

# Cálculo dos Parâmetros do Esquema Equivalente de um Transformador Trifásico Utilizando uma Análise por Elementos Finitos\*

António Paulo Breda Coimbra <sup>(a)</sup>

José Américo Dias Pinto <sup>(a,b)</sup>

Carlos F. R. Lemos Antunes <sup>(a)</sup>

<sup>(a)</sup> Lab. CAD/CAE, Dep. Engenharia Electrotécnica

<sup>(b)</sup> Universidade de Coimbra, 3000 Coimbra - Portugal

Instituto Superior de Engenharia de Coimbra 3030 Coimbra - Portugal

## Summary

*In this paper it is presented a method to evaluate the equivalent circuit parameters of a three-phase delta/star transformer, using CAD/CAE techniques.*

*From the geometry and material properties of the device the short-circuit and open-circuit tests of the transformer were simulated in computer using CADDyMAG, a software package, developed by the authors, that uses the finite element approach, to produce the numeric equivalent circuit parameters.*

*Experimental values were measured in laboratory tests (short-circuit, open-circuit and different loading conditions). The results obtained with CAD/CAE techniques were then compared with those experimental values, showing a very close agreement.*

## 1. Introdução

A utilização de esquemas equivalentes em Engenharia Electrotécnica tem sido, desde há muito, uma prática corrente. No caso dos transformadores, para se determinarem os parâmetros do esquema equivalente, recorre-se tradicionalmente aos ensaios económicos (o ensaio em vazio e o ensaio em curto-circuito). Com o aparecimento de técnicas numéricas de análise electromagnética, nomeadamente utilizando o método dos elementos finitos, tornou-se possível simular em computadores o comportamento de dispositivos electromagnéticos.

Nesta comunicação é simulado em computador o comportamento de um pequeno transformador trifásico triângulo-estrela de 150 VA, 220/24 V, fabricado pela Empresa

CONELME, de modo a obterem-se os parâmetros do esquema equivalente em L do transformador (por fase e referidos ao primário) [1]. A simulação foi efectuada com o auxílio de um pacote de programas de análise electromagnética por computador, o CADDyMAG [2]. Foi utilizado um processador magnetostático linear para o ensaio em curto-circuito e um processador magnetostático não linear para o ensaio em vazio, com elementos finitos triangulares do primeiro grau [3].

Com o fim de validar a solução numérica, foram realizados os ensaios económicos tradicionais do transformador e obtido o respectivo esquema equivalente experimental. Aos dois esquemas equivalentes do transformador, o experimental e o numérico, foram aplicadas várias cargas e os resultados comparados com dados laboratoriais, verificando-se erros inferiores a 2,1 %.

## 2. Simulação Numérica

A formulação do modelo numérico é obtida a partir da seguinte equação de Poisson (a 2D) [4]

$$\nabla \cdot (1/\mu \nabla A_z) = J_z \quad (1)$$

em que:

$\nabla$  - operador nabla

$\mu$  - permeabilidade magnética, que varia com a saturação do material [H/m]

$A_z$  - componente em Z do vector potencial magnético [Wb/m]

$J_z$  - componente em Z da densidade de corrente [A/m<sup>2</sup>]

Neste modelo, magnetostático não linear, a permeabilidade magnética é função da indução, permitindo

<sup>(\*)</sup> Apresentado nas 4.<sup>as</sup> Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, realizadas no Porto.



modelizar a saturação magnética no núcleo do transformador.

Os valores da permeabilidade são calculados pelo programa a partir das curvas de magnetização B-H fornecidas pelo fabricante das chapas magnéticas.

Depois de discretizado o domínio em análise, aplica-se a formulação de elementos finitos à eq. (1), obtendo-se o seguinte sistema de equações algébricas não lineares [4]:

$$SA = F \quad (2)$$

em que

**S** - matriz dos coeficientes (depende das coordenadas dos nodos e da permeabilidade magnética em cada elemento da malha);

**A** - vector com as componentes em Z do vector potencial magnético em cada nodo da malha (incógnitas a calcular no processamento);

**F** - vector com as fontes de corrente.

### 2.1. Discretização do modelo

Mostra-se, na figura 1, o contorno do modelo do transformador estudado e, na figura 2, a malha de elementos finitos utilizada, correspondente a apenas metade do modelo, devido à simetria do dispositivo.

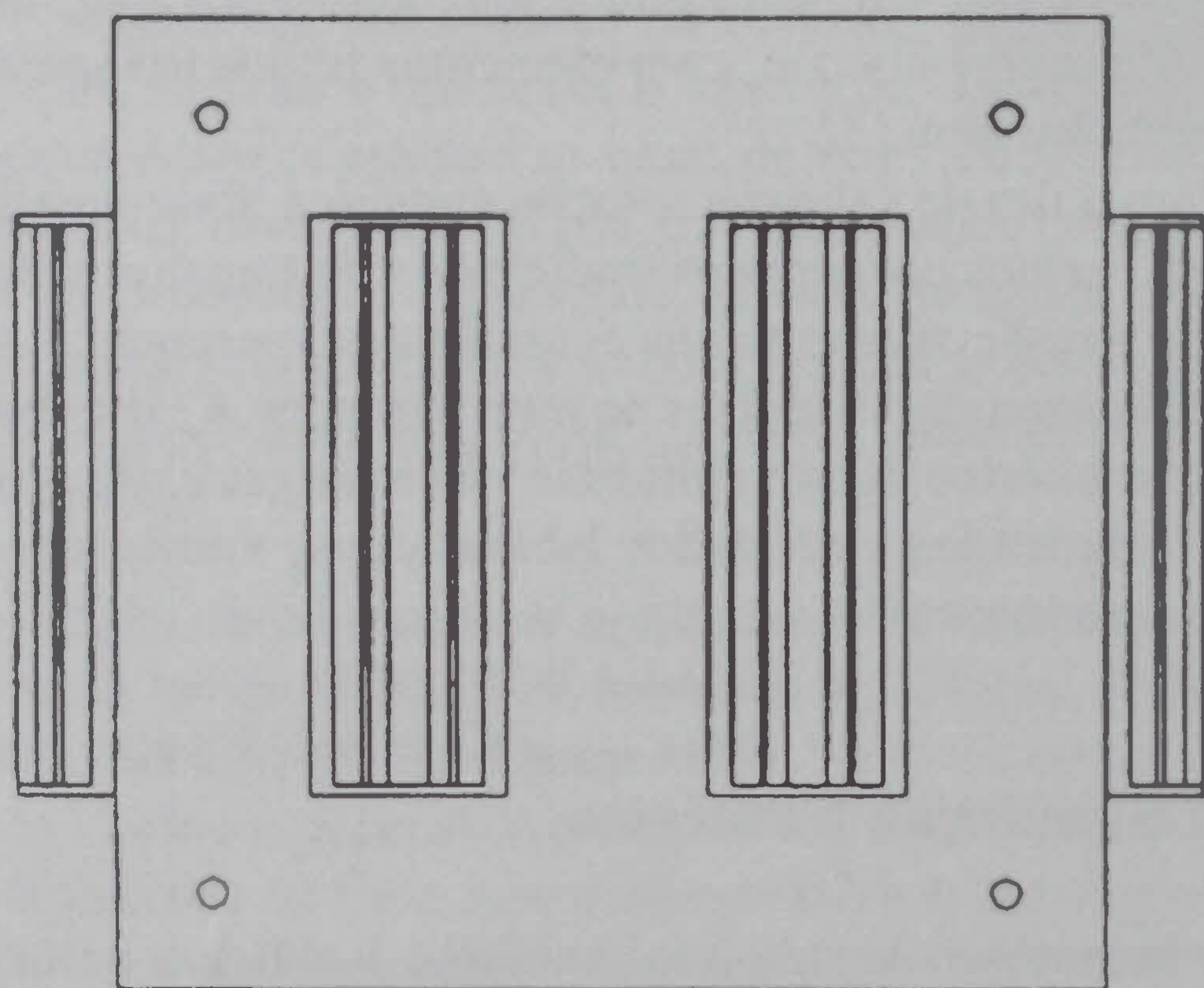


Fig. 1 - Modelo analisado.

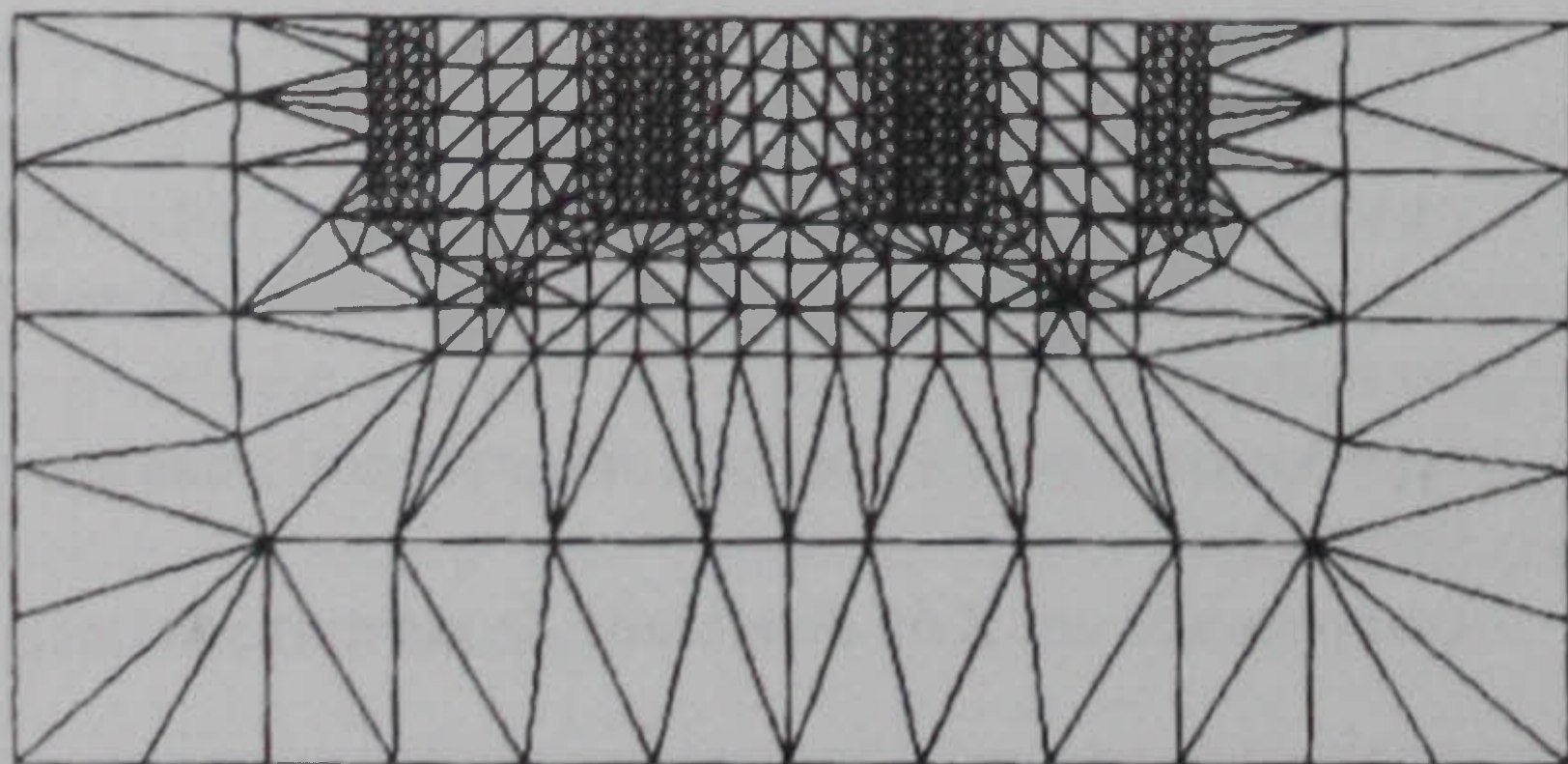


Fig. 2 - Malha de elementos finitos.

### 2.2. Reactância de Magnetização

Para o cálculo deste parâmetro, foi simulado o funcionamento do transformador em vazio, para o instante de tempo em que a corrente na fase R, primária, é máxima. A corrente de magnetização ( $I_m$ ), desconhecida à partida, foi calculada iterativamente, por tentativa e erro, até se obter no modelo numérico uma força electromotriz primária igual à tensão nominal (220 V). Nas figuras 3 e 4 são mostradas, respectivamente, a distribuição das linhas de fluxo e da indução magnética correspondentes a esta situação.

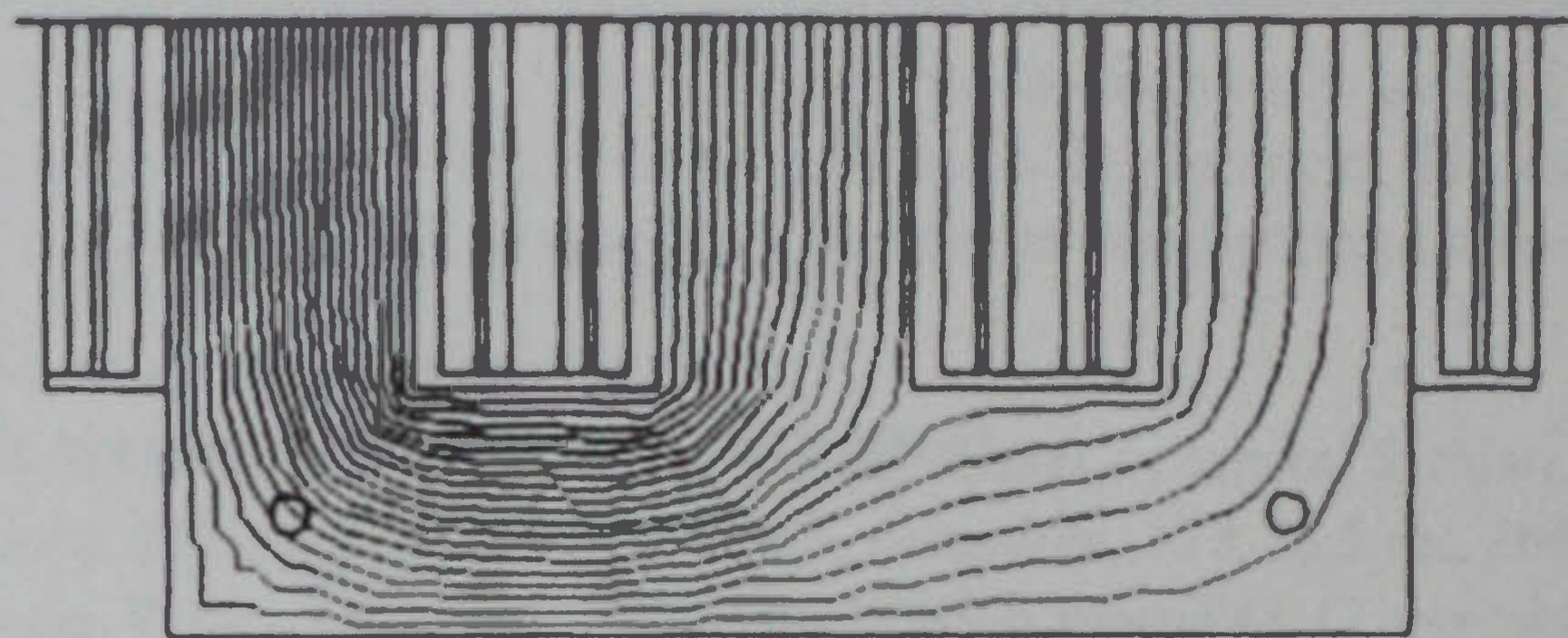


Fig. 3 - Linhas de fluxo em vazio.

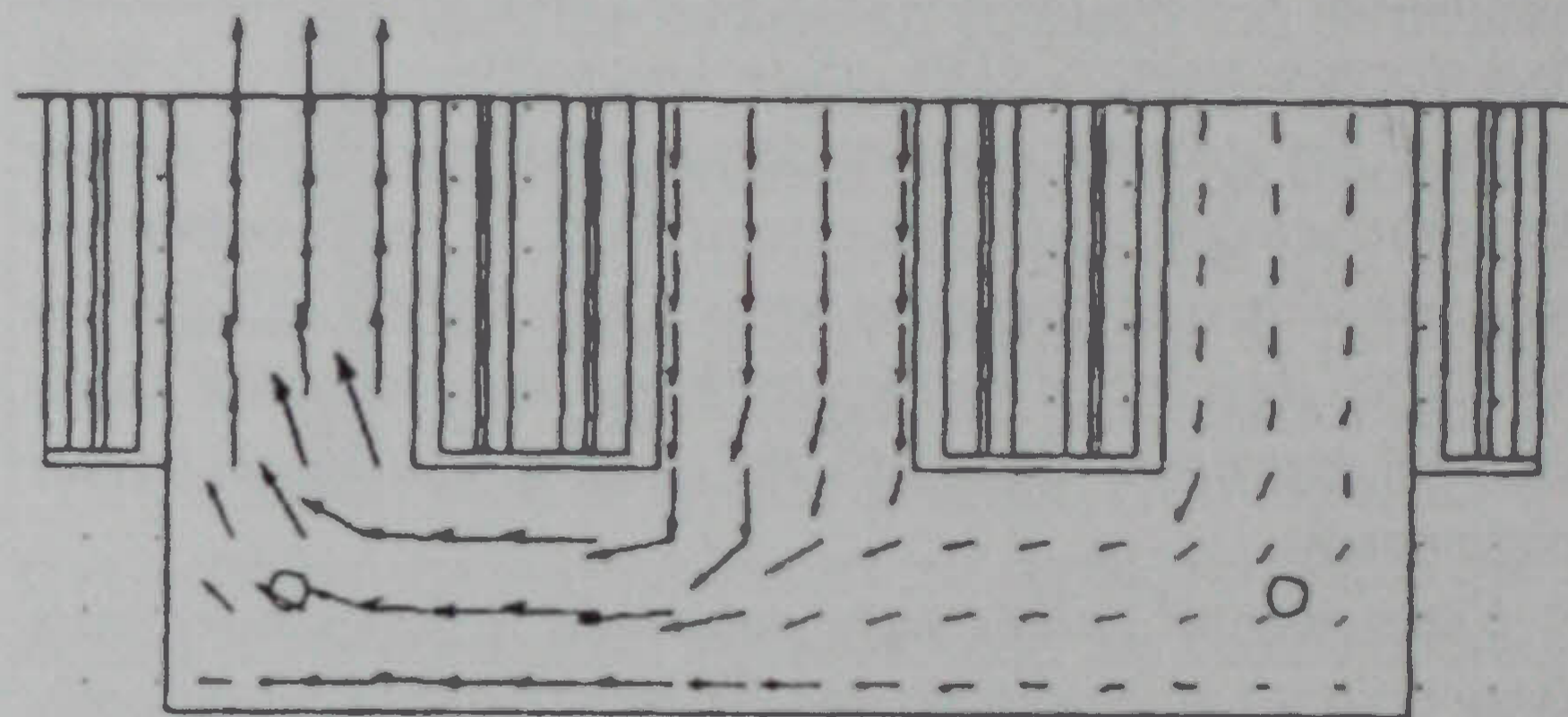


Fig. 4 - Mapa de vectores da indução magnética em vazio.

A força electromotriz  $E_i$  induzida num enrolamento, por um fluxo magnético que varia sinusoidalmente no tempo, é calculada através da seguinte expressão [1]

$$E_i = \frac{\omega N \phi_{\text{médio}}}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

em que

$\omega$  - frequência angular ( $2\pi f$ ) [ $s^{-1}$ ]

$\phi_{\text{médio}}$  - fluxo magnético (de pico) médio nos enrolamentos [Wb]

$N$  - número de espiras do enrolamento

O fluxo médio por espira é dado por [3]

$$\phi_{\text{médio}} = L \cdot f_e \cdot |A_{\text{médio esq}} - A_{\text{médio dir}}| \quad (4)$$

sendo

$L$  - profundidade do núcleo do transformador [m]

$f_e$  - factor de empacotamento da chapa magnética

$A_{\text{médio esq}}$  - valor médio do vector potencial magnético no enrolamento esquerdo da fase [Wb/m]



A reactância de magnetização foi calculada a partir da força electromotriz induzida  $E_p$ , vindo

$$X_m = \frac{E_i}{I_m} \quad (5)$$

No nosso exemplo de aplicação obteve-se, para a reactância de magnetização  $X_m$ , o valor de 13 737,637Ω.

### 2.3. Reactância de Fugas

A reactância de fugas,  $X_f$ , foi determinada simulando em computador o ensaio em curto-circuito, para o instante de tempo em que a corrente na fase R, primária, é máxima, impondo no secundário a corrente nominal e no primário a corrente equivalente, de modo a anular a corrente de magnetização  $I_m$  [5]. Mostram-se, na figura 5, as linhas de fluxo correspondentes a esta situação.

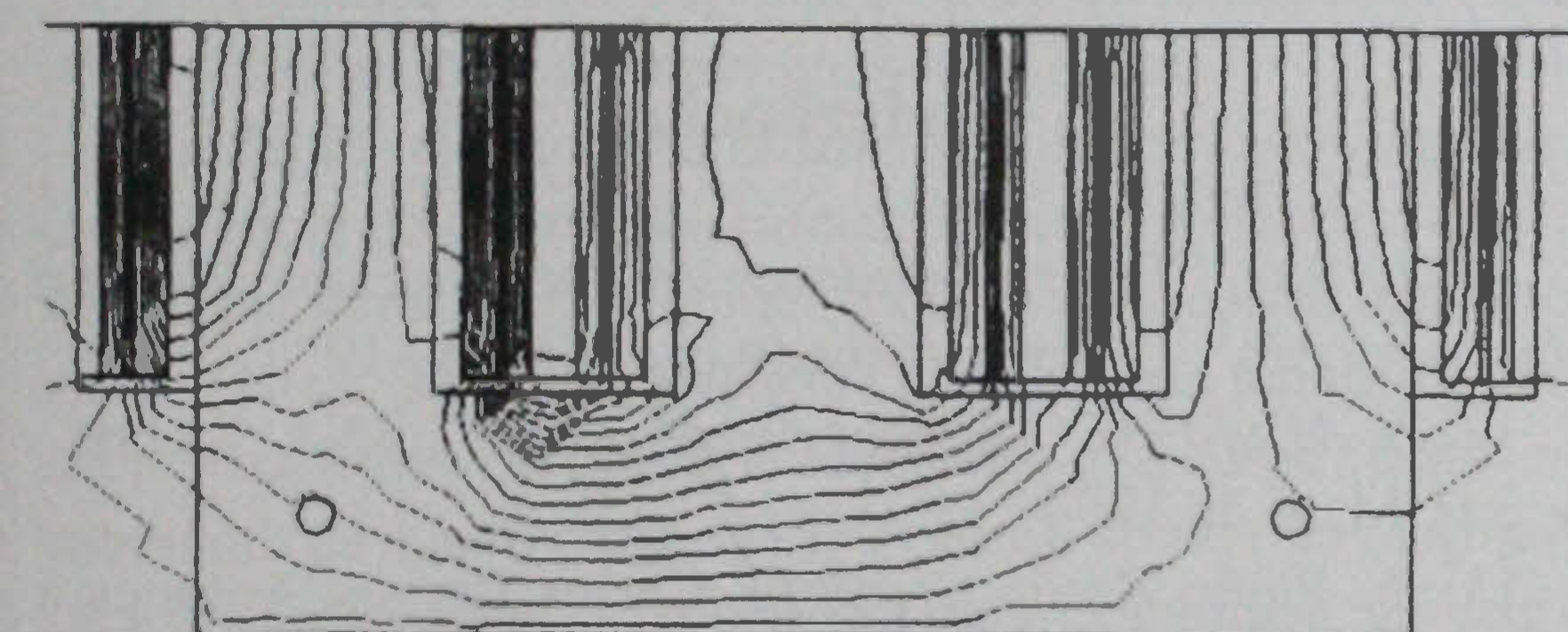


Fig. 5 - Linhas de fluxo em curto-circuito (com  $I_m = 0$ ).

A reactância de fuga foi calculada a partir do coeficiente de auto-indução de fugas,  $L_f$

$$X_f = \omega L_f \quad (6)$$

onde  $L_f$  é obtido a partir da energia  $W$  armazenada no campo electromagnético em cada fase

$$W = \frac{1}{2} L_f i^2 \quad (7)$$

donde

$$L_f = \frac{2W}{i^2} \quad (8)$$

sendo  $i$  a corrente no enrolamento primário da fase considerada e a energia dada por

$$W = L \sum_i^n A_i J_i \Delta_i \quad (9)$$

em que o somatório é efectuado para todos os elementos finitos dos condutores da fase considerada e

$\Delta_i$  - área do elemento finito  $i$

$A_i$  - vector potencial magnético (componente em  $Z$ ) no centróide do elemento finito  $i$

$J_i$  - densidade de corrente (componente em  $Z$ ) no elemento finito  $i$

Obteve-se para  $X_f$  o valor de 3,319Ω.

### 2.4. Resistência Equivalente às Perdas no Ferro

Este parâmetro foi calculado a partir da previsão das perdas na chapa ferromagnética do dispositivo, na simulação do ensaio em vazio:

$$R_{pfe} = \frac{V^2}{P_{fe}} \quad (10)$$

As perdas no ferro,  $P_{fe}$ , foram obtidas a partir dos valores das curvas (indução/perdas), fornecidas pelos fabricantes de chapa ferromagnética, e do cálculo numérico da indução [5]. O valor obtido para a resistência de perdas,  $R_{pfe}$ , foi de 93 610,514Ω.

### 2.5. Resistência dos Enrolamentos

A resistência de curto-circuito,  $R_{cc}$ , foi calculada através das características físicas dos enrolamentos - número de espiras, comprimento médio de cada espira, secção dos condutores e resistividade do cobre:

$$R = N \rho \frac{l_{\text{médio}}}{S} \quad (11)$$

Obteve-se um valor para a resistência do enrolamento primário igual a 41,959 Ω e para o enrolamento secundário 0,27467 Ω (a que corresponde o valor de 63,096 Ω quando referido ao primário). O valor global da resistência dos enrolamentos no esquema equivalente vem, assim, igual a 105,055Ω.

### 2.6. Esquema Equivalente Numérico

Com base nos parâmetros calculados anteriormente obteve-se o esquema equivalente em L, referido ao primário, apresentado da figura seguinte.

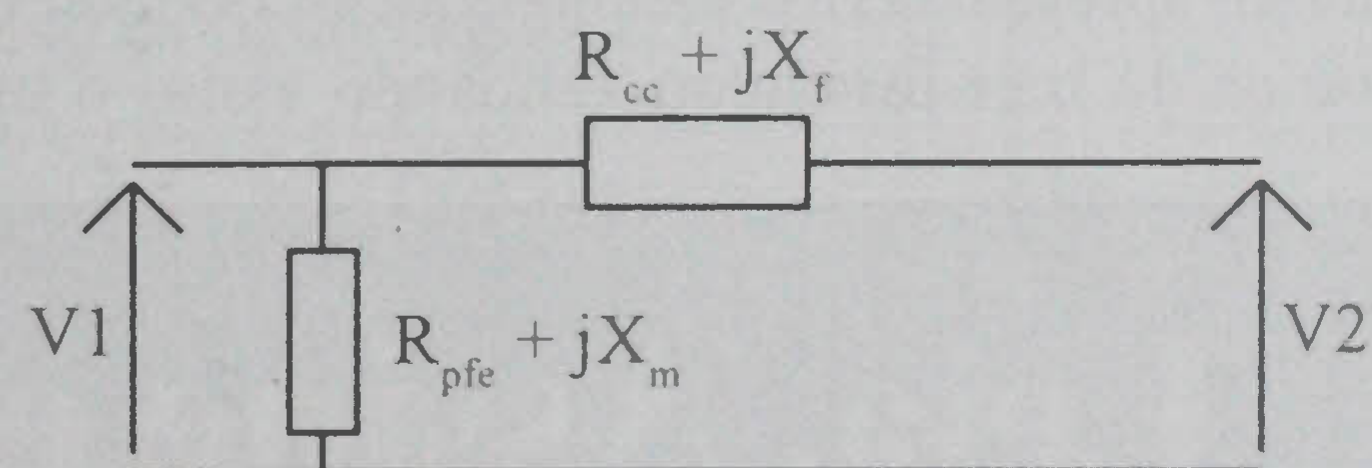


Fig. 6 - Esquema equivalente em L.

### 3. Esquema Equivalente Experimental

A partir do ensaio económico em curto-circuito tradicional, a tensão reduzida, obteve-se para  $X_f$  o valor de 16,544 Ω e para  $R_{cc}$  109,354 Ω. A partir do ensaio em vazio, obteve-se para  $X_m$  o valor de 23 747,910 Ω e para  $R_{pfe}$  o valor de 34 571,430 Ω.

Os valores das tensões e correntes considerados para o cálculo do esquema equivalente, por fase, do transformador, foram obtidos a partir da média dos valores experimentais medidos nas três fases do transformador.





4. Resultados Obtidos

Apresenta-se, na tabela 1, os resultados obtidos com os dois esquemas equivalentes, para várias cargas resistivas. Aos terminais do secundário impuseram-se os valores de tensão e corrente medidos em laboratório, para uma tensão primária de 220 V. São ainda apresentados os erros, calculados a partir da seguinte expressão:

ε = (V1 - 220) / 220 x 100 % (12)

Tabela 1  
Comparação dos resultados e erros.

Definição da carga (cosφ2 = 1)	Valores CAD	Valores ensaios económicos
V2 = 14,097 V I2 = 30 % I2n	V1 = 221,147 V ε = 0,5 %	V1 = 221,452 V ε = 0,7 %
V2 = 13,847 V I2 = 50 % I2n	V1 = 222,370 V ε = 1,1 %	V1 = 222,885 V ε = 1,3 %
V2 = 13,317 V I2 = 80 % I2n	V1 = 221,872 V ε = 0,9 %	V1 = 222,708 V ε = 1,2 %
V2 = 13,063 V I2 = 100 % I2n	V1 = 222,965 V ε = 1,3 %	V1 = 224,025 V ε = 1,8 %
V2 = 13,007 V I2 = 105 % I2n	V1 = 223,482 V ε = 1,6 %	V1 = 224,591 V ε = 2,1 %
V2 = 12,893 V I2 = 110 % I2n	V1 = 222,863 V ε = 1,3 %	V1 = 224,031 V ε = 1,8 %

5. Conclusões

Da análise dos resultados conclui-se que a simulação em computador apresenta erros menores que os obtidos a partir dos ensaios do transformador, validando assim o método

numérico proposto pelos autores.

Atendendo à geometria do transformador, em que a profundidade é menor que as outras duas dimensões, uma análise tridimensional poderia permitir uma simulação mais precisa que a realizada a duas dimensões. No entanto, a precisão obtida com a análise 2D parece não justificar o esforço adicional necessário à tarefa de modelização e análise do dispositivo a 3D.

A precisão dos resultados obtidos comprova o interesse destas novas técnicas de simulação e análise assistidas por computador, no projecto e optimização de dispositivos electromagnéticos.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Empresa CONELME - Construções Electromecânicas, Lda. a cedência do transformador analisado.

Referências

[1] E. Ras, "Transformadores de Potência, de Medida e de Protecção", Livraria Almedina, Coimbra, 1977.  
[2] "CADyMAG - Manual do utilizador", ENACO Lda., v. 3.0, Maio de 1994.  
[3] A. Paulo Breda Coimbra, Carlos Lemos Antunes e José A. Dias Pinto, "Previsão dos Parâmetros do Esquema Equivalente de um Transformador Monofásico Utilizando uma Análise por Elementos Finitos", Actas das 4.ªs Jornadas Nacionais de Projecto Planeamento e Produção Assistidos por Computador, Lisboa, 17 a 19 de Maio de 1993, pp. 69 a 74.  
[4] P. P. Silvester e R. L. Ferrari, "Finite Elements for Electrical Engineers", Cambridge University Press, 1990 (2.ª ed.).  
[5] D. A. Lowther e P. P. Silvester, "Computer-Aided Design in Magnetism", Springer-Verlag, New-York, 1986.

Leia, Assine e Divulge a Revista

ELECTRICIDADE

Uma revista que regista na História a evolução da Engenharia Electrotécnica em Portugal