

# DIAGRAMAS CIRCULARES

## DE UNA LÍNEA DE TRANSPORTE DE ENERGÍA ELÉCTRICA

### 1 — Introducción

Al proyectar una línea de transporte de energía eléctrica interesa examinar de un modo rápido y somero un cierto número de condiciones posibles de funcionamiento de la línea, hallando en particular la caída de tensión y las pérdidas de potencia asociadas al transporte de una potencia determinada, o bien la capacidad de transporte con unos límites fijados de antemano para aquellos factores. La comparación de los resultados obtenidos al variar uno o varios de los parámetros que definen la línea (tipo de conductor, número de circuitos, carácter sencillo o múltiple de éstos, etc.), permite elegir en cada caso el parámetro más conveniente a las condiciones técnicas o económicas del proyecto.

Una vez construída y en servicio la línea, se suelen presentar distintos problemas relacionados con su explotación o la de los elementos o sistemas conectados por ella. Estos problemas también suelen exigir para su resolución el cálculo de las magnitudes citadas antes, en diversas condiciones de funcionamiento de la línea.

El cálculo de las incógnitas para cada una de estas condiciones, que caracterizan, por así decir, un solo punto de funcionamiento de la línea, suele ser laborioso, y el exámen de varios de ellos, por lo tanto, requiere un tiempo frecuentemente excesivo para los fines perseguidos. Se comprende, pues, la ventaja de reunir todos estos puntos en uno o varios diagramas de funcionamiento que permitan abarcar de una ojeada el comportamiento de la línea en los distintos casos. A ello se prestan especialmente, por su sencillez y claridad, los «diagramas circulares» de la línea. Estos diagramas, representación gráfica de las ecuaciones que expresan las intensidades ó potencias y las pérdidas en función de las tensiones en los extremos y de las constantes de la línea, no solo son de utilidad para la resolución de los problemas de proyecto y explotación apuntados antes, sino pueden servir incluso para estudiar la estabilidad eléctrica de un sistema de transporte.

### 2 — Diagramas circulares de potencias: Su determinación

Los diagramas circulares se aplican no solo a las líneas propiamente dichas, sino también a sistemas de transporte

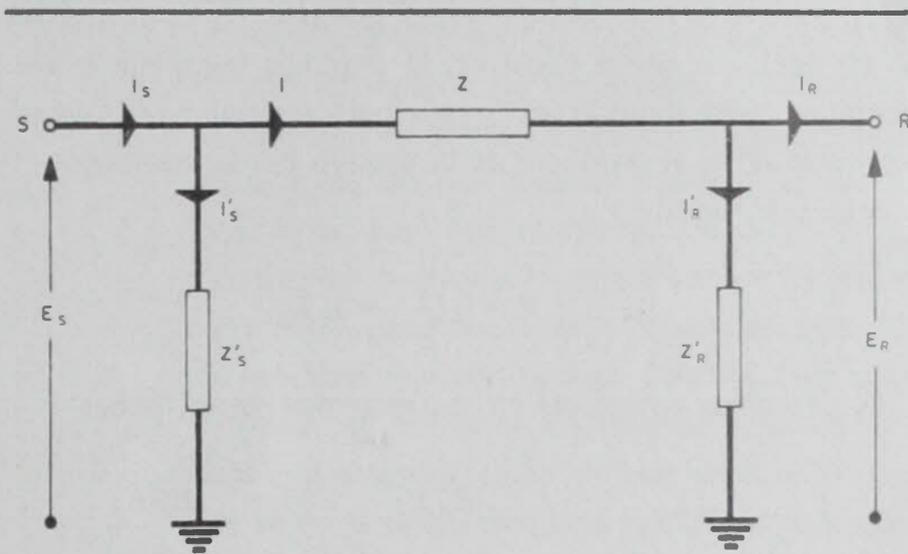


Fig. 1 — Circuito equivalente en  $\pi$

completos formados por transformadores, líneas, etc., es decir, en general a un cuadripolo pasivo.

Aunque es costumbre establecer las ecuaciones que conducen a los diagramas circulares en función de las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  del cuadripolo, nos parece preferible, aún a costa de sacrificar la mayor generalidad que el uso de aquellas supone, utilizar el circuito equivalente en  $\pi$  del sistema, constituido por una impedancia serie y dos impedancias en paralelo en los terminales, y establecer las fórmulas correspondientes en función de estas impedancias, más directamente relacionadas con las constantes eléctricas (resistencia, reactancia, capacidad) del sistema. Este método, más intuitivo, es el que en definitiva se emplea en los modelos reducidos y analizadores de redes, por ofrecer una visión más clara de la circulación de potencias activas y reactivas.

Así, pues, reducido el sistema a estudiar a su circuito equivalente en  $\pi$  (fig. 1), en el caso general serán distintas las impedancias de las dos ramas en paralelo.

Distinguiendo el extremo emisor o de salida por el subíndice  $S$  y el extremo receptor por el subíndice  $R$ , las intensidades que circulan por las distintas ramas se desprenden fácilmente de la figura:

$$I = \frac{E_S - E_R}{Z} \quad ,, \quad I'_S = \frac{E_S}{Z'_S} \quad ,, \quad I'_R = \frac{E_R}{Z'_R} \quad (1)$$

Las expresiones vectoriales de las intensidades en función de las tensiones en los extremos son, por lo tanto:

$$I_S = I + I'_S = \frac{E_S - E_R}{Z} + \frac{E_S}{Z'_S} \quad (2)$$

$$I_R = I - I'_R = \frac{E_S - E_R}{Z} - \frac{E_R}{Z'_R}$$

Con el convenio usual de considerar la potencia reactiva  $Q$  inductiva o en retraso como positiva, y la capacitiva o en adelanto como negativa, la potencia compleja o vectorial — cuyo módulo es la potencia aparente — es igual, como se sabe, al producto de la tensión por la conjugada<sup>(1)</sup> de la intensidad:

$$\mathcal{P} = P + jQ = E\hat{I} \quad (3)$$

Las potencias complejas en los extremos serán, pues:

$$P_S + jQ_S = E_S \hat{I}_S = \frac{E_S \hat{E}_S - E_S \hat{E}_R}{\hat{Z}} + \frac{E_S \hat{E}_S}{\hat{Z}'_S} \quad (4)$$

$$P_R + jQ_R = E_R \hat{I}_R = \frac{E_R \hat{E}_S - E_R \hat{E}_R}{\hat{Z}} - \frac{E_R \hat{E}_R}{\hat{Z}'_R}$$

Tomando la tensión en el extremo receptor  $E_R$  como vector de referencia, y llamando  $\theta$  al desfase entre las tensiones en los extremos, se tendrá:

$$E_S = \bar{E}_S \cdot e^{j\theta} \quad \text{,,} \quad \hat{E}_S = \bar{E}_S \cdot e^{-j\theta} \quad (5)$$

$$E_S \hat{E}_S = \bar{E}_S^2 \quad \text{,,} \quad E_R = \hat{E}_R = \bar{E}_R$$

Teniendo en cuenta (5), y reagrupando términos en forma conveniente, las expresiones (4) de las potencias enviada y recibida resultan:

$$P_S + jQ_S = \left( \frac{1}{\hat{Z}} + \frac{1}{\hat{Z}'_S} \right) \bar{E}_S^2 - \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{\hat{Z}} e^{j\theta} \quad (6)$$

$$P_R + jQ_R = \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{\hat{Z}} e^{-j\theta} - \left( \frac{1}{\hat{Z}} + \frac{1}{\hat{Z}'_R} \right) \bar{E}_R^2$$

Para tensiones en los extremos  $E_S$  y  $E_R$  fijas, las potencias complejas son, pues, la suma de dos cantidades vectoriales: un vector fijo, proporcional al cuadrado de la tensión, y un vector de magnitud constante, pero de fase  $\theta$  variable (término exponencial).

Por lo tanto, en un diagrama con potencias activas  $P$  en abscisas y reactivas  $Q$  en ordenadas, las expresiones (6) constituyen las ecuaciones vectoriales de dos círculos (fig. 2), cuyo centro está dado en magnitud y fase por el término fijo, y cuyo radio es igual al módulo del término variable:

$$\bar{\mathcal{R}} = \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{Z} \quad (7)$$

Los centros de los círculos de potencias enviadas y recibidas están dados pues por las expresiones:

$$C_S = \left( \frac{1}{\hat{Z}} + \frac{1}{\hat{Z}'_S} \right) \cdot \bar{E}_S^2 \quad (8)$$

$$C_R = - \left( \frac{1}{\hat{Z}} + \frac{1}{\hat{Z}'_R} \right) \cdot \bar{E}_R^2$$

Para determinar por completo el diagrama circular es preciso situar aún los radios para desfase nulo ( $\theta=0^\circ$ ):

$$\mathcal{R} = \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{\hat{Z}} = \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{Z} e^{j\beta} \quad (9)$$

que determinan los orígenes de ángulos de desfase sobre cada círculo.

El ángulo  $\beta$  es evidentemente el argumento de la impedancia serie del circuito o línea  $Z=R+jX$ :

$$\beta = \text{arc tg } \frac{X}{R} \quad (10)$$

que resulta igual a  $90^\circ$  cuando la resistencia de aquél es despreciable.

A un desfase  $\theta$ , que en el círculo de potencias enviadas se cuenta a partir de  $\theta=0^\circ$  en sentido positivo (a izquierdas) y en el de potencias recibidas en sentido negativo (a derechas), o sea en el sentido de las agujas del reloj, corresponden en el diagrama dos puntos  $S$  y  $R$ , cuyas coordenadas dan las respectivas potencias activas y reactivas en los terminales del circuito en cuestión.

En cuanto a las unidades, si se emplean tensiones simples expresadas en V, las coordenadas del diagrama vienen en W o en VA, respectivamente, por fase; empleando kV, se obtienen las potencias por fase en MW o MVAR, que bastará multiplicar por tres para obtener las potencias totales trifásicas. Si se usan tensiones compuestas en kV, se obtienen directamente las potencias trifásicas en MW y MVAR ya que todos los términos que intervienen en las expresiones contienen productos o cuadrados de tensiones.

### 3 — Diagramas circulares de intensidades

La conjugada de la intensidad por fase en un circuito o línea es igual a la potencia por fase dividida por la tensión simple (3); se comprende pues que si se sitúan los círculos anteriores en los cuadrantes apropiados, girándolos  $180^\circ$  alrededor del eje de abscisas, puedan representar lugares geométricos de intensidades, con el cambio correspondiente

<sup>(1)</sup> Los valores conjugados se distinguirán mediante un acento circunflejo.

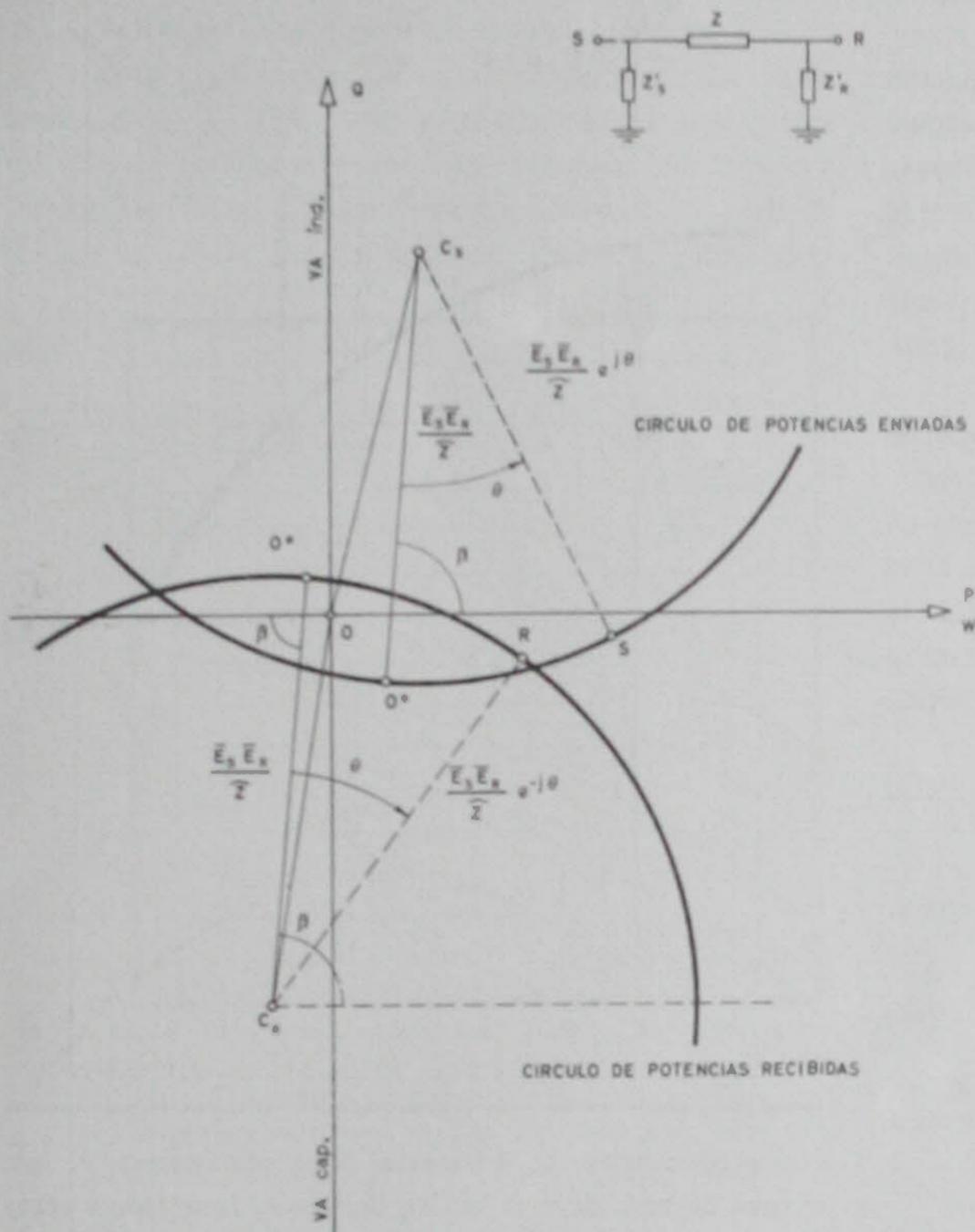


Fig. 2 — Diagrama circular de potencias

en las escalas de coordenadas. Con el convenio de signos usual, la corriente reactiva inductiva será entonces negativa, y la capacitiva, en adelanto respecto de la tensión, positiva. En esta forma, no obstante, parece que se usan poco los diagramas circulares.

#### 4 — Casos particulares

Cuando el circuito es simétrico, es decir cuando las impedancias de las dos ramas en paralelo del circuito equivalente en  $\pi$  son iguales:

$$Z'_S = Z'_R = Z' \quad (11)$$

los centros  $C_S$  y  $C_R$  de los círculos de potencias quedan ambos alineados con el origen de coordenadas; la recta  $C_R O C_S$  constituye entonces un eje de simetría del diagrama.

Este es el caso, en particular, de una línea de transporte, excluidos los transformadores en sus extremos. Si se trata de una línea de longitud inferior a unos 300 km, con carga normal, y se puede usar, por lo tanto, su circuito nominal en  $\pi$  (cuyas constantes localizadas son simplemente las kilométricas multiplicadas por la longitud de la línea), y

se desprecia además, como es usual, la perditanca, las ramas en paralelo del circuito en  $\pi$  representan exclusivamente la capacidad de la línea, concentrada en sus dos extremos:

$$Z' = \frac{l}{Y/2} = \frac{l}{jB/2} = -j \frac{l}{\omega C/2} \quad (12)$$

donde  $B = \omega C$  es la susceptancia de la línea. En esta forma encuentran aplicación normalmente los diagramas circulares en los sistemas de alta tensión de las compañías productoras de energía eléctrica, siempre que la longitud de la línea no sea excesiva frente a la carga que lleva. En caso contrario, es decir para cargas muy pequeñas en una línea de longitud normal, o para líneas muy largas, en general de longitud superior a unos 300 km, hay que emplear el circuito equivalente verdadero, cuyas constantes están relacionadas con las del circuito nominal en  $\pi$  por las conocidas expresiones hiperbólicas:

$$\left. \begin{aligned} Z_{eq} &= Z \frac{Sh \gamma l}{\gamma l} \\ Y_{eq} &= Y \frac{Th \gamma l/2}{\gamma l/2} \end{aligned} \right\} \gamma l = \sqrt{ZY} \quad (13)$$

donde  $\gamma$  es la constante de propagación de la línea y  $l$  su longitud. En este caso, y aun despreciando la perditanca real de la línea, lo que siempre puede hacerse en una línea bien aislada, la admittancia equivalente

$$Y_{eq} = G_{eq} + jB_{eq} \quad (14)$$

ya no es puramente capacitiva, y tiene una componente activa  $G_{eq}$  (conductancia equivalente) que influye en las pérdidas, como se verá más adelante.

Si la línea, por el contrario, es corta o de media o baja tensión, su capacidad puede despreciarse:  $Y=0$ ,  $1/Z'=0$  y el diagrama circular queda muy simplificado. El argumento de los centros es igual entonces al de los radios vectores orígenes de desfases, que coinciden así con la recta de los centros; ésta forma entonces con el eje de abscisas precisamente el ángulo  $\beta$  de la impedancia de la línea (10).

En esta última forma simplificada pueden utilizarse los diagramas circulares para el estudio de los problemas de distribución en media y baja tensión, aunque la existencia previa de numerosos ábacos y tablas haya impedido hasta el presente su difusión general en este terreno.

## 5 — Uso de los diagramas circulares: algunas aplicaciones

En la figura 2, para las condiciones de funcionamiento expresadas por las tensiones terminales  $E_S$  y  $E_R$  y el ángulo de desfase  $\theta$ , la abscisa del punto  $S$  representa la potencia activa suministrada a la línea en el extremo emisor y la del  $R$  la potencia extraída de ella en el extremo receptor. La diferencia  $P_S - P_R$  entre las abscisas da evidentemente las pérdidas óhmicas  $3RI^2$  de la línea para esas condiciones.

Para una línea dada, y unas tensiones terminales fijas, la potencia transmitida es función del ángulo de desfase  $\theta$ , creciendo con él. Este crecimiento, sin embargo, tiene un límite correspondiente a un determinado valor de  $\theta$ ; si aumenta  $\theta$  más allá de este valor, vuelve a disminuir la cantidad de potencia transmitida. En la figura se observa que ese límite ocurre, en el círculo de potencias recibidas, para:

$$\theta = \beta \quad (15)$$

siendo  $\beta$  el ángulo de la impedancia de la línea.

Si  $Z = R + jX$ , la máxima potencia que se puede recibir resulta:

$$P_{R_{max}} = \frac{\bar{E}_R \bar{E}_S}{Z} - \frac{R}{Z^2} \bar{E}_R^2 \quad (16)$$

Para una línea de resistencia despreciable frente a la reactancia, se obtiene:

$$P_{max} = \frac{\bar{E}_S \bar{E}_R}{X} \quad (17)$$

expresión de la «capacidad límite de transporte» de la línea. Esta expresión coincide con el límite de estabilidad estático (en régimen permanente) de la línea, aunque es muy superior al valor admisible desde el punto de vista de la estabilidad dinámica, que se alcanza siempre para valores de  $\theta$  bastante inferiores a  $\beta$ .

La expresión anterior muestra que para aumentar la capacidad de transporte de una línea de tensión dada es preciso reducir su reactancia. Entre los métodos modernos para conseguir esta reducción se encuentra, como es sabido, el empleo de líneas en haz, es decir, con varios conductores por fase: líneas dúplex (Francia, Suecia, España), triplex (Rusia) y cuádruplex (Alemania), y la intercalación de condensadores serie para compensar la reactancia en las líneas de muy alta tensión; caso de las líneas suecas de 380 kV y rusas de 500 kV, por ejemplo.

Las ordenadas de los puntos  $S$  y  $R$  representan las potencias reactivas  $Q$  que deben suministrarse a la línea en  $S$  o extraerse de ella en  $R$  para mantener las tensiones en los extremos en los valores elegidos. Es frecuente el caso de que la potencia reactiva absorbida por una carga, dada por el factor de potencia propio de ésta, no coincida con la que debe extraerse del circuito para mantener las tensiones fijadas; en este caso hay que compensar la carga mediante condensadores shunt o compensadores síncronos

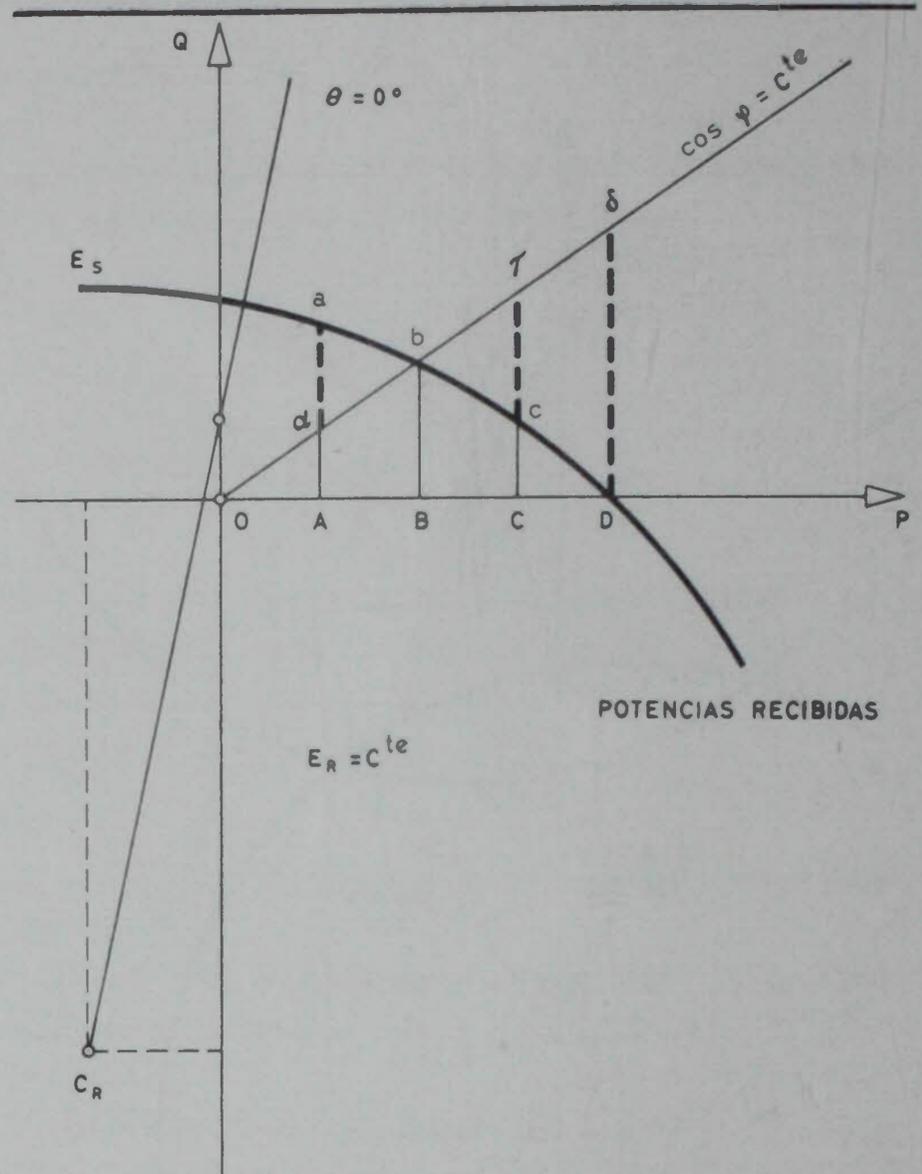


Fig. 3 — Compensación de la potencia reactiva

que proporcionen la diferencia de kVAr necesaria. Sea el caso de una carga inductiva de factor de potencia constante (fig. 3), que consuma distintas potencias activas  $P$ , por ejemplo a lo largo del día. El único consumo para el cual coinciden la reactiva absorbida por la carga y la suministrada por la línea a la tensión  $E_R$  es  $OB$ ; para valores superiores, la línea suministra menos reactiva de la que necesita la carga, y la diferencia ( $c\gamma$ ,  $D\delta$ ) la habrá de dar un compensador síncrono sobreexcitado, si se quiere mantener la tensión. Para valores inferiores, tales como  $OA$ , el compensador deberá absorber el exceso de reactiva, funcionando, por tanto, subexcitado, si no se quiere que suba la tensión.

El diagrama circular de potencias recibidas permite, pues, determinar las capacidades en condensadores síncronos o estáticos requeridas para compensar las cargas en el grado preciso, es decir para regular la tensión.

Normalmente interesa estudiar el funcionamiento de un sistema ó línea de transporte cuando las condiciones que lo determinan varían, especialmente las tensiones en los extremos. Para ello es conveniente dibujar en los diagramas de potencias haces de círculos que correspondan a diferentes tensiones. Un caso frecuente es aquél en que se precisa una tensión constante de llegada  $E_R$ , impuesta por el consumo, por ejemplo, y se desea estudiar el comportamiento de la línea para tensiones variables en el extremo de salida  $E_S$ .

En el diagrama de potencias recibidas se obtiene entonces un haz de círculos concéntricos, ya que las coordenadas

del centro de los círculos son independientes de la tensión  $E_S$  de salida (8). Los lugares de ángulo de desfase  $\theta = C^{te}$  son además líneas rectas: radios trazados a partir del centro común de los círculos. En la figura 4 se muestra el diagrama circular de potencias recibidas de una línea de 220 kV y 190 km de longitud, con conductor dúplex de Al-Ac de  $2 \times 381,5 \text{ mm}^2$  de sección, para una tensión fija de llegada

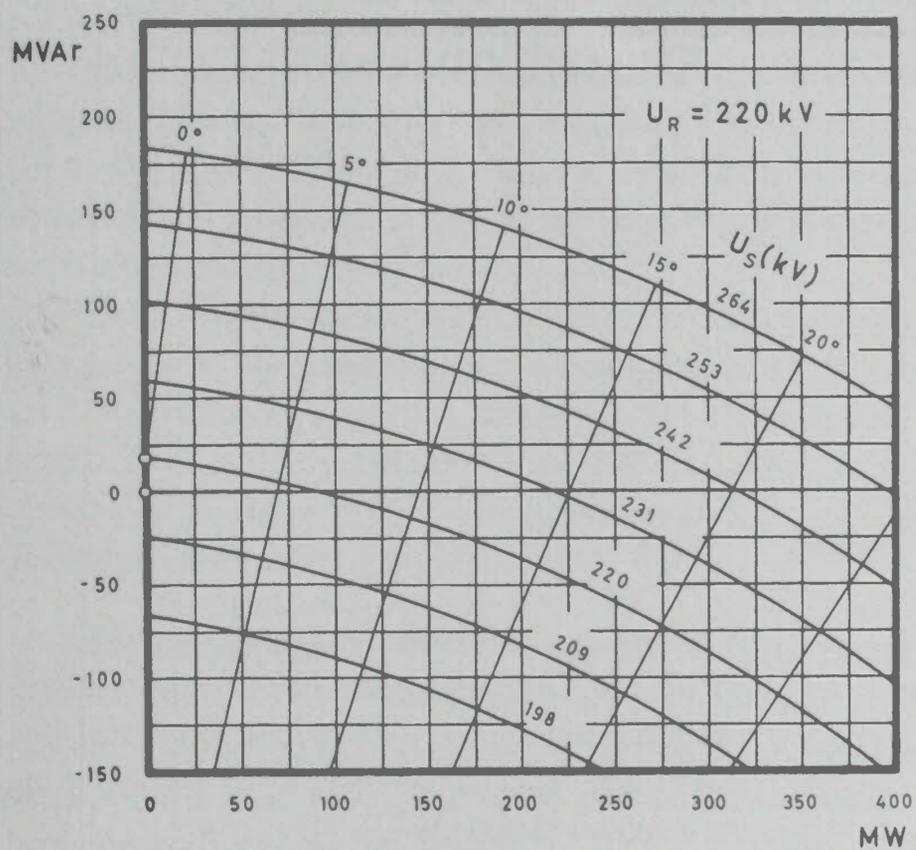


Fig. 4 — Diagrama circular de potencias recibidas para una línea de 220 kV, 190 km, con conductor dúplex de Al-Ac  $2 \times 381,5 \text{ mm}^2$

de 220 kV, y tensiones de salida comprendidas entre el 120% (264 kV) y el 90% (198 kV) de la tensión nominal de llegada.

Los círculos de potencias enviadas, que por razones de claridad se suelen trazar en diagrama aparte, no resultan concéntricos para  $E_R = C^{te}$ , ya que la situación de sus centros es función de la tensión de salida  $E_S$ ; estos centros quedan alineados con el origen, pero a una distancia de él proporcional al cuadrado de la tensión (8). Los lugares de desfase  $\theta$  constante tampoco resultan rectas, sino cónicas (2), es decir líneas de curvatura variable. Estas características pueden observarse en el diagrama de potencias enviadas de la línea anterior (fig. 5).

Los diagramas de potencias recibidas y enviadas para una tensión  $E_R$  constante se pueden utilizar combinados en la siguiente forma para averiguar las condiciones del transporte correspondientes a una carga determinada: a esta carga (MW y MVAR) corresponden en el diagrama de potencias recibidas una tensión de salida  $E_S$  y un desfase  $\theta$ , con los que se entra en el diagrama de potencias enviadas, el cual da los valores de  $P_S$  y  $Q_S$  relativos a ese transporte.

Cuando la tensión constante es la de salida, es decir para  $E_S = C^{te}$ , resultan concéntricos los círculos del diagrama de potencias enviadas, y no concéntricos los de potencias reci-

(2) Parábolas, que pasan por el origen, de directriz fija perpendicular a la recta de los centros.

bidadas. La utilización de los diagramas es la misma, partiendo ya de las condiciones de salida o de las de llegada.

En general, la precisión de lectura del diagrama de círculos no concéntricos es bastante inferior a la del otro, y su construcción es, naturalmente, mucho más laboriosa. Por ello, cuando es posible, se aconseja prescindir de él y construir solo el de círculos concéntricos, es decir, el de potencias

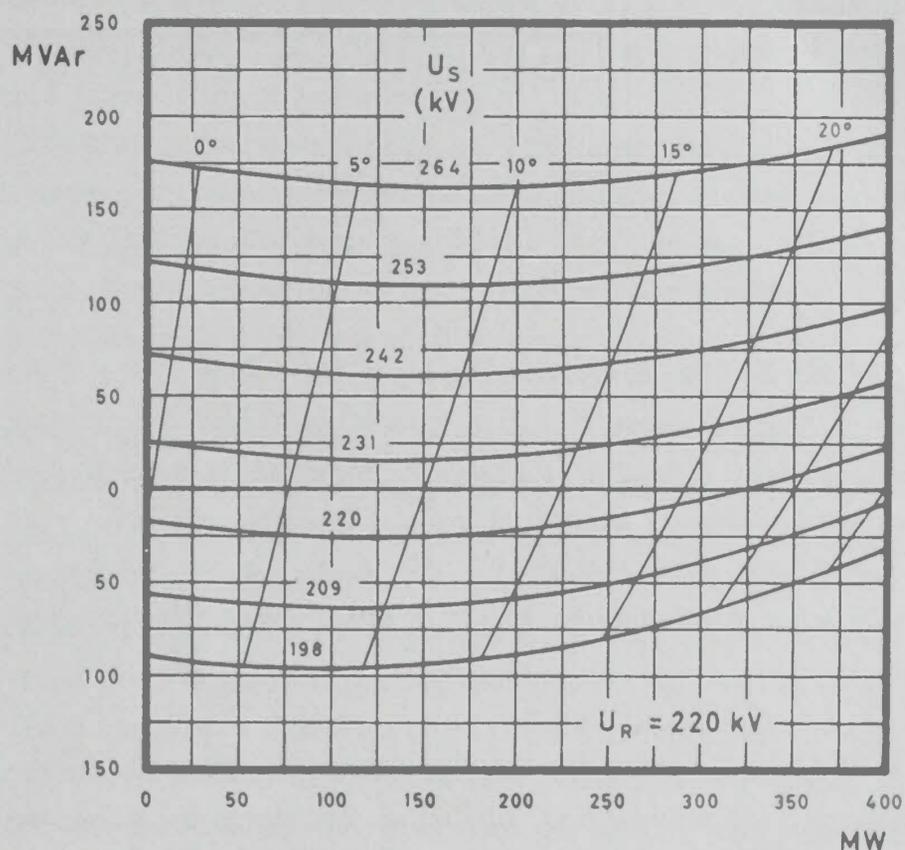


Fig. 5 — Diagrama circular de potencias enviadas para una línea de 220 kV, 190 km, con conductor dúplex de Al-Ac  $2 \times 381,5 \text{ mm}^2$

recibidas para  $E_R = C^{te}$ , o el de potencias enviadas para  $E_S = C^{te}$ . Este diagrama basta para determinar la caída de tensión; para hallar las potencias en el otro extremo de la línea es preferible el cálculo, ya directo o en función del desfase  $\theta$  leído en el diagrama, o bien la construcción de los diagramas de pérdidas de potencia activa y reactiva, que se exponen a continuación, ya que los valores obtenidos por diferencia de lecturas de las potencias en los dos diagramas de círculos concéntricos y no concéntricos son en general muy imprecisos, sobre todo en el caso de las potencias activas.

Para  $E_R = C^{te}$ , por ejemplo, se construye el diagrama de potencias recibidas, y se le superponen los lugares de pérdidas de potencia  $\Delta P$  y de reactiva  $\Delta Q$  constantes; con ello, una vez leídas  $E_S$ ,  $\Delta P$  y  $\Delta Q$  en el diagrama para un punto ( $P_R$ ,  $Q_R$ ) determinado, las potencias enviadas correspondientes serán sencillamente:

$$P_S = P_R + \Delta P \quad (18)$$

$$Q_S = Q_R + \Delta Q$$

De esta forma se tiene completamente resuelto el problema y con una precisión suficiente para la mayoría de los casos prácticos.

JUAN KARIGER  
Ingeniero industrial  
Hidroeléctrica Española, S. A.

(Continúa)