

As equações principais de cálculo das máquinas eléctricas e os seus custos relativos de construção

C. Pereira Cabrita

Secção de Máquinas Eléctricas e Electrónica de Potência (I.S.T.)

Centro de Automática da U.T.L., Laboratório de Mecatrónica

Tel. (01) 841 72 15 Fax (01) 841 71 67

Abstract

This paper presents the derivation of the principal formulas of design concerning all types of electrical machines – direct current and three-phase synchronous and asynchronous. Based on these formulas, an analysis for relative production costs is also presented.

Resumo

O presente artigo mostra a dedução das principais fórmulas de cálculo respeitante a todos os tipos de máquinas eléctricas convencionais – corrente contínua, síncrona trifásica e assíncrona trifásica. Com base nestas fórmulas apresenta-se uma análise dos custos relativos de produção.

1. Introdução

Como é sabido, da literatura especializada [1, 2, 3, 4, 5, 6], os princípios em que se rege o funcionamento das máquinas eléctricas são universais e independentes dessas máquinas serem de corrente contínua ou de corrente alternada, ou seja:

- No funcionamento como gerador, isto é, como conversor electromecânico de energia mecânica em energia eléctrica, está presente a lei de indução de Faraday – quando um condutor eléctrico se encontra em movimento num campo de indução magnética, será sede de uma f.e.m. induzida.
- No funcionamento como motor, isto é, como conversor electromecânico de energia eléctrica em energia mecânica, está presente a força de Laplace – quando se submete um condutor eléctrico percorrido por corrente eléctrica, à acção de um campo de indução magnética, esse condutor fica sujeito a uma força que tende a movimentá-lo.

No entanto, apesar da universalidade destes princípios, a constituição tecnológica das máquinas de cor-

rente contínua é significativamente diferente da das máquinas de corrente alternada, como a seguir se descreve [1, 2, 3, 4].

As máquinas de corrente contínua possuem o seu sistema indutor no estator, sendo o rotor constituído pelo induzido e pelo colectador, que mais não é que um rectificador mecânico rotativo de tensão alternada para tensão contínua.

As máquinas síncronas são construídas com o sistema indutor de corrente contínua no seu rotor, enquanto que o induzido é o estator, sendo o enrolamento um enrolamento trifásico simétrico.

As máquinas assíncronas possuem um enrolamento trifásico no estator idêntico ao das máquinas síncronas, enquanto que o seu rotor poderá ser uma gaiola de esquilo com barras e anéis de curto-circuito em cobre ou em alumínio, ou então um rotor bobinado com um enrolamento trifásico simétrico, acessível ao exterior por meio de um sistema de anéis e de escovas.

Apesar de todas estas diferenças tecnológicas, prova-se seguidamente que as fórmulas principais de dimensionamento – potência e binário electromagnéticos – são praticamente coincidentes tornando o cálculo das máquinas eléctricas o mais simples e modular possível [5].

2. Máquinas de corrente contínua

Sendo a potência electromagnética dada pela expressão [1, 2, 3]

$$P_e = E_a I_a \quad (1)$$

atendendo a que se tem [1, 2, 3]

$$\phi = (\Psi \tau) (k_e L) B_m = \Psi k_e \tau L B_m \quad (2)$$

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} \quad (3)$$

$$A = \frac{n I_a}{2 \pi c D} \quad (4)$$

$$E_a = \frac{P}{c} n N \phi \quad (5)$$

virá, por substituição,

$$P_e = \pi^2 \Psi k_e A B_M N D^2 L \quad (6)$$

Se se considerar [2]

$$\Psi \approx 0,65 \approx \frac{2}{\pi} \quad (7)$$

como o volume prismático do induzido é dado por [2, 3, 5]

$$V = D^2 L \quad (8)$$

virá ainda

$$P_e = 2 \pi k_e A B_M N V \quad (9)$$

Por outro lado, como

$$P_e = \Omega M_e = 2 \pi N M_e \quad (10)$$

ter-se-á, no que respeita ao binário electromagnético,

$$M_e = k_e A B_M V \quad (11)$$

3. Máquinas síncronas trifásicas

Sendo a potência electromagnética aparente dada por [1, 2, 4]

$$P_e = 3 E_1 I_1 \quad (12)$$

atendendo a que se tem [1, 2, 4]

$$f = p N_s \quad (13)$$

$$\phi = \left(\frac{2}{\pi} B_M\right) (k_e L) \tau = \frac{2}{\pi} k_e \tau L B_M \quad (14)$$

$$\tau = \frac{\pi D}{2 p} \quad (15)$$

$$A = \frac{3 n_1 I_1}{\pi D} \quad (16)$$

$$E_1 = 2,22 f n_1 \phi K_w \quad (17)$$

virá, por substituição e tendo em atenção o conceito de volume prismático do induzido,

$$P_e = 2,22 \pi k_e A B_M N_s V K_w \quad (18)$$

ou, por aproximação,

$$P_e = 2 \pi k_e A B_M N_s V K_w \quad (19)$$

Como

$$P_e = \Omega_s M_e = 2 \pi N_s M_e \quad (20)$$

ter-se-á para o binário electromagnético aparente,

$$M_e = k_e A B_M V K_w \quad (21)$$

4. Máquinas assíncronas trifásicas

Como se tem [1, 2, 4]

$$P_e = 3 E_1 I_1 \quad (22)$$

$$f = p N_s \quad (23)$$

$$\phi_M = (\Psi \tau) (k_e L) B_M = \Psi k_e \tau L B_M \quad (24)$$

$$\tau = \frac{\pi D}{2 p} \quad (25)$$

$$A = \frac{3 n_1 I_1}{\pi D} \quad (26)$$

$$\Psi \approx \frac{2}{\pi} \quad (27)$$

$$E_1 = 2,22 f n_1 \phi_M K_w \quad (28)$$

$$P_e = \Omega_s M_e = 2 \pi N_s M_e \quad (29)$$

virá

$$P_e = 2 \pi k_e A B_M N_s V K_w \quad (30)$$

$$M_e = k_e A B_M V K_w \quad (31)$$

Como se pode constatar, à parte o factor de enrolamento trifásico do estator nas máquinas síncronas e assíncronas, a potência electromagnética, independentemente do tipo de máquina, é calculada pela fórmula

$$P_e = 2 \pi k_e A B_M N V \quad (32)$$

o mesmo sucedendo com o binário electromagnético,

$$M_e = k_e A B_M V \quad (33)$$

O volume prismático do induzido, sendo igual a D^2L , como D representa o diâmetro médio do entreferro, mais não é que, aproximadamente, o volume prismático total de ferro do rotor. No entanto, atendendo ao empilhamento das chapas magnéticas, o volume prismático útil de ferro para a geração de P_c e de M_c é dado por

$$V_u = k_c V \quad (34)$$

obtendo-se assim

$$P_c = 2 \pi A B_M N V_u \quad (35)$$

$$M_c = A B_M V_u \quad (36)$$

Se se tiver em conta que a velocidade angular mecânica é dada por

$$\Omega = 2 \pi N \quad (37)$$

a fórmula (35) poderá ainda ser escrita de uma forma mais compacta, isto é,

$$P_c = A B_M \Omega V_u \quad (38)$$

Analisando a expressão (36), conclui-se que o binário electromagnético depende do circuito eléctrico da máquina, através de A , do circuito magnético, através de B_M , e das suas dimensões, através de V_u . Na prática, os valores da carga linear específica e da densidade de fluxo no entreferro são impostos pelos construtores tendo em atenção, respectivamente, as limitações dos materiais isolantes e dos materiais magnéticos. Por exemplo, no que respeita às máquinas assíncronas trifásicas [7], a carga linear específica A [A. condutores/m] é calculada em função da potência mecânica nominal P [W], para máquinas de 200 W a 1000 W, através de expressão

$$A = 100 \exp [5,3 + 0,2 \ln (10^{-3} P)] \quad (39)$$

enquanto que a densidade de fluxo no entreferro B_M [Wb/m²] se calcula, para máquinas com 6 pólos, em função de D [m], por meio da fórmula

$$B_M = 0,753 - 0,029 D \quad (40)$$

5. Custos relativos de produção

5.1. Máquinas de Corrente Contínua

Como se tem

$$I_c = \frac{I_a}{2c} \quad (41)$$

$$I_c = \Delta s \quad (42)$$

$$S_{Cu} = n s \quad (43)$$

em que S_{Cu} representa a secção total de cobre do induzido através de um plano transversal da máquina, pode-se escrever

$$A = \frac{\Delta S_{Cu}}{\pi D} \quad (44)$$

bem como, de (36),

$$M_c = \frac{k_c}{\pi} \Delta S_{Cu} B_M D L \quad (45)$$

Considerando duas máquinas de corrente contínua similares, 1 e 2, como k_c , Δ e B_M se podem considerar invariantes, a relação entre os seus binários é dada por

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{S_{Cu1}}{S_{Cu2}} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \quad (46)$$

5.2. Máquinas de corrente alternada

Atendendo a que

$$I_1 = \Delta s \quad (47)$$

$$S_{Cu} = 3 n_1 S \quad (48)$$

a carga linear específica será dada por uma expressão similar à expressão (44),

$$A = \frac{\Delta S_{Cu}}{\pi D} \quad (49)$$

o mesmo sucedendo com o binário electromagnético aparente, expressão (45),

$$M_c = \frac{k_c}{\pi} \Delta S_{Cu} B_M D L \quad (50)$$

Consequentemente, obtém-se para duas máquinas similares,

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{S_{Cu1}}{S_{Cu2}} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \quad (51)$$

5.3. Custos relativos

Duas máquinas eléctricas do mesmo tipo, geometricamente semelhantes, apresentam uma razão de semelhança k , tendo-se deste modo [5],

$$S_{Cu1} = k^2 S_{Cu2} \quad (52)$$

$$D_1 = k D_2 \quad (53)$$

$$L_1 = k L_2 \quad (54)$$

ou seja, substituindo em (46) ou em (51), e resolvendo em ordem a k [5],

$$k = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{1/4} \quad (55)$$

Como, por outro lado, se tem

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3 \quad (56)$$

virá ainda

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{3/4} \quad (57)$$

Em primeira aproximação, pode-se considerar o binário electromagnético como sendo igual ao binário mecânico recebido ou fornecido pelo veio da máquina. Deste modo, exprimindo os binários M_1 e M_2 em função das velocidades N_1 e N_2 e das potências mecânicas nos veios P_1 e P_2 , ter-se-á, de (57),

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} \right)^{3/4} \quad (58)$$

Os custos de produção de uma máquina eléctrica são aproximadamente constantes para máquinas de construção similar [5]. Devido à proporcionalidade entre pesos e volumes, pode-se substituir a relação V_1/V_2 por uma relação entre os custos respectivos C_1/C_2 , exposta na Ref. [5],

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} \right)^{3/4} \quad (59)$$

Por exemplo, uma máquina assíncrona de 5 kW e 1500 r.p.m. custará aproximadamente 55% do preço de uma outra máquina assíncrona de 7,5 kW e 1000 r.p.m.

6. Conclusões

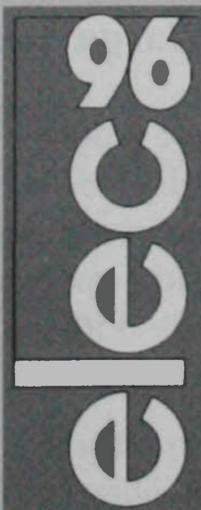
Quando se efectua o estudo das máquinas eléctricas, numa óptica clássica [1], com base nos seus modelos equivalentes, as equações obtidas diferem, como é óbvio, de máquina para máquina. No entanto, provou-se neste artigo que as equações principais de cálculo – potência e binário electromagnéticos – são fórmulas comuns, o que sucede como corolário racional derivado do facto dos princípios de funcionamento serem os mesmos. A partir da fórmula do binário, apresentou-se um resumo do excelente estudo desenvolvido em [5], respeitante aos custos relativos de produção de máquinas eléctricas. O autor pretende, com este modesto trabalho, homenagear o Prof. Dr. Eng.º Juan Corrales Martín, pelo conjunto da sua vasta obra, inteiramente dedicada ao Cálculo e à Construção de Máquinas Eléctricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Kostenko & Piotrovski, "Máquinas Eléctricas", 2 volumes, Editorial Mir, Moscovo, 1976.
- [2] J. C. Martín, "Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas", 2 volumes, Editorial Marcombo, Barcelona, 1982.
- [3] A. Martignoni, "Máquinas Eléctricas de Corrente Contínua", Editora Globo, Rio de Janeiro, 1987.
- [4] A. Martignoni, "Máquinas de Corrente Alternada", Editora Globo, Rio de Janeiro, 1987.
- [5] J. C. Martín, "Cálculo Modular de Máquinas Eléctricas", Editorial Marcombo, Barcelona, 1994.
- [6] E. S. Hamdi, "Design of Small Electric Machines", John Wiley and Sons, Chichester, Reino Unido, 1994.
- [7] P. Baiona, "Motor Assíncrono Trifásico de Rotor em Gaiola. Dimensionamento Assistido por Computador", Instituto Superior Técnico, Lisboa, 1995.

Redes de Comunicação de Campo

Um espaço específico destinado a redes de campo fabril será certamente uma atracção justificada na exposição de material eléctrico **Elec 96**, que se vai realizar em Paris de 2 a 6 de Dezembro. Nesse espaço pretende-se definir e demonstrar de maneira simples e pedagógica o que são as redes de campo, qual a sua finalidade e como funcionam. A oportunidade será excelente para exercer acções interactivas entre o público e os expositores. Serão apresentadas informações quanto a aplicações no sector da energia,



indústria, edifícios de serviços e de habitação, áreas de actividade onde as redes de comunicação têm sofrido enormes avanços tecnológicos. Tudo na longa "guerra dos bus", que já vem de longe, com várias propostas, sem que se atinja uma solução única e eficaz para os múltiplos consumidores. No entanto os esforços de convergência para esse objectivo, a nível internacional, continuam com crescente aproximação. Uma revelação na Elec 96? Pelo menos os aspectos pedagógicos estarão presentes. □