Distribuição do campo de indução magnética no entreferro do motor linear de indução

A. Leão Rodrigues (*)
C. Pereira Cabrita (**)

resumo

A partir dos princípios fundamentais, o artigo apresenta uma análise do campo de indução magnética para as diferentes topologias de uma máquina linear de indução. Com o auxílio de um computador pessoal HP 9000 são traçados mapas de fluxo para uma máquina linear em vazio e em carga com o rotor em alumínio.

abstract

From fundamental principles an analysis of the field over an open-sided and double-sided linear induction machine is examined in this paper. Flux maps for a linear machine with an aluminium sheet rotor for several slips are plotted by means a HP 9000 personal computer.

1. Introdução

O motor linear de indução pode apresentar industrialmente três topologias diferentes [1], a saber: simples estator eléctrico e magnético, simples estator eléctrico e duplo estator magnético e ainda duplo estator eléctrico e duplo estator magnético. O conhecimento da distribuição do campo magnético ao longo do entreferro de qualquer destas três topologias, quer em vazio quer em carga (com chapa rotórica inserida), é de primordial importância para a optimização e dimensionamento deste tipo de máquina. Vários autores [2, 6, 8, 9] têm trabalhos neste domínio. No entanto, uma sistematização de resultados para os vários tipos de configurações da máquina linear de indução baseados nas equações de Maxwell é agora ineditamente apresentada neste trabalho.

(*) Professor Associado da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
(**) Doutorado do Departamento de Engenharia Electrotécnica e Computadores do Instituto Superior Técnico.

2. Distribuição do campo magnético em vazio

A figura 1 mostra uma fotografia de um protótipo de um motor linear de indução trifásico construído com vista a diversos ensaios, incluindo a medição da distribuição do campo magnético. Para o estudo teórico da distribuição do campo magnético em vazio, supõe-se a ausência da chapa rotórica e as cavas e os dentes do estator do modelo reduzidas a uma superfície lisa de comprimento indefinido.

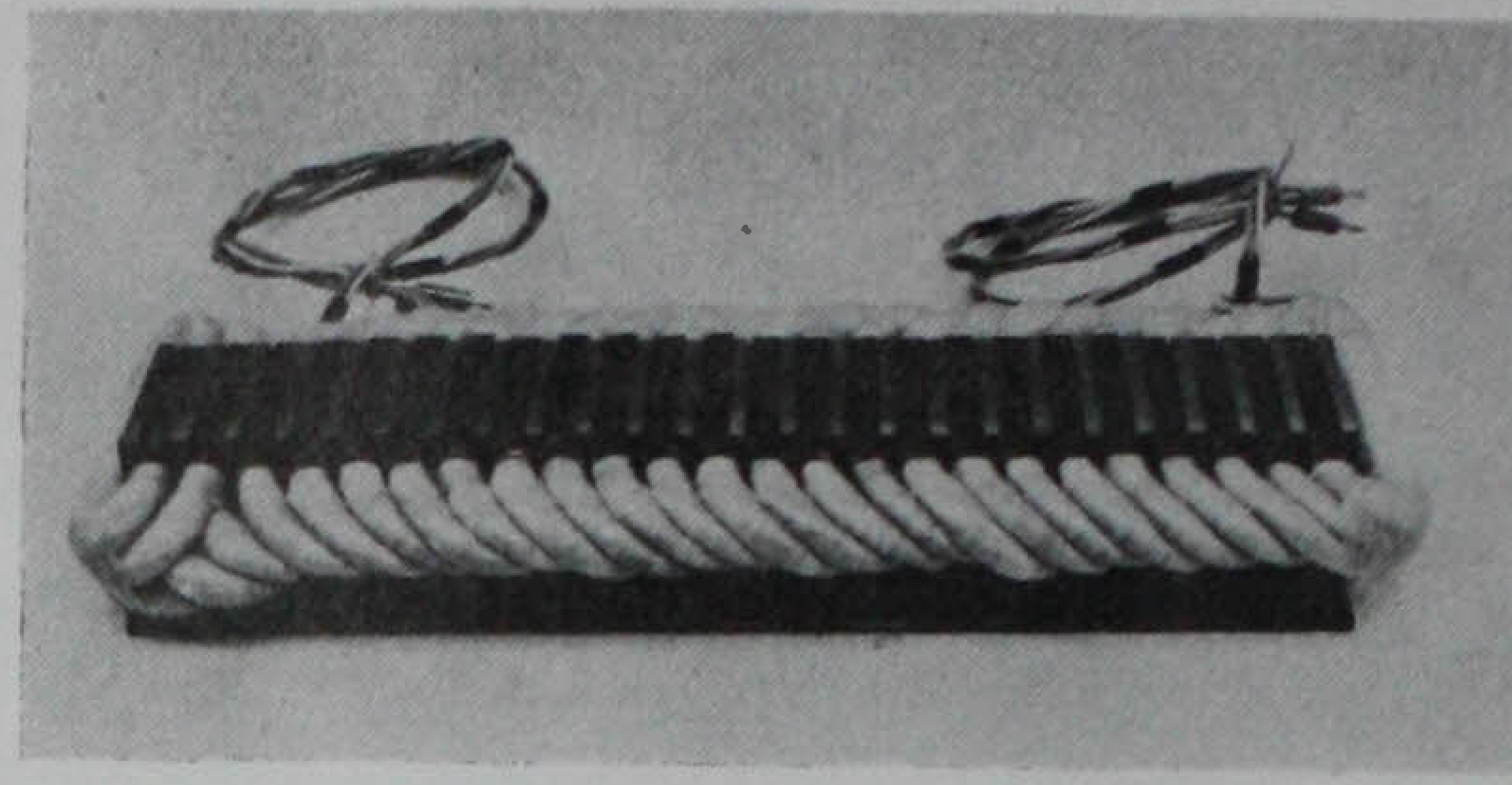

Fig. 1 — Protótipo de um motor linear de indução trifásico

A corrente instantânea injectada nas três fases do motor admite-se ser representada por uma folha de corrente com uma distribuição sinusoidal ao longo do estator com um passo polar τ_p e um comprimento de onda $\lambda = 2\tau_p$. Esta distribuição de corrente ao longo da periferia do estator toma então a forma

$$j_l = J_l \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} x = J_l \operatorname{sen} \frac{\pi}{\tau_p} x = J_l \operatorname{sen} \beta x \qquad (1)$$

onde $\beta = \pi/\tau_p$ e J_l representa a amplitude da onda sinusoidal.

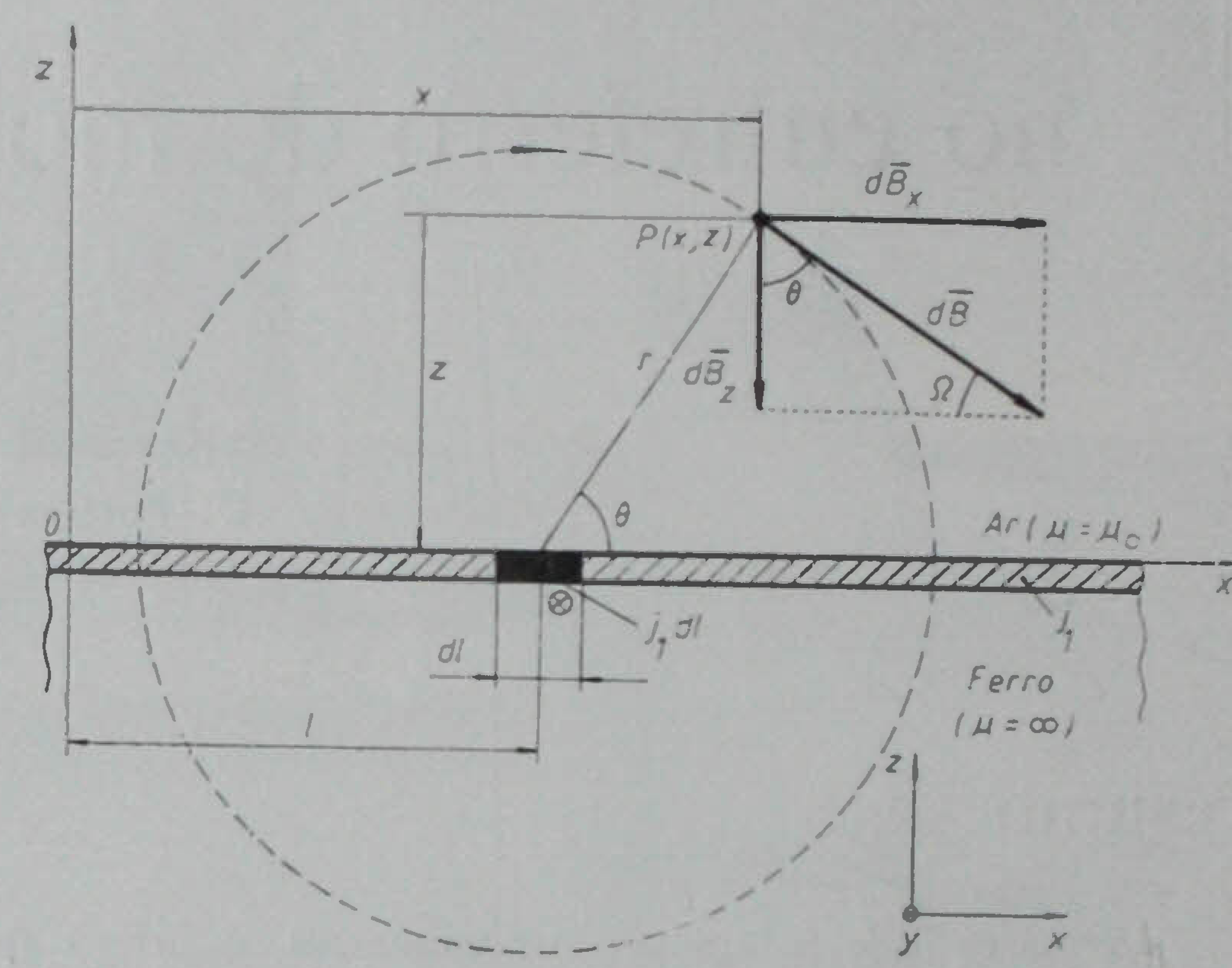

Fig. 2 — Componentes do campo de indução magnética devido a um elemento de corrente $j_l dl$

2.1. Máquina com simples estator eléctrico e simples estator magnético

Para uma máquina linear com circuito magnético a fechar-se pelo ar, sem chapa rotórica, como indica a figura 2, a densidade linear de corrente num ponto de abcissa $x = l$ será, de acordo com a Eq. (1), dada por

$$j_l = J_l \operatorname{sen} \beta l$$

Admitindo uma permeabilidade magnética infinita para o ferro, por aplicação da lei de Ampère ao elemento de corrente $j_l\, dl$ resulta para as componentes elementares do campo de indução magnética no ponto P (x, z) as seguintes expressões:

$$dB_x = \frac{\mu_0 J_l z \operatorname{sen}(\beta l)}{\pi [(x-l)^2 + z^2]} dl$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 J_l (x-l) \operatorname{sen}(\beta l)}{\pi [(x-l)^2 + z^2]} dl$$

Tendo em conta a distribuição total de corrente ao longo da periferia do estator de comprimento indefinido, vem para as componentes do campo total

$$B_x = \frac{\mu_0 J_l z}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}(\beta l)}{(x-l)^2 + z^2} dl$$

$$B_z = \frac{\mu_0 J_l}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-l) \operatorname{sen}(\beta l)}{(x-l)^2 + z^2} dl$$

ou, resolvendo os integrais,

$$B_x = \mu_0 J_l \operatorname{sen}(\beta x)\, e^{-\beta z} \qquad (2)$$

$$B_z = \mu_0 J_l \cos(\beta x)\, e^{-\beta z} \qquad (3)$$

Para um ponto genérico P(x, z) de uma linha de força do campo de indução magnética, conforme ilustra a figura 2, ter-se-á

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_p = \operatorname{tg}\Omega = \operatorname{cotg}\theta,$$

donde, tendo em atenção as Eqs. (2) e (3), resulta

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{cotg}(\beta\, x)$$

Por conseguinte, a equação de cada linha de força do campo de indução escreve-se

$$z = \int \operatorname{cotg}(\beta\, x)\, dx = \frac{1}{\beta} \ln \operatorname{sen}(\beta\, x) + C \qquad (4)$$

onde a constante de integração C toma um valor distinto para cada linha de força que se considere.

Para a determinação da constante C, considere-se a figura 3 onde Φ representa o fluxo total através de um plano perpendicular ao estator situado na abcissa $x = \tau_p/2$. Por simetria, as linhas de força do campo de indução são normais a este plano onde, de acordo com a Eq. (2), assume o valor

$$B_x = \mu_0\, J_l \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau_p} \cdot \frac{\tau_p}{2}\right) e^{-\beta z} = \mu_0\, J_l\, e^{-\beta z} = B_0\, e^{-\beta z}$$

O fluxo Φ_z que atravessa o referido plano, por unidade de comprimento transversal do estator, entre as cotas de ordenadas $z = 0$ até um valor genérico z, toma a forma

$$\Phi_z = \int_0^z B_x\, dz = \frac{1}{\beta} B_0 \left(1 - e^{-\beta z}\right) \qquad (5)$$

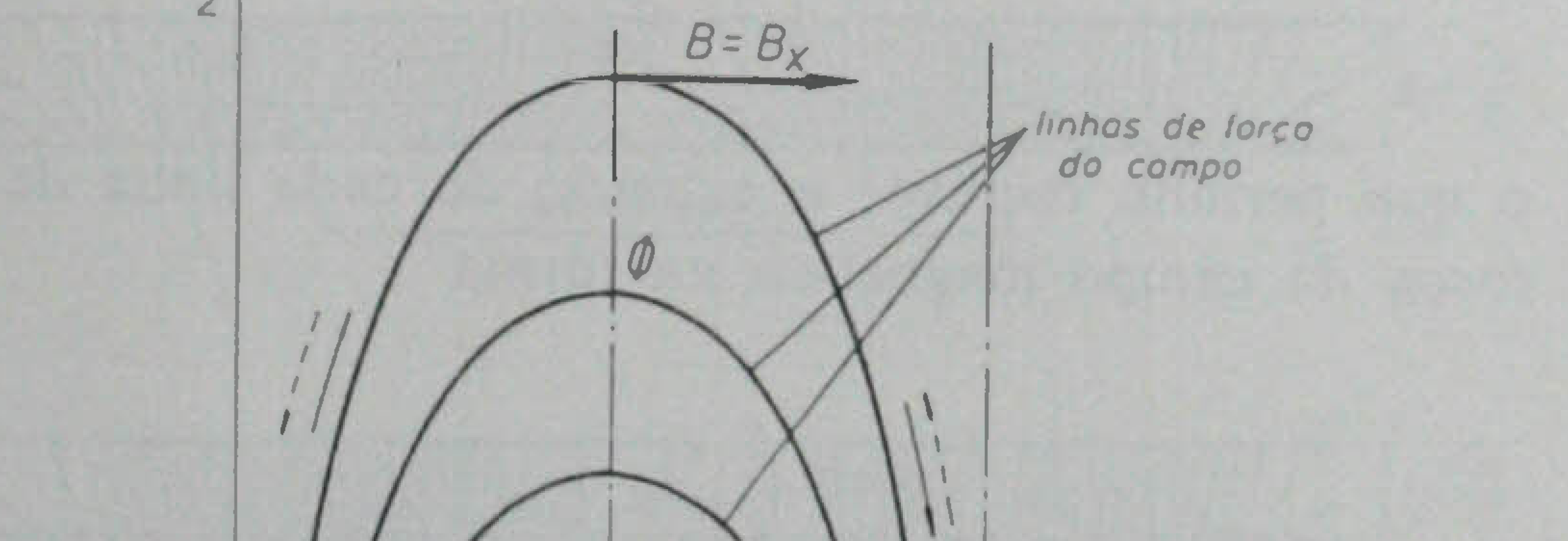

Fig. 3 — Linhas de força do campo de indução magnética ao longo de um passo polar

sendo, obviamente, o fluxo total ($z = \infty$) dado por

$$\Phi = \frac{1}{\beta} B_0 \qquad (6)$$

A relação entre a Eq. (5) e a Eq. (6) dá então a percentagem $\varepsilon\%$ do fluxo que passa até à cota z, ou seja

$$\frac{\varepsilon}{100} = \frac{\Phi_z}{\Phi} = 1 - e^{-\beta z}$$

donde

$$z = (z)_{x=\tau_p/2} = -\frac{1}{\beta} \ln\left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right) \qquad (7)$$

Finalmente, fazendo $x = \tau_p/2$ na Eq. (4) e substituindo nela a Eq. (7) resulta

$$C = -\frac{1}{\beta} \ln\left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right)$$

Deste modo, a Eq. (4) escreve-se

$$z = \frac{\tau_p}{\pi} \ln \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right)}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right)} \qquad (8)$$

que traduz a equação geral de uma linha de força do campo de indução. A figura 4 mostra um mapa de campo onde as linhas de força foram traçadas para percentagens de fluxo variando entre 5% e 95%, com intervalos de 5%.

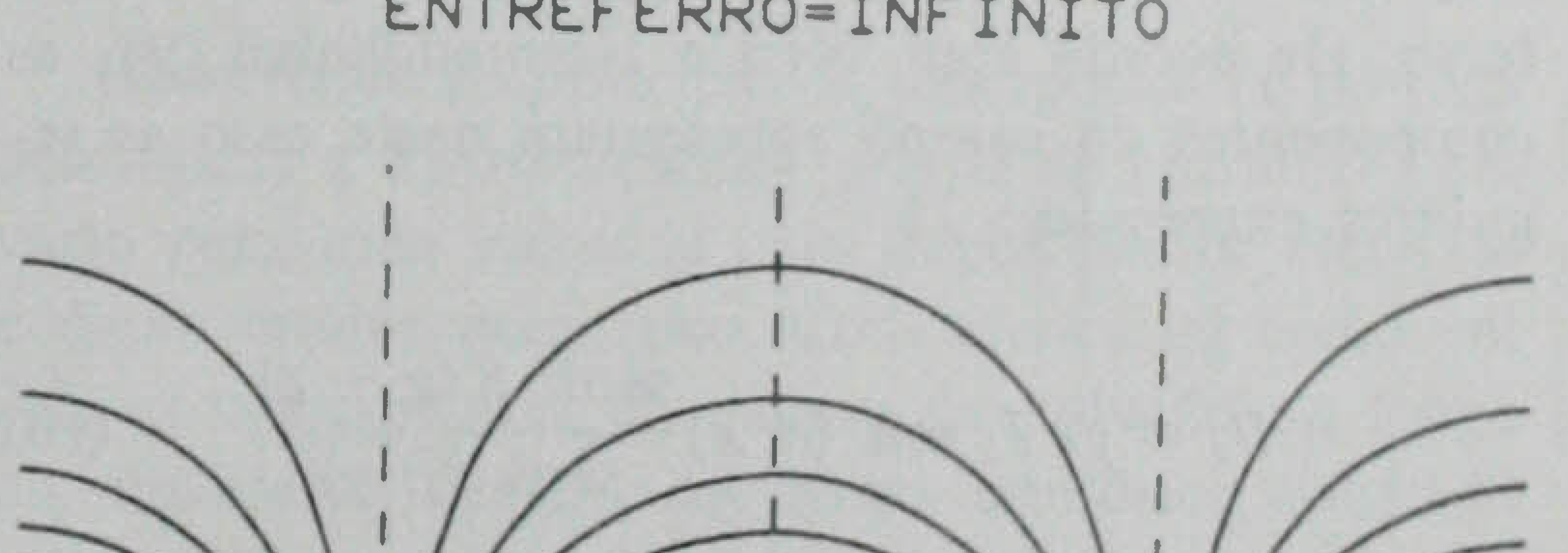

Fig. 4 — Distribuição do campo magnético de indução em vazio num simples estator eléctrico

Da análise da Eq. (8) e do mapa de campo resultam as seguintes conclusões:

1. As linhas de força do campo de indução são simétricas em relação ao plano de abcissa $x = \tau_p/2$ e tendem assintoticamente para os planos $x = 0$ e $x = \tau_p$.
2. A forma do mapa das linhas de força é independente do valor do passo polar τ_p, isto é, apresenta sempre a mesma configuração qualquer que seja o valor do passo polar.
3. As linhas de força atingem o valor máximo para $x = \tau_p/2$, ou seja

$$z_{max} = -\frac{\tau_p}{\pi} \ln\left(1 - \frac{\varepsilon}{100}\right) \tag{9}$$

Para um valor $z_{max} = \tau_p$, vem por substituição na Eq. (9), $\varepsilon = 95{,}7\ \%$. Este resultado indica que apenas cerca de 4 % do fluxo total passa acima de uma cota igual ao passo polar da máquina.

Para uma cota superior a τ_p/π, a Eq. (9) indica que passa cerca de 37 % do fluxo total. A este valor $g = \tau_p/\pi$ chama-se entreferro equivalente da máquina com simples estator eléctrico. Quer dizer que 63,2 % do fluxo total da máquina passa a cerca de $\tau_p/3$ acima do estator qualquer que seja a corrente estatórica.

2.2. Máquina com simples estator eléctrico e duplo estator magnético

A análise efectuada em 2.1 é válida somente para o estator em aberto a que corresponde um entreferro infinito. A introdução de um segundo bloco estatórico magnético em $z = g$ confere à máquina uma configuração com maior aplicação prática e por isso tem interesse o conhecimento do campo ao longo do entreferro. De acordo com West e Hesmondhalgh [9], as componentes do campo apresentam neste caso as seguintes expressões:

$$B_x = \mu_0\, J_l \operatorname{sen}(\beta\, x) \frac{\operatorname{senh} \beta\, (g - z)}{\operatorname{senh}(\beta\, g)} \tag{10}$$

$$B_z = \mu_0\, J_l \cos(\beta\, x) \frac{\cosh \beta\, (g - z)}{\operatorname{senh}(\beta\, g)} \tag{11}$$

De modo idêntico ao procedido em 2.1, ter-se-á

$$\frac{dz}{dx} = \frac{B_z}{B_x} = \operatorname{cotg}(\beta\, x) \operatorname{cotgh} \beta\, (g - z)$$

donde

$$\int \operatorname{tgh} \beta\, (g - z)\, dz = \int \operatorname{cotg}(\beta\, x)\, dx$$

ou

$$\operatorname{sech} \beta\, (g - z) = C \operatorname{sen}(\beta\, x) \tag{12}$$

Para o cálculo da constante C note-se que o fluxo que sai do estator ($z = 0$), por unidade de comprimento transversal do estator, entre os pontos de abcissa $x = 0$ e x_l é dado por

$$\Phi_{x_l} = \int_0^{x_l} [B_z]_{z=0}\, dx = \mu_0\, J_l \operatorname{cotgh}(\beta\, g) \cdot \int_{x_l}^{0} \cos(\beta\, x)\, dx =$$

$$= \mu_0\, J_l \operatorname{cotgh}(\beta\, g) \frac{1}{\beta} \operatorname{sen}(\beta\, x_l) \tag{13}$$

sendo o fluxo total entre $x = 0$ e $x = \tau_p/2$ dado por

$$\Phi = \mu_0\, J_l \operatorname{cotgh}(\beta\, g) \frac{1}{\beta} \tag{14}$$

Combinando as Eqs. (13) e (14), vem

$$\operatorname{sen}(\beta\, x_l) = 1 - \frac{\varepsilon}{100} \tag{15}$$

onde $\varepsilon = 1 - \frac{\Phi_{x1}}{\Phi}$ representa a fracção do fluxo entre $\tau_p/2$ e x_l. Fazendo na Eq. (12) $z = 0$ e $x = x_l$ e substituindo nela a Eq. (15), resulta

$$C = \frac{\operatorname{sech}(\beta\, g)}{1 - \frac{\varepsilon}{100}}$$

o que permite escrever a equação de cada linha de força do campo magnético na forma

$$\operatorname{sech} \frac{\pi}{\tau_p}(g - z) = \frac{\operatorname{sech}\left(\frac{\pi}{\tau_p} g\right)}{1 - \frac{\varepsilon}{100}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \tag{16}$$

A figura 5 ilustra cinco mapas de campo para o mesmo passo polar e cinco diferentes entreferros, onde as linhas de força foram traçadas para percentagens de fluxo variando entre 5 % e 95 % com intervalos de 5 %.

A análise da Eq. (16) e dos mapas de campo permite concluir o seguinte:

1. A dispersão de fluxo diminui à medida que a razão passo polar/entreferro aumenta.
2. Para a fronteira $z = g$ (bloco magnético de retorno) a Eq. (16) dá

$$x = \frac{\tau_p}{\pi} \text{ arc sen } \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{100} \right) \cosh \left(\frac{\pi}{\tau_p} g \right) \right]$$

com $0 < x < \frac{\tau_p}{2}$, devendo verificar-se a condição

$$0 < \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{100} \right) \cosh \left(\frac{\pi}{\tau_p} g \right) \right] < 1 \qquad (17)$$

para que a respectiva linha de força de percentagem ε atravesse totalmente o entreferro. Logo, para um determinado entreferro g, a percentagem de fluxo ε_s

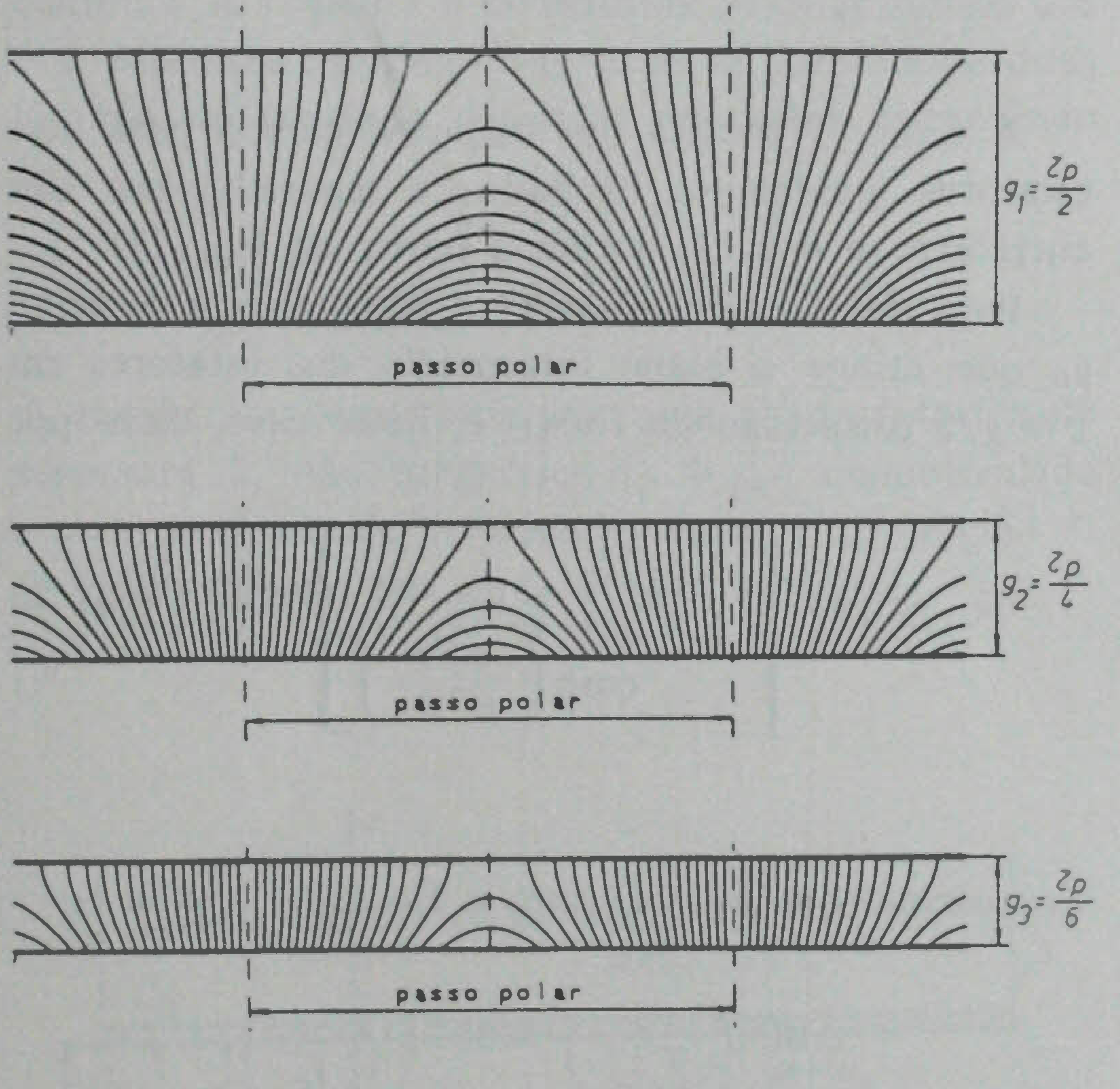

Fig. 5 — Distribuição do campo magnético de indução em vazio para várias razões passo polar/entreferro

que sai do bloco estatórico sem chegar ao bloco magnético (fluxo de dispersão) é obtida da Eq. (17) pela expressão

$$\varepsilon_s = 100 \left[1 - \frac{1}{\cosh \left(\frac{\pi}{\tau_p} g \right)} \right] \qquad (18)$$

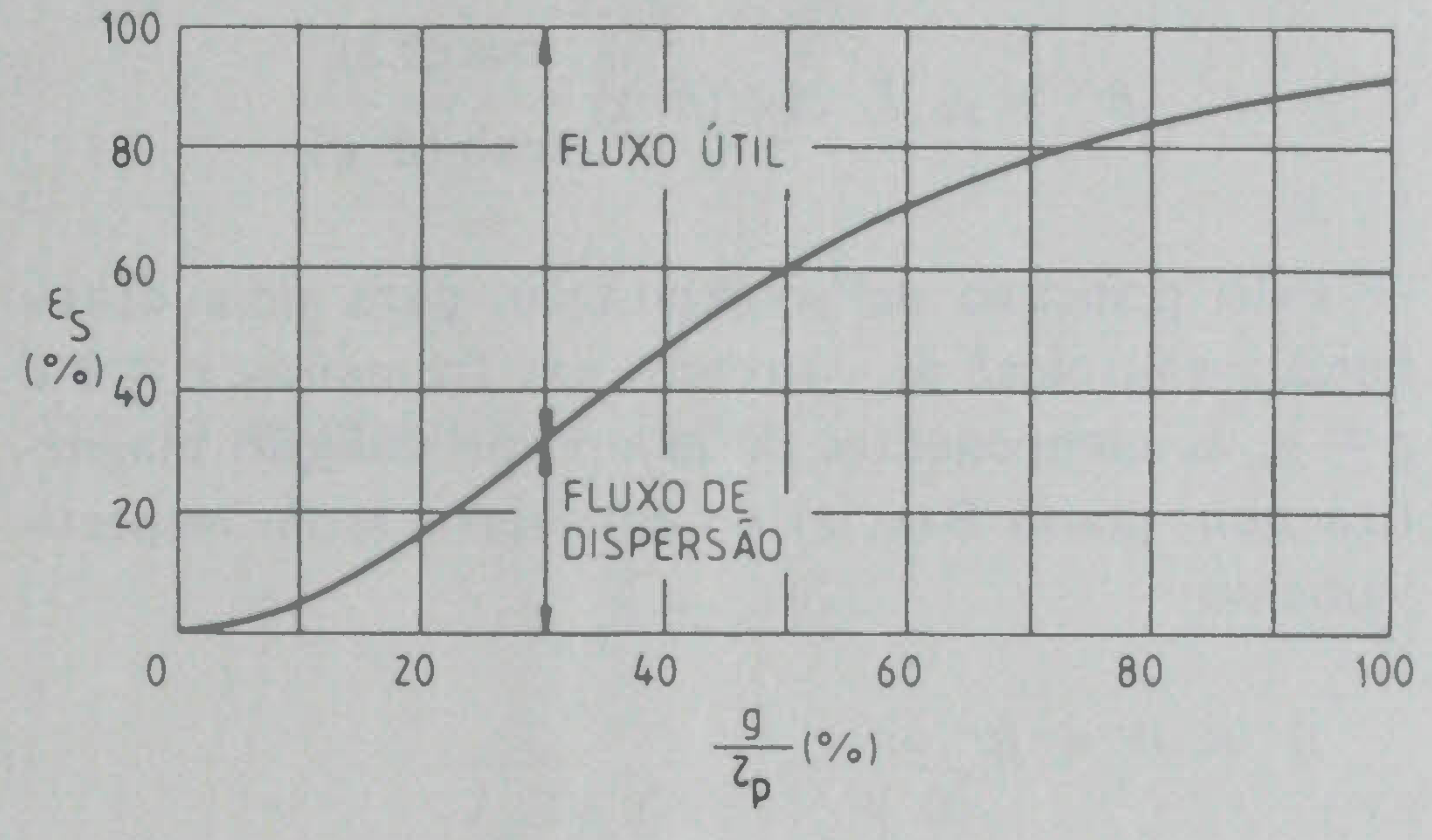

Fig. 6 — Variação da percentagem de fluxo com a razão g/τ_p

Na figura 6 está representado graficamente o andamento de ε_s em função da relação g/τ_p. Deste resultado conclui-se que enquanto para um entreferro igual a 10 % do passo polar (que é uma relação corrente neste tipo de máquinas) praticamente todo o fluxo atinge o bloco magnético de retorno (cerca de 95 % do fluxo total), para um entreferro igual ao passo polar apenas 8.6 % do fluxo total atinge o bloco magnético.

2.3. Máquinas com duplo estator eléctrico e duplo estator magnético

Recorrendo ao princípio da sobreposição é possível determinar a distribuição do campo no entreferro em vazio para uma máquina com duplo estator eléctrico e duplo estator magnético. Com efeito, tal como em 2.2, as componentes do campo de indução ao longo do entreferro devidas ao bloco estatórico colocado em $z = 0$, excitado com uma distribuição sinusoidal de corrente, são

$$B'_x = \mu_0 \, J_l \text{ sen } (\beta \, x) \frac{\text{senh } \beta \, (g - z)}{\text{senh } (\beta \, g)}$$

$$B'_z = \mu_0 \, J_l \cos (\beta \, x) \frac{\cosh \beta \, (g - z)}{\text{senh } (\beta \, g)}$$

Para a mesma distribuição sinusoidal de corrente, mas agora situada ao longo do bloco magnético superior situado em $z = g$, as componentes do campo de indução no entreferro, no mesmo referencial, tomam a forma

$$B''_x = -\mu_0 J_1 \operatorname{sen}(\beta x) \frac{\operatorname{senh}(\beta z)}{\operatorname{senh}(\beta g)}$$

$$B''_z = \mu_0 J_1 \cos(\beta x) \frac{\cos(\beta z)}{\operatorname{senh}(\beta g)}$$

Pelo princípio da sobreposição, para uma distribuição sinusoidal de correntes nas fronteiras $z = 0$ e $z = g$, as componentes do campo de indução magnética num ponto P (x, z) do entreferro serão respectivamente

$$B_x = B'_x + B''_x =$$

$$= \mu_0 J_1 \operatorname{sen}(\beta x) \frac{\operatorname{senh} \beta (g - z) - \operatorname{senh}(\beta z)}{\operatorname{senh}(\beta g)} \qquad (19)$$

$$B_z = B'_z + B''_z =$$

$$= \mu_0 J_1 \cos(\beta x) \frac{\cosh \beta (g - z) + \cosh(\beta z)}{\operatorname{senh}(\beta g)} \qquad (20)$$

A não existência de correntes no entreferro impõe a condição $\nabla \times \vec{B} = 0$ e portanto

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

Por conseguinte, atendendo a esta condição e às Eqs. (19) e (20), tem-se

$$\frac{B_z}{B_x} = \frac{dz}{dx} = \operatorname{cotg}(\beta x) \operatorname{cotgh} \beta \left(\frac{g}{2} - z\right)$$

donde, após integração, resulta

$$\operatorname{sech} \beta \left(\frac{g}{2} - z\right) = C \operatorname{sen}(\beta x) \qquad (21)$$

A determinação da constante de integração C da Eq. (21) poderá ser feita por um processo idêntico ao utilizado em 2.2, o que conduz a

$$C = \frac{\operatorname{sech}\left(\beta \frac{g}{2}\right)}{\left(1 - \frac{\epsilon}{100}\right)} \qquad (22)$$

A substituição da Eq.(22) na Eq.(21) permite escrever

$$\operatorname{sech} \beta \left(\frac{g}{2} - z\right) = \frac{\operatorname{sech}\left(\beta \frac{g}{2}\right)}{\left(1 - \frac{\epsilon}{100}\right)} \operatorname{sen}(\beta x) \qquad (23)$$

expressão que traduz o andamento de cada linha de força do campo no entreferro em vazio para uma máquina com duplo estator eléctrico e duplo estator magnético.

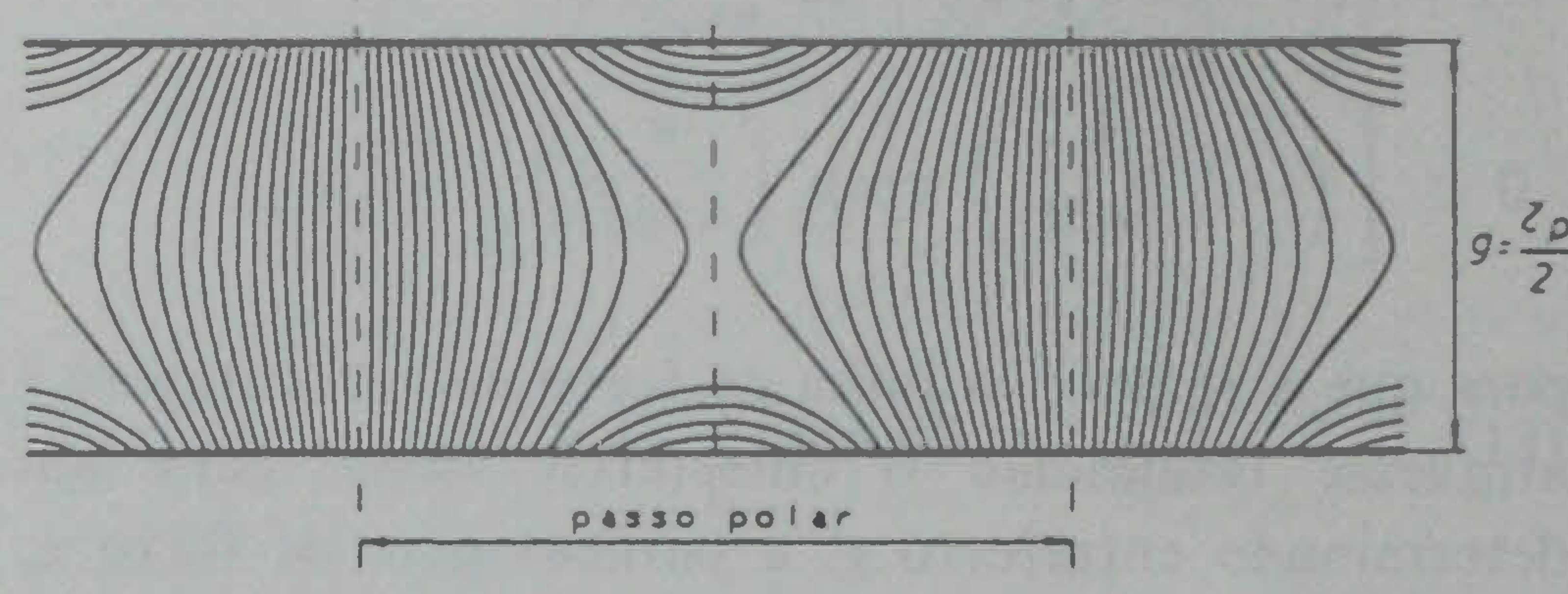

Fig. 7 — Distribuição do campo magnético de indução para dois estatores igualmente excitados

A figura 7 mostra um mapa de campo para dois estatores igualmente excitados e separados por um entreferro $g = \tau_p/2$, obtido a partir da Eq. (23).

Para um dado entreferro g a percentagem de fluxo ε_D que atinge o plano intermédio dos estatores em $z = g/2$ (dispersão de fluxo) é, neste caso, dado por

$$\varepsilon_D = 100 \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi}{\tau_p} \frac{g}{2}\right)} \right] \qquad (24)$$

Comparando a Eq. (24) com a Eq. (18), resulta

$$\varepsilon_D = \frac{\cosh\left(\pi \frac{g}{\tau_p}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi}{2} \frac{g}{\tau_p}\right)} \frac{\operatorname{senh}^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{g}{\tau_p}\right)}{\operatorname{senh}^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{g}{\tau_p}\right)} \varepsilon_S \qquad (25)$$

cujo andamento $(\varepsilon_D/\varepsilon_S)$ em função de (g/τ_p) está representado graficamente na figura 8.

A análise desta figura mostra que a dispersão do campo na máquina duplamente excitada é substancialmente mais reduzida do que a que se verifica na máquina com simples estator eléctrico e duplo estator magnético.

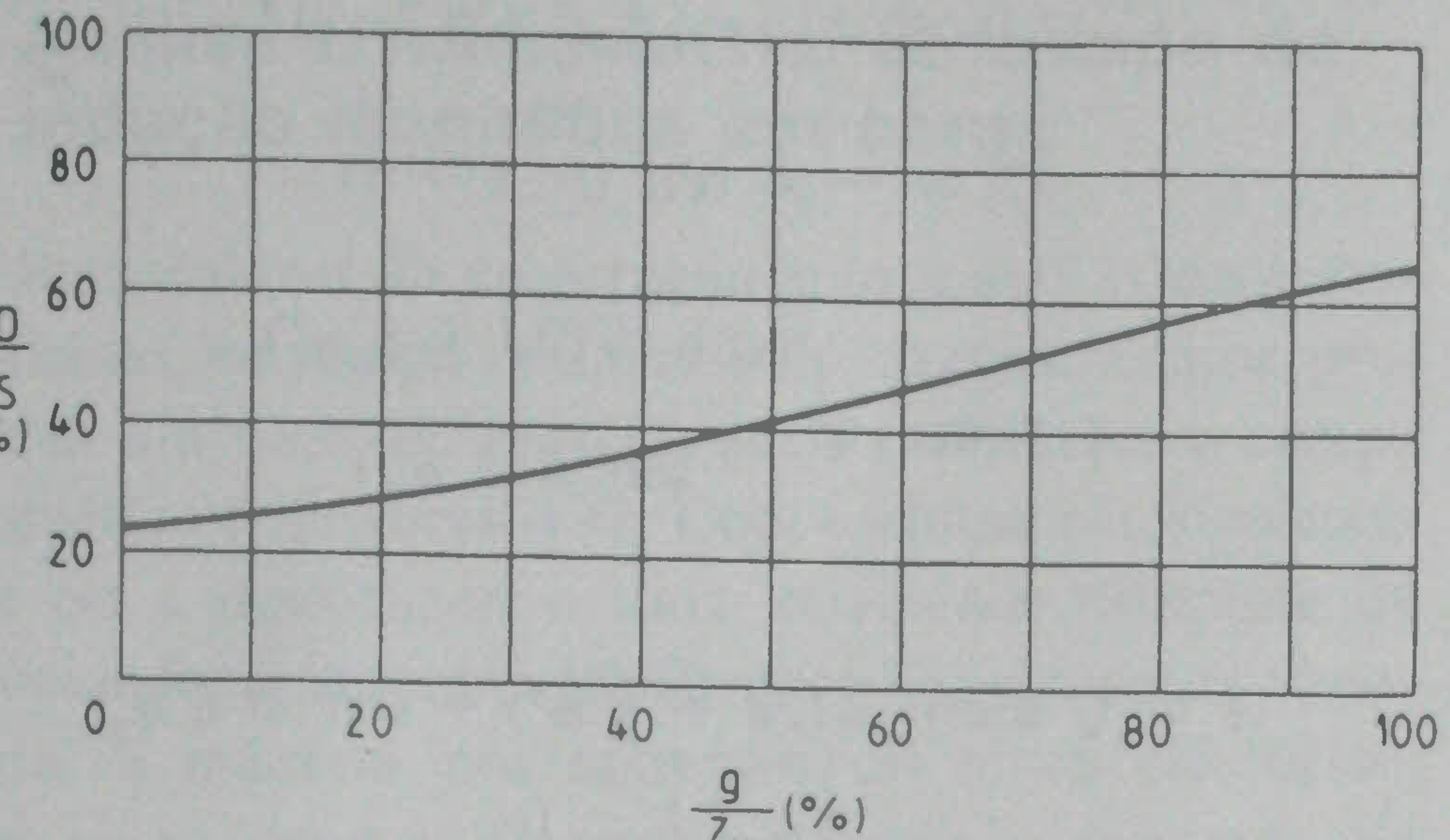

Fig. 8 — Comparação do fluxo de dispersão entre uma máquina de simples e duplo estator

3. Distribuição do campo de indução magnética em carga

A figura 9 apresenta o modelo da máquina linear para o estudo da distribuição do campo de indução magnética em carga. O modelo está dividido em três regiões com características magnéticas e eléctricas distintas. A região 1 é constituída pelas periferias dos dois estatores ao longo dos quais se consideram duas lâminas de corrente definidas em valor instantâneo por

$$j_1 = J_1 \text{ sen } (\omega t - \beta x)$$

A região 2 é constituída por uma chapa rotórica de espessura δ, não magnética ($\mu = \mu_0$), condutividade $\sigma \neq 0$, animada de velocidade linear V. A região 3, (g-δ), é ocupada por ar ($\mu = \mu_0$ e $\sigma = 0$).

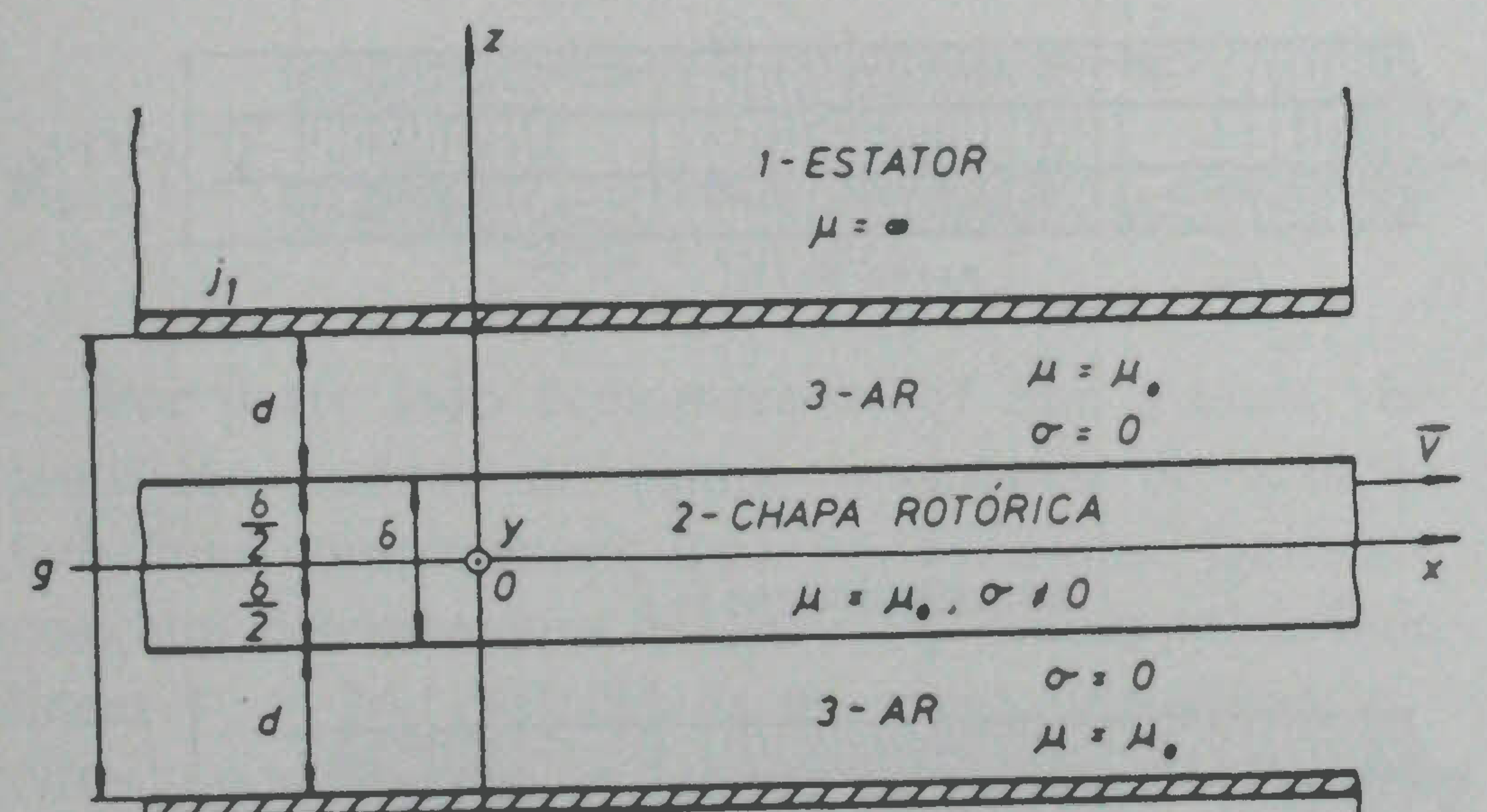

Fig. 9 — Modelo da máquina linear para o estudo do campo magnético em carga

A análise da distribuição do campo magnético em carga faz-se a partir das equações de Maxwell que, para as frequências industriais, se escrevem [4]

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{26}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \tag{27}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{28}$$

com as equações subsidiárias

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{29}$$

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \tag{30}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{31}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{32}$$

onde $\vec{A}$ é o potencial vector. Por substituição das Eqs. (31) e (32) na Eq. (30) e atendendo às Eqs. (27), (28) e (29) resulta a equação de Poisson

$$\nabla^2 \vec{A} = \sigma \mu \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{V} \times (\nabla \times \vec{A}) \right] \tag{33}$$

Por aplicação da Eq. (33) ao modelo representado na figura 9, resulta:

- Região 2 (chapa rotórica)

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = \sigma \mu_0 \left(\frac{\partial A_y}{\partial t} + V \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \tag{34}$$

- Região 3 (ar)

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} = 0 \tag{35}$$

A integração das Eqs. (34) e (35) foi feita por Nonaka e Yoshida [6] que obtiveram as seguintes expressões para as componentes do campo de indução naquelas duas regiões:

• Região 2 (chapa rotórica)

$$f_{a2}(z)\cos\beta x - f_{b2}(z)\operatorname{sen}\beta x = C_2 \qquad (36)$$

onde

$$f_{a2}(z) = c_a\, g_a(z) + c_b\, g_b(z)$$
$$f_{b2}(z) = c_b\, g_a(z) - c_a\, g_b(z)$$
$$g_a(z) = \cosh\frac{\beta}{2}(2z+\delta)\alpha_1 \cos\frac{\beta}{2}(2z-\delta)\alpha_2 + $$
$$+ \cosh\frac{\beta}{2}(2z-\delta)\alpha_1 \cos\frac{\beta}{2}(2z+\delta)\alpha_2$$
$$g_b(z) = \operatorname{senh}\frac{\beta}{2}(2z+\delta)\alpha_1 \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}(2z-\delta)\alpha_2 + $$
$$+ \operatorname{senh}\frac{\beta}{2}(2z-\delta)\alpha_1 \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}(2z+\delta)\alpha_2$$
$$c_a = \operatorname{senh}\beta d \cos\beta\delta\alpha'_2 + \operatorname{senh}\beta(d+\delta\alpha'_1)$$
$$c_b = \cosh\beta d \operatorname{sen}\beta\delta\alpha'_2$$
$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+(\sigma\mu_0 s v_s/\beta)^2}+1}$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{1+(\sigma\mu_0 s v_s/\beta)^2}-1}$$
$$\alpha'_1 = \frac{1}{\beta\delta}\operatorname{tgh}^{-1}\left(2\frac{\alpha_1\operatorname{senh}\beta\delta\alpha_1 - \alpha_2\operatorname{sen}\beta\delta\alpha_2}{\beta_1\cosh\beta\delta\alpha_1 + \beta_2\cos\beta\delta\alpha_2}\right)$$
$$\alpha'_2 = \frac{1}{\beta\delta}\operatorname{arc\,tg}\left(2\frac{\alpha_2\operatorname{senh}\beta\delta\alpha_1 + \alpha_1\operatorname{sen}\beta\delta\alpha_2}{\beta_2\cosh\beta\delta\alpha_1 + \beta_1\cos\beta\delta\alpha_2}\right)$$
$$\beta_1 = 1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2$$
$$\beta_2 = 1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2$$

• Região 3 (ar)

$$f_{a3}(z)\cos\beta x - f_{b3}(z)\operatorname{sen}\beta x = C_3 \qquad (37)$$

onde

$$f_{a3}(z) = \operatorname{senh}\frac{\beta}{2}(-2z+\delta+2d)\cos\beta\delta\alpha'_2 +$$
$$+ \operatorname{senh}\frac{\beta}{2}(2z-\delta+2d+2\delta\alpha'_1$$
$$f_{b3}(z) = \cosh\frac{\beta}{2}(-2z+\delta+2d)\operatorname{sen}\beta\delta\alpha'_2$$

As constantes C_2 e C_3 deverão obedecer às condições aos limites e tem-se

$$C_2 = (\cosh\beta\delta\alpha_1 + \cos\beta\delta\alpha_2)C_3$$
$$C_3 = -A\operatorname{sen}(\beta x - \psi)$$
$$\psi = \operatorname{arc\,tg}\frac{\operatorname{senh}\beta(2d+\delta\alpha'_1)}{\operatorname{sen}\beta\delta\alpha'_2}$$
$$A = \sqrt{\operatorname{senh}^2\beta(2d+\delta\alpha'_1) + \operatorname{sen}^2\beta\delta\alpha'_2}$$

A partir das Eqs. (36) e (37) está traçado na figura 10 o andamento do campo de indução magnética em carga para uma máquina linear com os seguintes parâmetros:

$\tau_p = 0.050$ m	$\beta = 62.8$ rad/m
$v_s = 6$ m/s	$d = 0.005$ m
$\delta = 0.005$ m	$g = \delta + 2d = 0.015$ m
$g/\tau_p = 0.3$	$1/\sigma = 2.8 \cdot 10^{-8}\,\Omega$ m (Al)

e para três valores distintos do escorregamento, $s = 0$ (vazio), $s = 0.5$ e $s = 1$ (arranque). Do traçado é visível a deformação das linhas de força à medida que o escorregamento aumenta, devido às correntes induzidas na chapa rotórica.

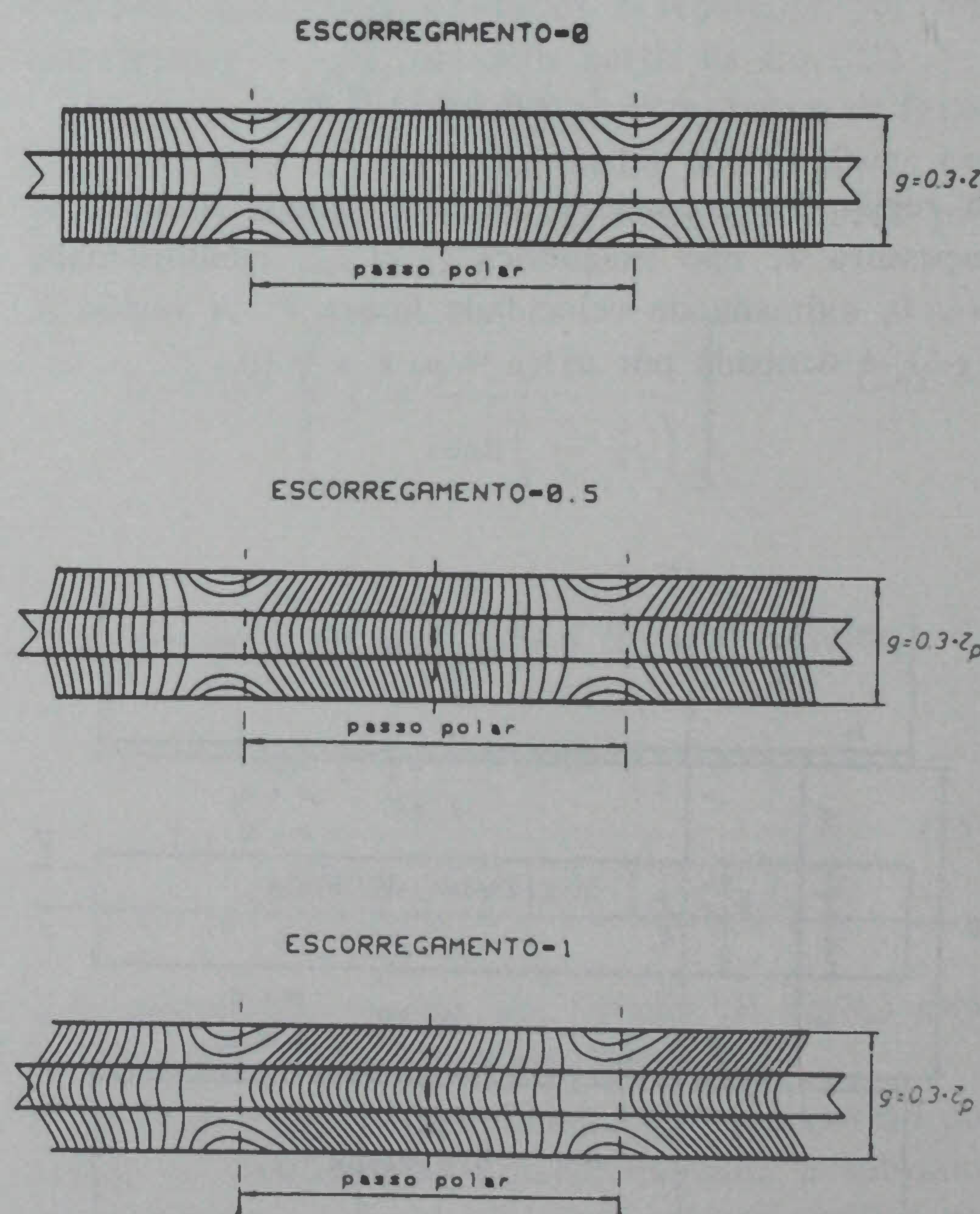

Fig. 10 — Distribuição do campo de indução magnética em carga para vários escorregamentos

4. Análise tri-dimensional do campo de indução magnética em carga

Para valores do escorregamento $s \neq 0$ as correntes induzidas na chapa rotórica pelo campo indutor produzem um fluxo de reacção que vai distorcer o campo magnético transversal [3]. Com a chapa rotórica estática ou a deslocar-se a uma velocidade diferente da velocidade de sincronismo ($0 < s \leq 1$), o campo transversal é máximo nos extremos do bloco estatórico, pois nessa zona o fluxo de reacção é mínimo. Na zona central o fluxo de reacção é máximo devido à totalidade das correntes rotóricas de modo que o campo total é mínimo. Em vazio ($s = 0$), o campo de indução transversal é constante uma vez que, não havendo correntes induzidas na chapa, o fluxo de reacção é nulo. A figura 11 ilustra esta situação.

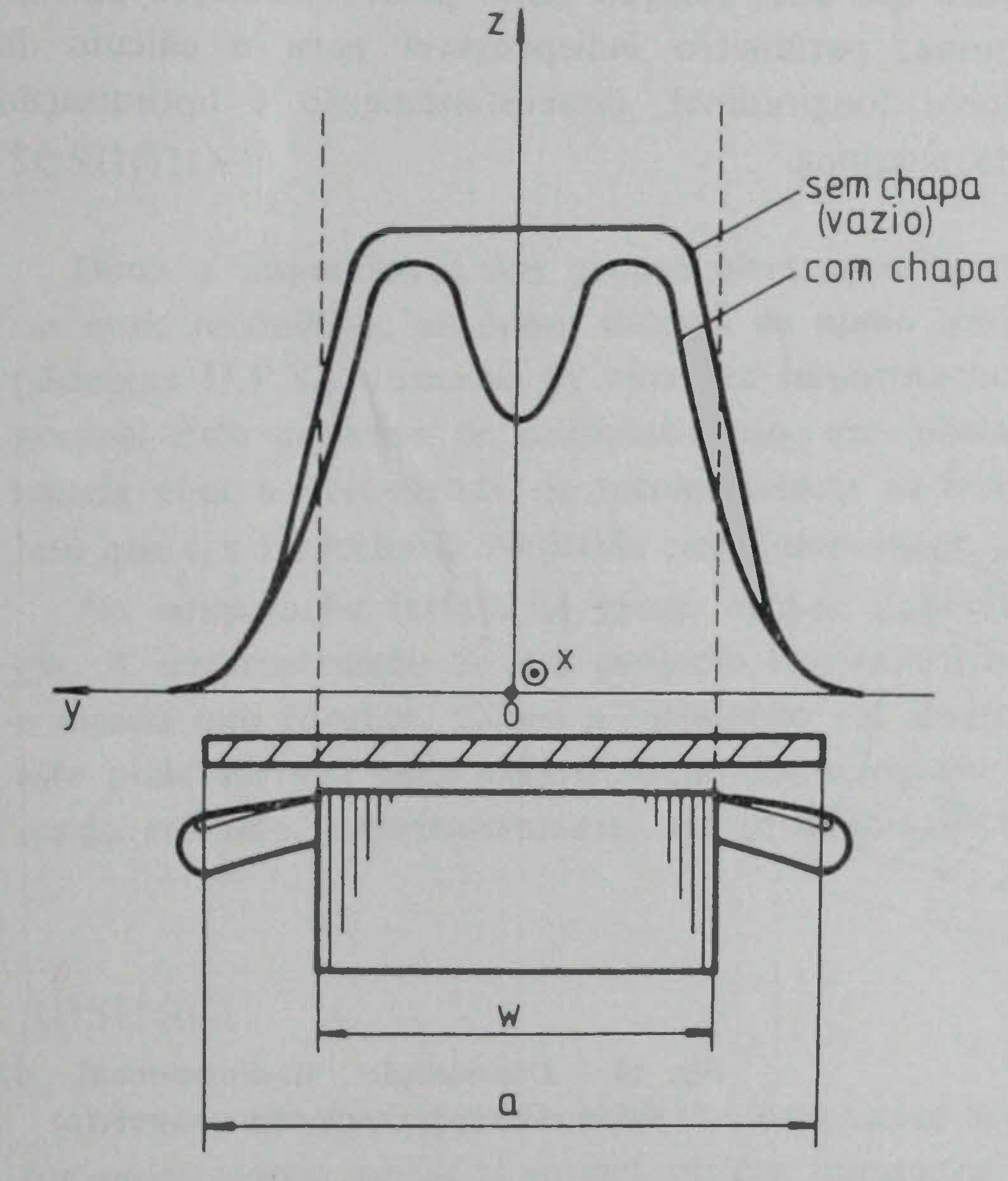

Fig. 11 — Distribuição transversal do campo de indução em carga e em vazio

Por outro lado demonstra-se [8] que a onda viajante longitudinal do campo magnético de indução tem duas componentes: uma onda viajante incidente com um comprimento de onda $2\tau_p$ e uma velocidade linear $V_s = 2\tau_p f$ (velocidade síncrona) e amplitude B_s; outra onda viajante reflectida de amplitude B_l e de comprimento $2\frac{V_l}{V_s}\tau_p$, onde V_l é a velocidade da chapa rotórica, que se propaga em sentido contrário à onda incidente. Esta onda reflectida, cujo comprimento depende da velocidade da chapa rotórica, modula a onda incidente tal como acontece numa linha de transmissão não adaptada [5, 7]. Como as duas ondas viajantes (incidente e reflectida) têm comprimentos de onda diferentes, a onda resultante não é sinusoidal. A figura 12 mostra a situação relativa das duas ondas B_l e B_s e a resultante $B_s + B_l$ para cinco instantes ao longo de um ciclo da corrente e para o caso particular de $V_l = 0.5\ V_s$. Na figura 13 está representada a composição dos cincos instantes da onda $B_s + B_l$ cujo resultado é uma onda modulada de periodicidade $2\frac{1-s}{s}\tau_p$ função do escorregamento s

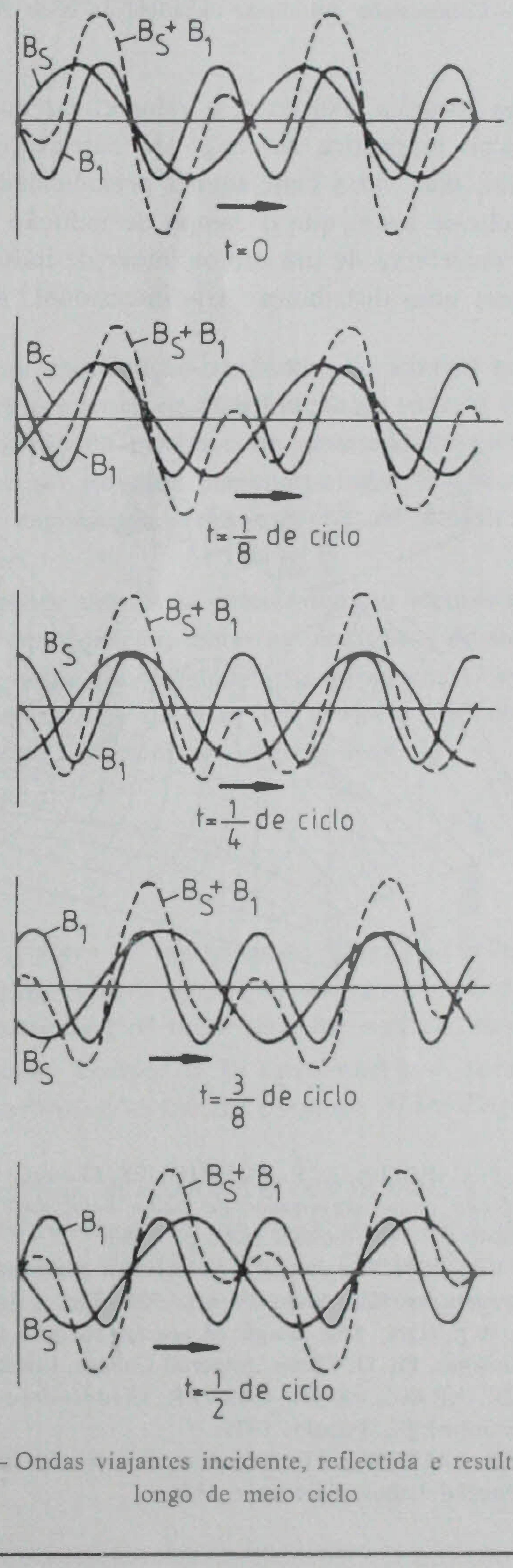

Fig. 12 — Ondas viajantes incidente, reflectida e resultante ao longo de meio ciclo

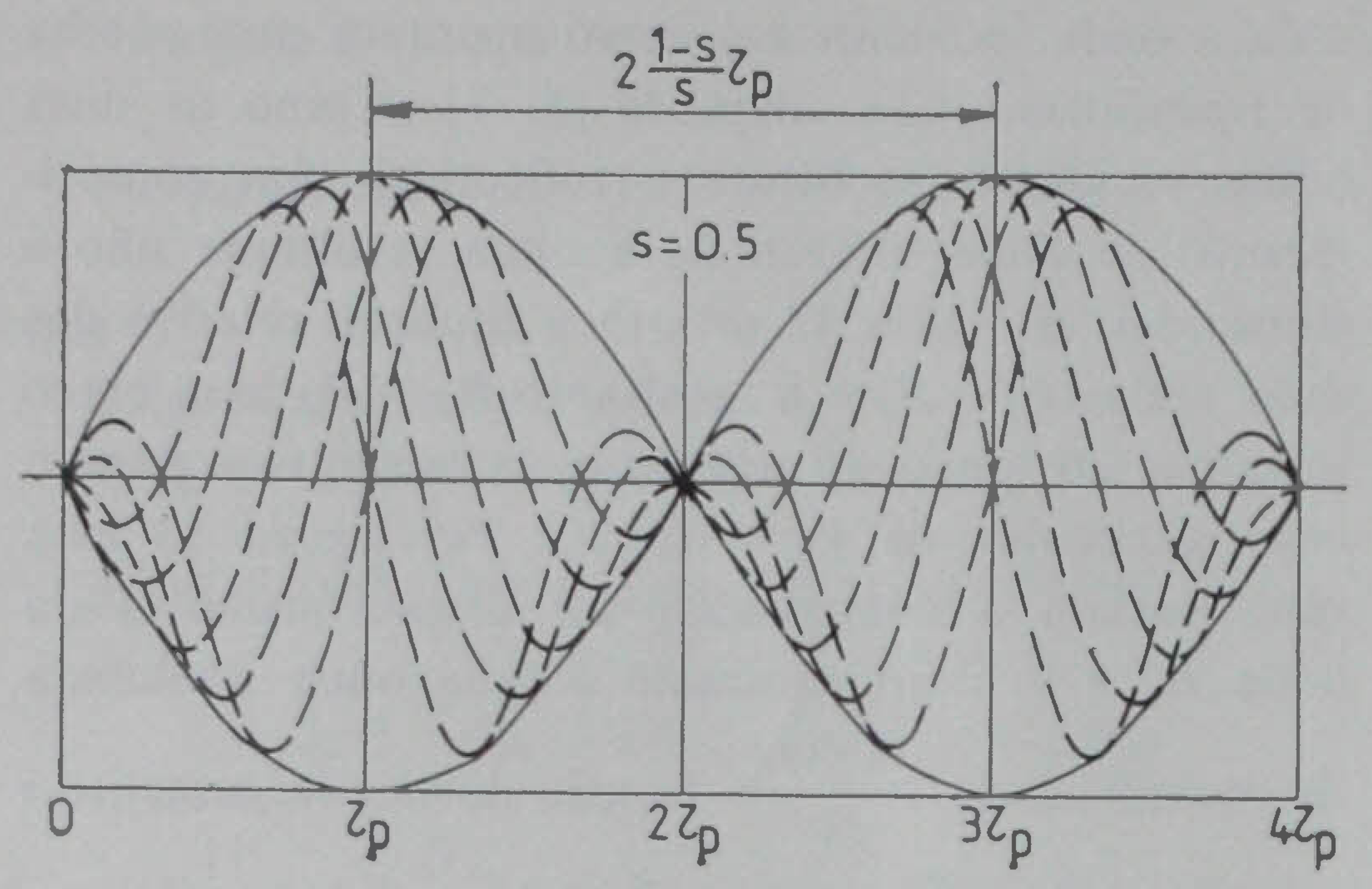

Fig. 13 — Composição dos cinco instantes da onda resultante

da chapa rotórica. Portanto, o valor eficaz do campo de indução magnética ao longo do entreferro não é constante, mas varia com aquela periodicidade.

Conclui-se assim que o campo de indução magnética no entreferro de um motor linear de indução em carga tem uma distribuição tri-dimensional. A partir das figuras 11 e 13 é possível traçar uma superfície que indica a distribuição tri-dimensional do campo de indução magnética no entreferro para um motor linear de indução em carga, como ilustra a figura 14. O valor eficaz do campo magnético de indução em carga em cada ponto ao longo do entreferro é medido pela cota do respectivo ponto à superfície de distribuição do campo.

5. Conclusões

O artigo apresenta de uma forma sistematizada a análise teórica para a quantificação da distribuição do campo magnético de indução em vazio e em carga num motor linear de indução. Os mapas de fluxo traçados indicam com precisão a dispersão de fluxo para qualquer relação passo polar/entreferro da máquina, parâmetro indispensável para o cálculo da força longitudinal, dimensionamento e optimização da máquina.

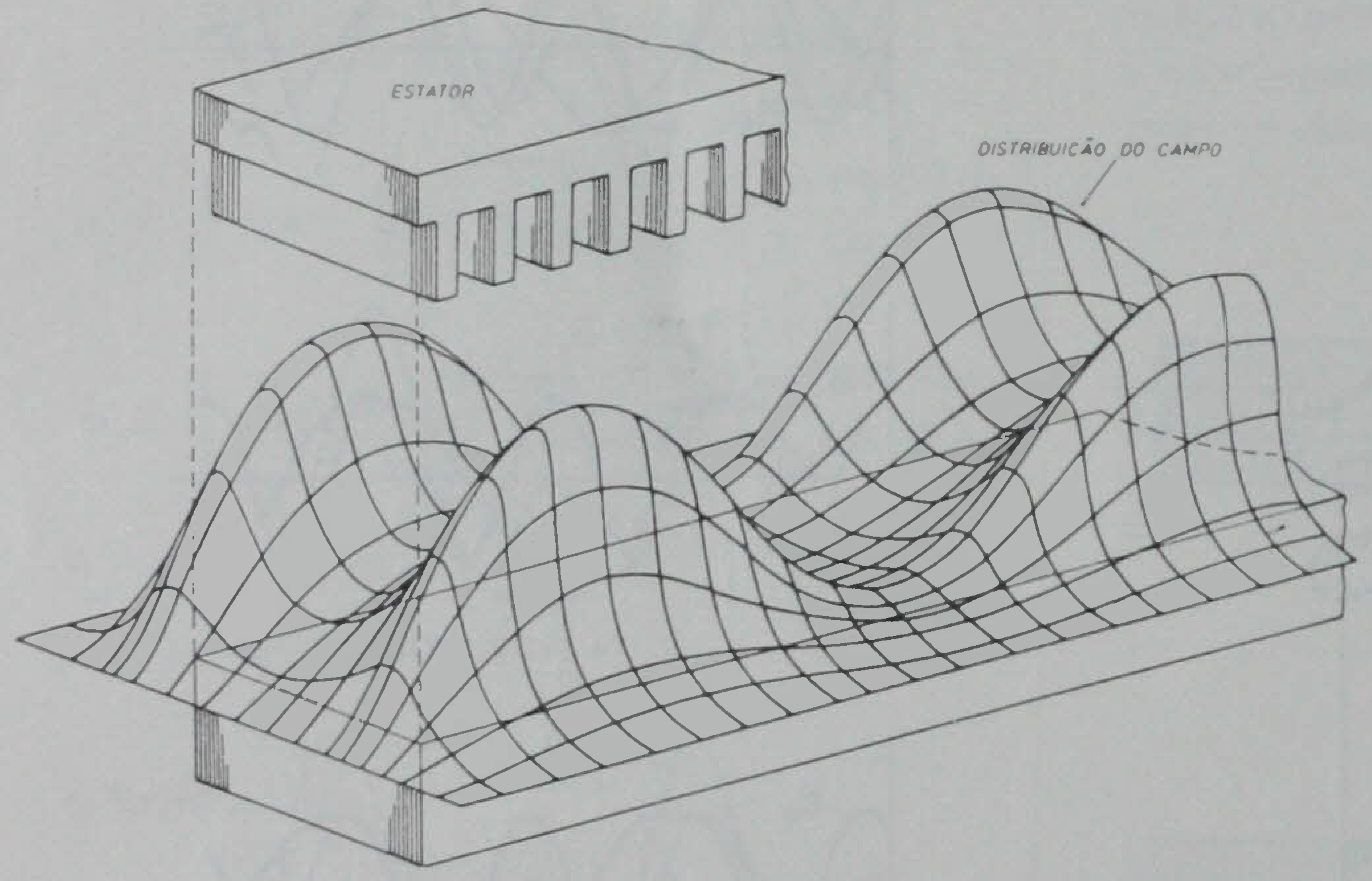

Fig. 14 — Distribuição tri-dimensional do valor eficaz do campo no entreferro

BIBLIOGRAFIA

[1] C. P. CABRITA, A. L. RODRIGUES, *O motor linear de indução como accionador de baixa velocidade*, Electricidade n.º 252, Janeiro 1989, p. 31-38.

[2] H. BOLTON, *Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors*, IEE, Maio 1969, p. 725-731.

[3] H. BOLTON, *The design of special purpose induction machines*, Ph. D. Thesis, Imperial College, Londres, 1971.

[4] J. D. KRAUS, K. R. CARVER, *Electromagnetics*, McGraw-Hill, Tóquio, 1973.

[5] E. R. LAITHWAITE, *Máquinas de inducción especiales*, Editorial Labor, Barcelona, 1976.

[6] S. NONAKA, K. YOSHIDA, *Analysis of double-sided linear motors*, Journal of IEE Japan, Volume 90, N.º 5, 1970, p. 118-127.

[7] A. L. RODRIGUES, *Design of low speed linear induction motor*, Master of Science Thesis, Imperial College, Londres, 1973.

[8] S. YAMAMURA, *Theory of linear induction motors*, John Wiley & Sons, University of Tokyo Press, 1972.

[9] J. C. WEST, D. E. HESMONDHALGH, *The analysis of thick cylinder induction machines*, I E E Monograph N.º 477 U, Novembro 1961, p. 172-181.