de arbitrado um caudal Q_r e fixada uma regra de exploração, as matrizes de passagem, correspondentes aos diversos períodos (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , pois foram considerados cinco períodos) e assim foi possível calcular a matriz $P = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5$ e depois as componentes do vector p^* que se referiu ao fim do período de estiagem.

Determinou-se então, entre outros elementos, a probabilidade de a albufeira se encontrar na estado E_1 , ou seja, de se encontrar vazia; mediu-se dessa forma a garantia com que é possível regularizar o caudal Q_r ao aplicar aquela regra de exploração.

Seguidamente, partindo da distribuição estatística dos caudais de cheia, dos hidrogramas de algumas cheias (cinquentenária, centenária e máxima), e atendendo à referida regra de exploração, determinou-se, por pontos, a distribuição aproximada dos caudais descarregados.

4 — Resultados principais

Determinado, graficamente, o caudal que se verificou ser possível regularizar nos anos para os quais se possuem registos, incluindo os mais secos, iniciou-se a aplicação da teoria exposta para a hipótese, referida àquele caudal ($Q_r = 500 \text{ m}^3/\text{s}$), de não fazer intervir qualquer regra de exploração.

Chegou-se assim à matriz P para este caso, que indica as probabilidades de passagem entre os diversos estados no período de um ano.

$n \backslash n+1$	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
E_1	0,06	0,14	0,47	0,33	0,00
E_2	0,05	0,12	0,48	0,35	0,00
E_3	0,01	0,07	0,51	0,41	0,00
E_4	0,00	0,04	0,52	0,44	0,00
E_5	0,00	0,04	0,52	0,44	0,00

Seguidamente determinaram-se as componentes do vector p^* , ou seja, as probabilidades dos estados no

início do primeiro período, que constam da primeira coluna do quadro seguinte; depois de conhecido este vector e as matrizes de transição A_1, A_2, \dots , determinaram-se para os restantes períodos as distribuições estacionárias (os resultados estão arredondados às centésimas).

Estados \ Períodos (inícios)	Períodos (inícios)				
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
E_1	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
E_2	0,06	0,06	0,04	0,01	0,00
E_3	0,51	0,46	0,34	0,11	0,01
E_4	0,42	0,42	0,42	0,28	0,04
E_5	0,00	0,06	0,20	0,60	0,95

Sendo, como se viu, $n_{ii} = 1/P_{ji}$, correspondendo o índice j ao período considerado, foi possível determinar os valores dos tempos médios para passar dum estado ao mesmo estado do sistema e que constam do quadro seguinte.

Estados \ Períodos (inícios)	Períodos (inícios)				
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
E_1	100	200	2 500	2 500	—
E_2	17	18	23	74	830
E_3	2	2	3	10	100
E_4	2	2	2	4	23
E_5	1 000	18	5	2	1

Assim para a hipótese considerada (sem qualquer regra de exploração) só, em média, de 100 em 100 anos não se conseguirá ter o caudal regularizado de 500 m³/s ou, o que é mesmo, e já se concluiu, aquele caudal pode ser regularizado com uma garantia de $1 - 0,01 = 0,99$.

Atendendo às probabilidades afectas a cada um dos estados e aos valores médios destes, calcularam-se ainda os valores esperados dos volumes de água na albufeira, em relação ao início de cada período e cujos valores constam do mapa seguinte.

Períodos (inícios)	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Volumes esperados [10 ⁶ m ³]	3 670	3 940	4 560	6 130	6 870

Mostraram-se assim alguns resultados principais que se podem obter com o método exposto para uma determinada hipótese, nesse caso a de não fazer intervir qualquer regra de exploração. De igual modo, formulando regras de exploração adequadas, fizeram-se diversas tentativas, determinando, de cada vez, além dum conjunto de valores formalmente idêntico ao indicado atrás, os valores de Q_d para várias cheias características. Partindo da distribuição estatística das pontas de cheia, determinou-se assim, fazendo intervir regras de exploração, os respectivos amortecimentos e, conseqüentemente, os correspondentes valores de Q_d .

Não podendo, pela sua extensão, incluir-se todos esses resultados, resumem-se na indicação do valor final de $P(Q_r \geq 500) = 0,93$, para a regra de exploração considerada satisfatória e dos valores, constantes do quadro seguinte, das cheias principais previstas e do amortecimento conseguido pela aplicação daquela regra.

Cheias [m ³ /s]	Cinquentenária	Centenária	Máxima
Sem amortecimento	4 400	5 000	8 200
Com amortecimento	2 500	2 900	5 900

Além dos resultados do tipo dos indicados, o método exposto oferece outras possibilidades. Por exemplo, pode impor-se que, no início de determinado período, as albufeiras tenham, pelo menos, um certo volume disponível.

Se esta condição for imposta relativamente ao início do período em que ocorrem as pontas de cheia significativas, fica-se a conhecer a capacidade da albufeira disponível para lhes fazer face; a regra de exploração relativa ao período anterior deve, então, ser estudada de molde a permitir que, no início daquele período, exista realmente a capacidade disponível.

Para o Médio Cuanza procedeu-se a uma análise deste tipo, impondo uma disponibilidade de $2\,000 \times 10^6$ m³ no início do período das cheias, para um caudal regularizado de 500 m³/s.

A garantia sem qualquer regra de exploração para $Q_r = 500$ m³/s que era de 0,99, como se indicou atrás, passou para 0,98, o que está de acordo com os

resultados anteriormente obtidos, pois que o valor esperado, do volume de água no início do período em que ocorrem as cheias (4.º período), $6130 \cdot 10^6$ m³, é superior aos 6000×10^6 m³ impostos para a hipótese vertente.

Ainda outra possibilidade do método, e que se aplicou para o médio Cuanza, é a avaliação aproximada do diagrama médio dos caudais descarregados.

Partindo dos valores esperados dos volumes de água na albufeira, no início dos períodos, pode determinar-se uma lei fictícia dos caudais afluentes originando armazenamentos com andamento semelhante ao revelado por aqueles valores esperados.

Desenhando o hidrograma anual médio, relativo às afluências verificadas e subtraindo a este hidrograma fictício adicionado ao relativo ao caudal constante Q_r , pode obter-se, aproximadamente, o andamento dos caudais médios (em cada instante) descarregados.

A jusante das albufeiras os caudais resultarão, evidentemente, da soma de Q_r aos caudais descarregados.

Aplicando o raciocínio exposto ao caso do médio Cuanza concluiu-se que a aplicação da regra de exploração ($Q_f = 2000$ m³/s para $Q_r = 500$ m³/s) reduzia em cerca de 40% a média dos caudais máximos descarregados.

5 — Conclusão

O que foi exposto mostra algumas das possibilidades de aplicação da teoria dos processos de Markov, em estudos de índole semelhante aos que se levaram a efeito para o caso do Médio Cuanza. Todos os estudos feitos conduziram a resultados que se consideram satisfatórios; a sua discriminação permite, só por si, antever outros, que de igual modo seria possível tratar.

NORMAS PORTUGUESAS ELECTROTÉCNICAS

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NP-2893 (1985) — Materiais isolantes eléctricos. Materiais isolantes sólidos. Condições normais a observar antes e durante os ensaios; | NP-2996/2 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SMA. Especificação particular; | NP-3086/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série 7-16. Especificação particular; |
| NP-2960 (1985) — Máquinas eléctricas rotativas. Máquinas de alta tensão. Métodos de ensaio do isolamento de barras e bobinas; | NP-3081 (1985) — Componentes electrónicos. Inspecção de pastilhas de semicondutores em microscópio electrónico de varrimento. Especificação de base; | NP-3088/1 (1985) — Componentes electrónicos. Núcleos de ferrite para indutâncias. Especificação intermédia; |
| NP-2961 (1985) — Máquinas eléctricas rotativas. Máquinas com altura de eixo entre 80 e 400mm. Medição e avaliação da intensidade das vibrações mecânicas; | NP-3082/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas. Especificação geral; | NP-3091/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ajustadores com núcleos de ferrite para indutâncias e transformadores sintonizados. Especificação intermédia; |
| NP-2962 (1985) — Máquinas eléctricas rotativas. Escovas de carvão, porta-escovas, colectores de lâminas e colectores de anéis. Definições e nomenclatura; | NP-3084/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SSMA. Especificação intermédia; | NP-3091/2 (1985) — Componentes electrónicos. Ajustadores com núcleos de ferrite para indutâncias e transformadores sintonizados. Especificação particular; |
| NP-2984 (1985) — Materiais isolantes para temperaturas elevadas. Métodos de ensaio para a resistência de isolamento e a resistividade transversal; | NP-3084/2 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SSMA. Especificação particular; | NP-2845/2 (1984) — Telecomunicações. Métodos de medição aplicáveis aos equipamentos em feixes hertzianos terrestres. 1.ª parte: medições comuns aos subconjuntos e às ligações simuladas. 4.ª secção: medições na faixa de base; |
| NP-2955/5 (1985) — Componentes electrónicos. Circuitos integrados digitais C. MOS. Séries 4000 B e 4000 UB. Especificação de família; | NP-3085/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SSMB. Especificação intermédia; | P-583 (1967) — Linhas eléctricas de alta tensão. Isoladores de linha rígidos de porcelana. Tipo largo; |
| NP-2996/1 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SMA. Especificação intermédia; | NP-3085/2 (1985) — Componentes electrónicos. Ligadores co-axiais para frequências radioeléctricas, da série SSMB. Especificação particular; | NP-2858 (1985) — Telecomunicações. Recomendações do CISPR. |