Conversores monofásicos de potência. Cálculo e análise dos factores de potência

CARLOS MANUEL PEREIRA CABRITA
Eng.º Electrotécnico (I.S.T.)
Assistente (I.S.T.)

resumo

Apresenta se uma análise teórica do factor de potência para os diferentes tipos de conversores monofásicos de potência utilizados nas unidades motoras monofásicas de tracção.

abstract

A theoretical analysis for power factor of the various single-phase power convertors used on AC electric rolling stock is presented.

1. Hipóteses consideradas

Para o estudo que desenvolveremos em seguida, iremos considerar as seguintes hipóteses simplificativas:

a) A corrente contínua de saída não apresenta qualquer ondulação, significando que o seu valor é constante no tempo, igual a $\mathbf{I_d}$, o que implica uma reactância de valor teoricamente infinito no circuito de utilização, isto é, no nosso caso concreto, no circuito dos motores de tracção. Na prática tal não se verifica pois esta corrente é ondulada, sendo a sua ondulação limitada a valores compreendidos entre 20 e 30 % em regime nominal ($\mathbf{U_d} = \mathbf{U_{d_{max}}}$), através da ligação de bobinas de alisamento em série com os motores.

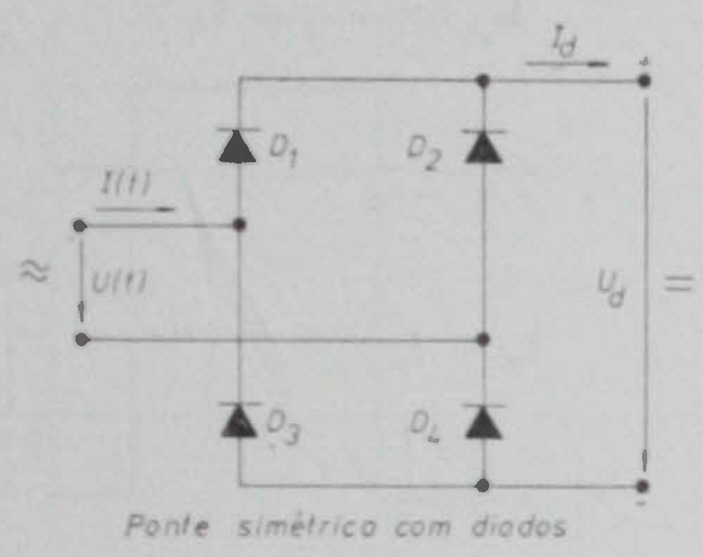
b) Os circuitos anódicos apresentam uma reactância nula, o que quer dizer que são instantâneas as comutações, em cada grupo de comutação, de um semicondutor para o outro. Por conseguinte, a queda indutiva de tensão será suposta igual a zero.

c) Admite-se igual a zero a queda de tensão nos diodos e nos tiristores.

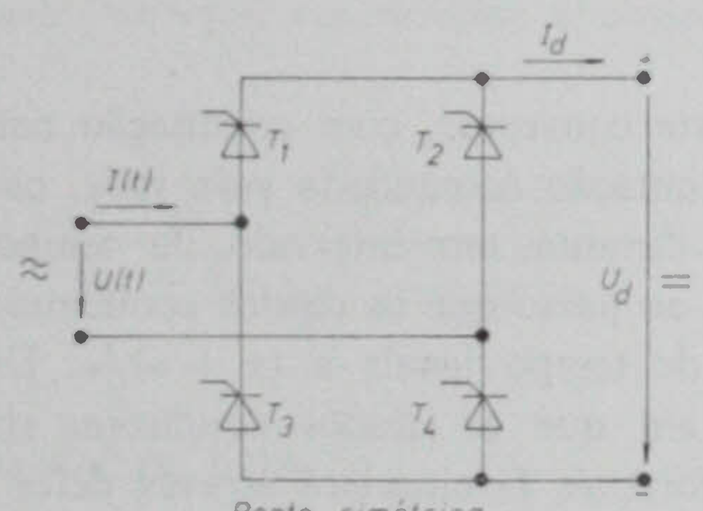
Tendo em atenção as duas primeiras hipóteses, as correntes nos diodos e nos tiristores bem como a corrente na linha (fig. 1) serão representadas, em função de ωt, por rectângulos de altura igual a I_d e comprimento variável consoante o tipo de conversor (figs. 2 a 5). Constata-se ainda que, no que respeita às correntes, ao serem realizados cálculos exactos ou mesmo ensaios, estas duas hipóteses conduzem a valores eficazes bastante próximos dos reais e um pouco agravados em relação a estes, o que é importante sobretudo para o dimensionamento do transformador de potência.

2. Estudo das correntes

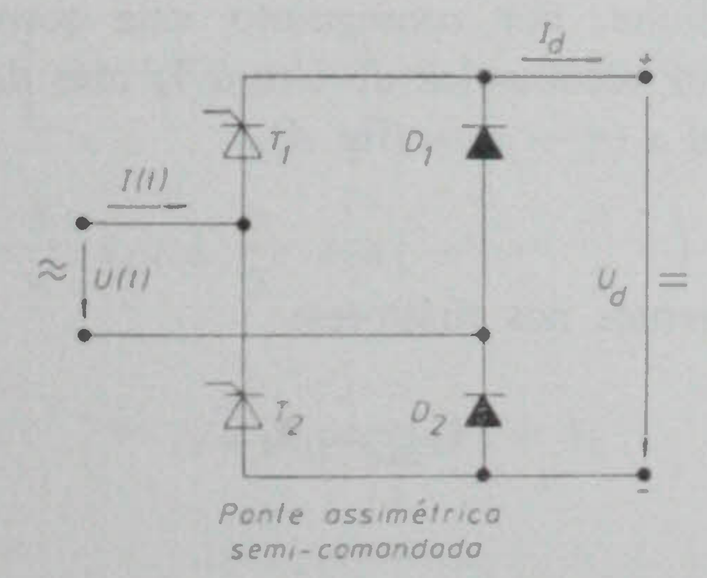
Conforme se constata da figura 1, os conversores monofásicos representados esquematicamente são constituídos por dois grupos de comutação ligados em série. Assim, no caso da ponte simétrica com diodos, o primeiro grupo de comutação é formado pelos diodos D_1 e D_2, constituindo os diodos D_3 e D_4 o segundo grupo de comutação; na ponte simétrica totalmente comandada serão os tiristores T_1 e T_2 a formar o primeiro grupo, sendo o segundo grupo constituído pelos tiristores T_3 e T_4; finalmente, na ponte assimétrica semi-comandada o primeiro grupo de comutação é formado pelo tiristor T_1 e pelo diodo D_1, enquanto que o tiristor T_2 e o diodo D_2 constituem o segundo grupo de comutação.



Ponte simétrica com diodos



Ponte simétrica totalmente comandada



Ponte assimétrica semi-comandada

Fig. 1 — Conversores monofásicos de potência utilizados nas unidades motoras em tracção eléctrica monofásica

2.1. Ponte simétrica com diodos

Se o conversor debita uma corrente contínua constante e igual a I_d, cada diodo assegura a passagem desta corrente durante um intervalo de tempo π/ω. A corrente na linha será assim constituída por rectângulos alternados de altura igual a I_d e de comprimento igual a π/ω (fig. 2). Teremos então:

— Correntes nos diodos:

$$I_{D_{max}} = I_d \tag{1}$$

$$I_{D_{med}} = \frac{I_d}{2} \tag{2}$$

$$I_{D_{ef}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} \tag{3}$$

— Corrente na linha:

$$A_1 \text{ sen } \omega t + B_1 \cos \omega t =$$

$$= \frac{4}{\pi} I_d \text{ sen } \omega t =$$

$$= \sqrt{2}\, I_{1_{ef}} \text{ sen } (\omega t + \varphi) \tag{4}$$

$$I_{1_{ef}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_d \tag{5}$$

$$\varphi = 0 \tag{6}$$

$$I_{ef} = I_d\,. \tag{7}$$

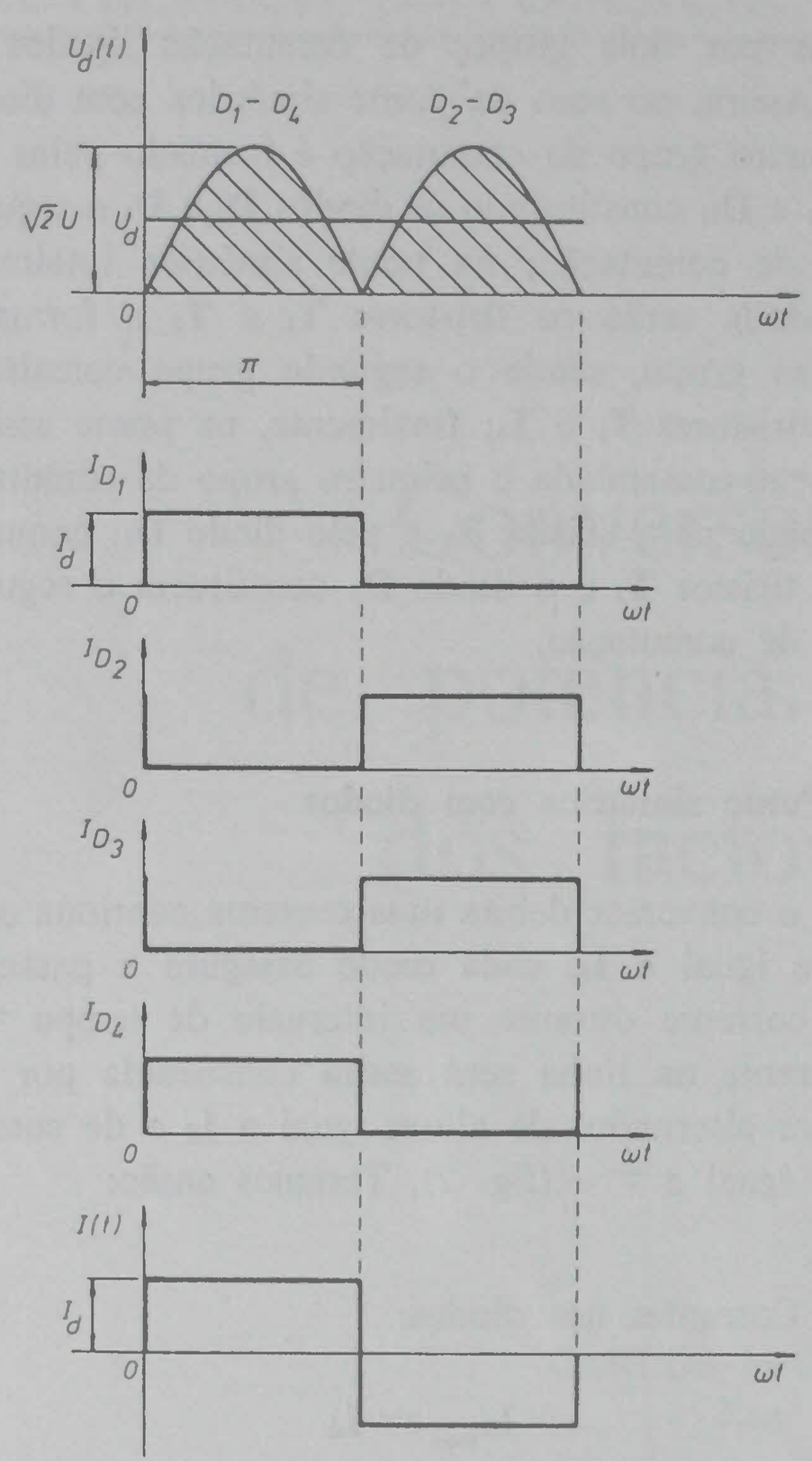


Fig. 2 — Ponte simétrica com diodos. Tensão contínua de saída, correntes nos diodos e corrente na linha

2.2. Ponte simétrica totalmente comandada

Nesta montagem cada tiristor assegura a passagem da corrente $\mathbf{I_d}$ durante um intervalo de tempo igual a π/ω, sendo a corrente na linha, tal como na montagem anterior, constituída por rectângulos alternados de altura igual a $\mathbf{I_d}$ e de comprimento igual a π/ω (fig. 3). Note-se que, quer nesta montagem quer na anterior, o circuito de utilização, isto é, o circuito dos motores de tracção, encontra-se permanentemente ligado à rede de corrente alternada.

— Correntes nos tiristores:

$$\mathbf{I_{T_{max}}} = \mathbf{I_d} \qquad (8)$$

$$\mathbf{I_{T_{med}}} = \frac{\mathbf{I_d}}{2} \qquad (9)$$

$$\mathbf{I_{T_{ef}}} = \frac{\mathbf{I_d}}{\sqrt{2}} \qquad (10)$$

— Corrente na linha:

$$\mathbf{A_1} \text{ sen } \omega \mathbf{t} + \mathbf{B_1} \cos \omega \mathbf{t} =$$

$$= \frac{4}{\pi} \mathbf{I_d} (\cos \alpha \text{ sen } \omega \mathbf{t} - \text{sen } \alpha \cos \omega \mathbf{t}) =$$

$$= \frac{4}{\pi} \mathbf{I_d} \text{ sen } (\omega \mathbf{t} - \alpha) =$$

$$= \sqrt{2}\, \mathbf{I_{1_{ef}}} \text{ sen } (\omega \mathbf{t} + \varphi) \qquad (11)$$

$$\mathbf{I_{1_{ef}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \mathbf{I_d} \qquad (12)$$

$$\varphi = -\alpha \qquad (13)$$

$$\mathbf{I_{ef}} = \mathbf{I_d} \qquad (14)$$

2.3. Ponte assimétrica semi-comandada, comando de fase

Para este conversor, com comutação natural, isto é, com comutação comandada pela rede, os tiristores conduzem durante um intervalo de tempo igual a $(\pi - \alpha)/\omega$, ao passo que os diodos conduzirão durante intervalos de tempo iguais a $(\pi + \alpha)/\omega$. Durante os intervalos em que os diodos conduzem simultaneamente, a corrente $\mathbf{I_d}$ circulará através deles e do circuito de utilização sem que haja intervenção do lado da corrente alternada, sendo deste modo nula a corrente na linha. Por conseguinte, esta corrente será formada por rectângulos de altura $\mathbf{I_d}$ mas de comprimento igual a $(\pi - \alpha)/\omega$ (fig. 4).

— Correntes nos tiristores:

$$\mathbf{I_{T_{max}}} = \mathbf{I_d} \qquad (15)$$

$$\mathbf{I_{T_{med}}} = \frac{\mathbf{I_d}}{2\pi} (\pi - \alpha) \qquad (16)$$

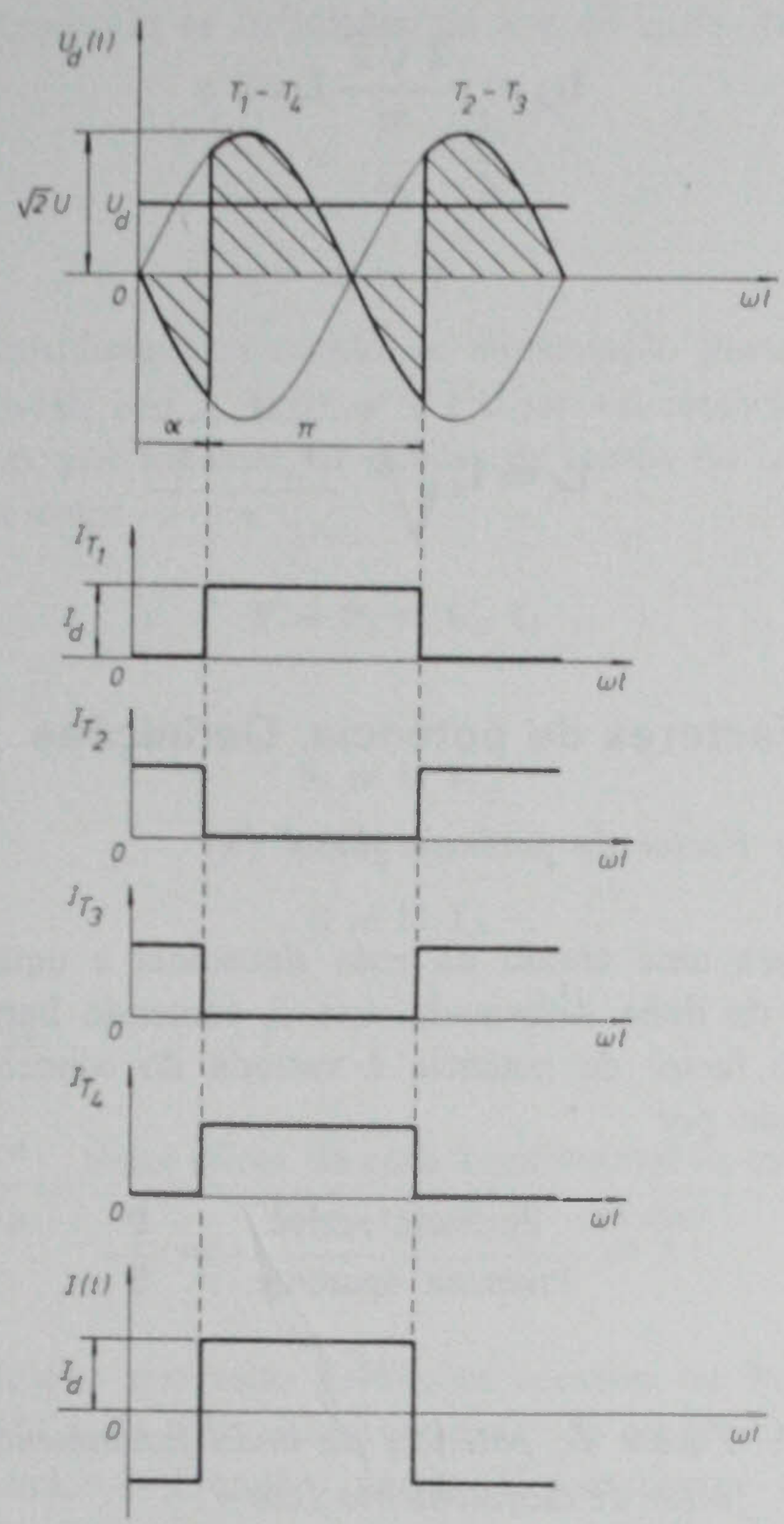


Fig. 3 — Ponte simétrica totalmente comandada. Tensão contínua de saída, correntes nos tiristores e corrente na linha

$$\mathbf{I}_{T_{ef}} = \mathbf{I}_d \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}} \qquad (17)$$

— Corrente na linha:

$$\mathbf{A}_1 \operatorname{sen} \omega t + \mathbf{B}_1 \cos \omega t =$$

$$= \frac{2}{\pi} \mathbf{I}_d \left[(1 + \cos \alpha) \operatorname{sen} \omega t - \operatorname{sen} \alpha \cos \omega t \right] =$$

$$= \frac{4}{\pi} \mathbf{I}_d \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{\alpha}{2} \right) =$$

$$= \sqrt{2}\, \mathbf{I}_{1_{ef}} \operatorname{sen} (\omega t + \varphi) \qquad (18)$$

$$\mathbf{I}_{1_{ef}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \mathbf{I}_d \cos \frac{\alpha}{2} \qquad (21)$$

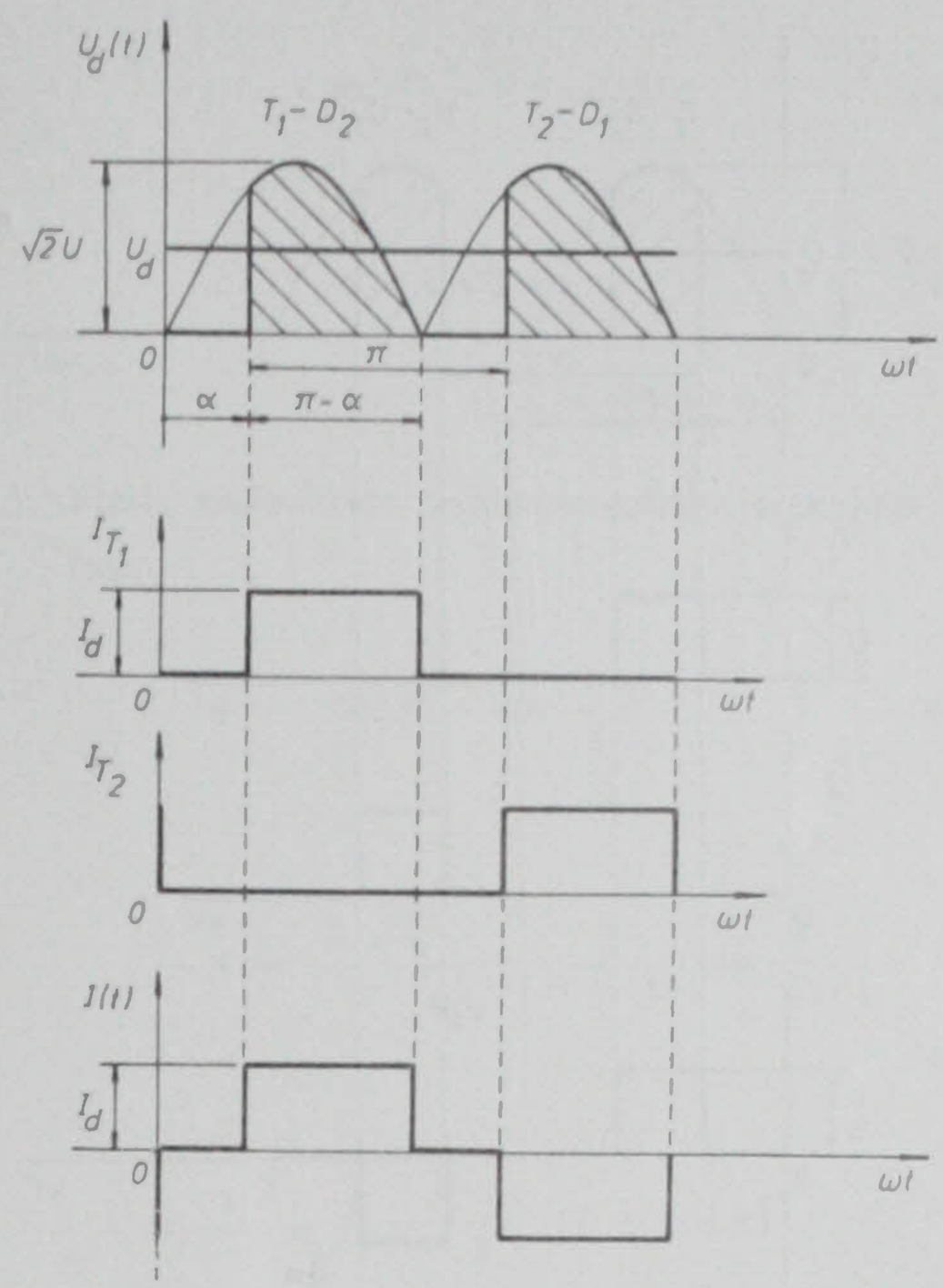


Fig. 4 — Ponte assimétrica semi-comandada, comando de fase. Tensão contínua de saída, correntes nos tiristores e corrente na linha

$$\varphi = -\frac{\alpha}{2} \qquad (20)$$

$$\mathbf{I}_{cf} = \mathbf{I}_d \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}} \qquad (19)$$

2.4. Ponte assimétrica semi-comandada, comando por sectores

Nesta montagem, em que a comutação é forçada, os tiristores conduzem durante intervalos de tempo iguais a $(\pi - 2\alpha)/\omega$, enquanto que os diodos conduzirão durante intervalos iguais a $(\pi + 2\alpha)/\omega$. Tal como na montagem anterior, com comando de fase, o circuito de utilização encontra-se periodicamente separado do lado da corrente alternada, durante os períodos de condução simultânea dos diodos sendo $\mathbf{U}_d(t) = 0$. Assim, a corrente na linha será constituída por rectângulos alternados de altura igual a $\mathbf{I}_d$ e de comprimento igual a $(\pi - 2\alpha)/\omega$ (fig. 5).

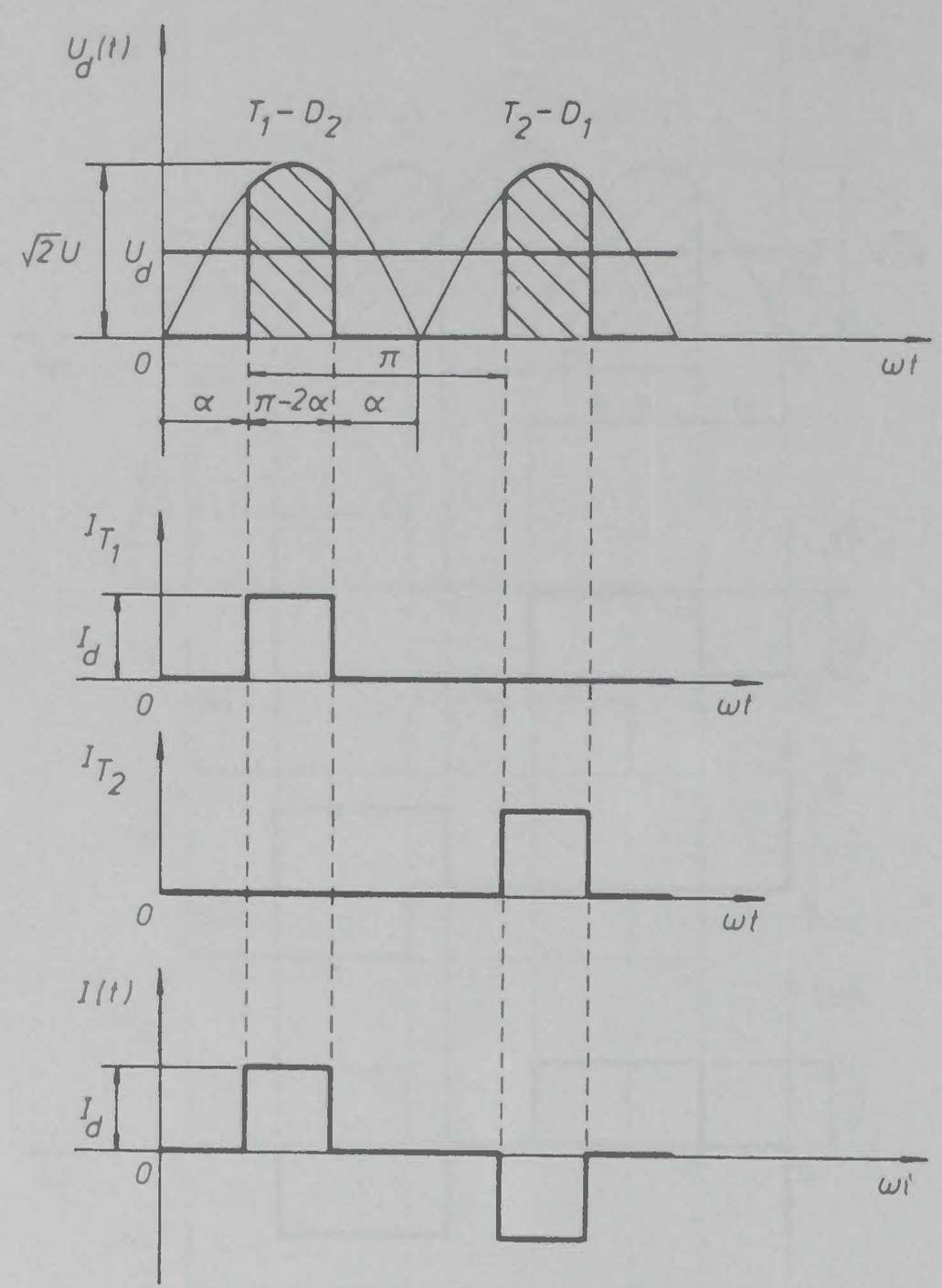


Fig. 5 — Ponte assimétrica semi-comandada, comando por sectores. Tensão contínua de saída, correntes nos tiristores e corrente na linha

— Correntes nos tiristores:

$$\mathbf{I}_{T_{max}} = \mathbf{I}_d \tag{22}$$

$$\mathbf{I}_{T_{med}} = \frac{\mathbf{I}_d}{2\pi}(\pi - 2\alpha) \tag{23}$$

$$\mathbf{I}_{T_{ef}} = \mathbf{I}_d\sqrt{\frac{\pi - 2\alpha}{2\pi}} \tag{24}$$

— Corrente na linha:

$$\mathbf{A}_1 \operatorname{sen} \omega t + \mathbf{B}_1 \cos \omega t =$$

$$= \frac{4}{\pi}\mathbf{I}_d \cos \alpha \operatorname{sen} \omega t =$$

$$= \sqrt{2}\ \mathbf{I}_{1_{ef}} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \tag{25}$$

$$\mathbf{I}_{1_{ef}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\mathbf{I}_d \cos \alpha \tag{26}$$

$$\varphi = 0 \tag{27}$$

$$\mathbf{I}_{ef} = \mathbf{I}_d\sqrt{\frac{\pi - 2\alpha}{\pi}} \tag{28}$$

3. Factores de potência. Definições

a) *Factor de potência global* (λ)

Para uma tensão da rede sinusoidal e uma corrente de linha deformada, isto é, contendo harmónicas, o factor de potência à entrada do conversor é definido por

$$\lambda = \frac{\text{Potência activa}}{\text{Potência aparente}} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{S}} \tag{29}$$

b) *Factor de potência da onda fundamental ou factor de desfasamento* ($\cos \varphi$)

É o factor de potência correspondente às ondas fundamentais da tensão e da corrente de linha,

$$\cos \varphi = \frac{\text{Potência activa da onda fundamental}}{\text{Potência aparente da onda fundamental}} =$$

$$= \frac{\mathbf{P}_1}{\mathbf{S}_1} \tag{30}$$

c) *Factor de deformação* (v)

Por definição, este factor é a razão entre o factor de potência global e o factor de desfasamento, ou seja,

$$\mathbf{v} = \frac{\lambda}{\cos \varphi} \tag{31}$$

donde, por consequência,

$$\lambda = \mathbf{v} \cos \varphi \tag{32}$$

Atendendo às definições de λ e de $\cos\varphi$, ter-se-á

$$v = \frac{P}{P_1} \cdot \frac{S_1}{S} \qquad (33)$$

Considerando a tensão de alimentação puramente sinusoidal, isto é, $U(t) = \sqrt{2}\,U \operatorname{sen} \omega t$, como se desprezam, por hipótese, as quedas de tensão no conversor, teremos

$$P = P_1 = U_d\, I_d \qquad (34)$$

$$S_1 = U\, I_{1_{ef}} \qquad (35)$$

$$S = U\, I_{ef} \qquad (36)$$

ou seja,

$$v = \frac{I_{1_{ef}}}{I_{ef}} = \frac{\text{Valor eficaz da onda fundamental da corrente}}{\text{Valor eficaz da corrente}} \qquad (37)$$

Note-se que estas definições constam da Publicação 411-1 da CEI, «Convertisseurs de puissance pour la traction — Première partie: Convertisseurs monophasés de puissance à thyristors» (1975), da qual Portugal é um dos países signatários.

4. Factores de potência. Cálculo e análise

4.1. Ponte simétrica com diodos

$$\cos\varphi = 1 \qquad (38)$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}90 \qquad (39)$$

$$\lambda = 0{,}90 \qquad (40)$$

4.2. Ponte simétrica totalmente comandada

$$\cos\varphi = \cos\alpha \qquad (41)$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}90 \qquad (42)$$

$$\lambda = 0{,}90 \cos\alpha \qquad (43)$$

4.3. Ponte assimétrica semi-comandada, comando de fase

$$\cos\varphi = \cos\frac{\alpha}{2} \qquad (44)$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\pi-\alpha}}\cos\frac{\alpha}{2} \qquad (45)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\pi-\alpha}}\,(1+\cos\alpha) \qquad (46)$$

4.4. Ponte assimétrica semi-comandada, comando por sectores

$$\cos\varphi = 1 \qquad (47)$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\pi-2\alpha}}\cos\alpha \qquad (48)$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\pi-2\alpha}}\cos\alpha \qquad (49)$$

Na figura 6 representam-se os andamentos do factor de desfasamento e do factor de potência global, para os quatro tipos de conversores estudados, em função da tensão contínua relativa $U_d/U_{d_{max}}$ tirando-se assim as segintes concluusões:

— Para $U_d = U_{d_{max}}$ tem se, para todos os conversores, $\cos\varphi = 1$ e $\lambda = 0{,}90$. O facto do factor

de desfasamento apresentar o mesmo valor, o mesmo acontecendo com o factor de potência global, justifica-se plenamente na medida em que, para $U_d = U_{d_{max}}$ a corrente na linha é formada por rectângulos alternados de altura I_d e de comprimento igual a π/ω, qualquer que seja o conversor, encontrando-se por outro lado a sua onda fundamental em fase com a tensão U (t).

— Os conversores que apresentam o melhor factor de potência são a ponte simétrica com diodos e a montagem assimétrica com comando por sectores.

— Dentre os conversores com comando de fase — ponte simétrica totalmente comandada e ponte assimétrica semi-comandada, é este último o que apresenta o melhor factor de potência.

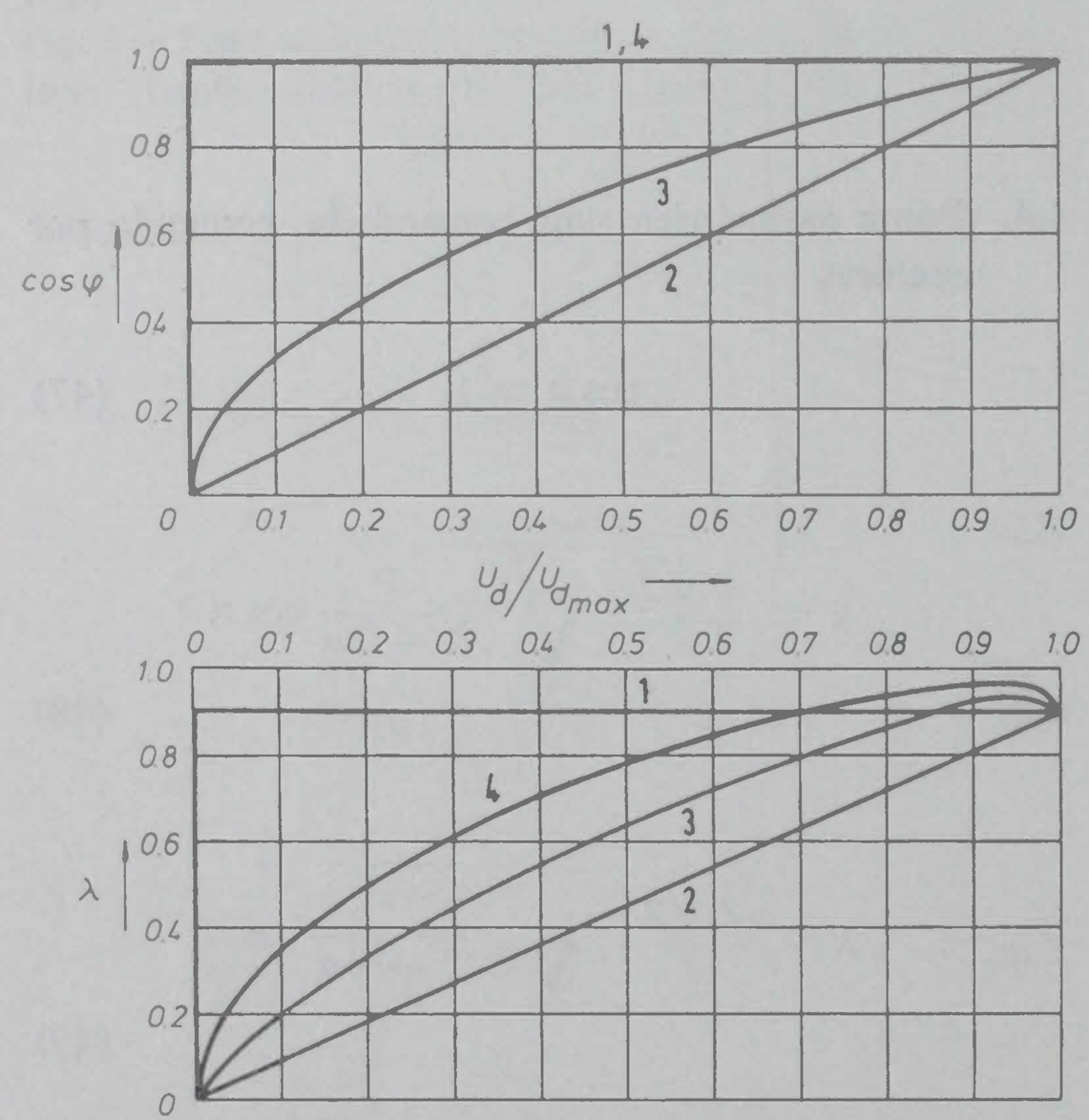


Fig. 6 — Andamentos do factor de desfasamento e do factor de potência global em função da tensão contínua relativa $U_d/U_{d_{max}}$

1 — ponte simétrica com diodos

2 — ponte simétrica totalmente comandada

3 — ponte assimétrica semi-comandada, comando de fase

4 — ponte assimétrica semi-comandada, comando por sectores

ANEXO

Funções periódicas não sinusoidais. Desenvolvimento em série de Fourier, valor eficaz

Se f (t) for uma função periódica não sinusoidal, de período $T = 2\pi/\omega$, com $\omega = 2\pi f$, o seu desenvolvimento em série de Fourier tem a forma

$$f(t) = F_d + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \operatorname{sen} n\omega t + B_n \cos n\omega t)$$

sendo

$$F_d = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} f(t)\,.\,dt$$

$$A_n = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} f(t)\,.\operatorname{sen} n\omega t\,.\,dt$$

$$B_n = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} f(t)\,.\cos n\omega t\,.\,dt$$

Fazendo $F_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ e $\operatorname{tg}\psi_n = B_n/A_n$, aquele desenvolvimento em série tomará o aspecto

$$f(t) = F_d + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \operatorname{sen}(n\omega t + \psi_n)$$

Quanto ao valor eficaz de f (t), por definição será

$$F_{ef} = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}\left[f(t)\right]^2 . dt}$$

BIBLIOGRAFIA

[1] C. M. P. CABRITA, *Análise comparativa do funcionamento do motor de corrente ondulada alimentado por rectificadores com comando de amplitude e com comando de fase*, Electricidade. Energia. Electrónica, 189, Julho 1983, pp. 306-316.

[2] C. M. P. CABRITA, *Comando de fase e comando por sectores. Conteúdo harmónico da tensão contínua e análise da comutação dos motores de tracção*, Electricidare. Energia. Electrónica, 198, Abril 1984.

[3] G. SÉGUIER, *L'électronique de puissance*, Dunod, 1979.

[4] H. BÜHLER, *Électronique de puissance*, Dunod, 1981.

[5] R. MASCARIN, *Redresseurs industriels a semi-conducteurs*, Eyrolles, 1973.